

荣德基
高中系列

新课标

荣德基 总主编

满径花香
学法为媒
采撷知识清露
绽放青春蓓蕾



综合应用创新题

★含教材习题答案
★含专项训练
★单元卷单独成册

高中数学

必修1 配北师大版

学生用书

黑龙江少年儿童出版社

责任编辑：张立新

封面设计：典点瑞泰

荣德基 高中系列 图书目录一览

点拨 典点

语文必修 1 2 3 4 5 (人教版 粤教版 江苏教育版 鲁人版 语文版 北教版)	化学选修 1 3 4 5 (人教版 鲁科版 江苏教育版)
语文选修系列 (人教版 江苏教育版)	生物必修 1 2 3 (人教版)
数学必修 1 2 3 4 5 (人教A版 人教B版 江苏教育版 北师大)	生物选修 1 3 (人教版)
数学选修 1系列 2系列 (人教A版 人教B版 江苏教育版 北师大)	历史必修 1 2 3 (人教版 岳麓版 人民版)
英语必修 1 2 3 4 5 (人教版 外研版 牛津版 北师大)	历史选修 1 2 3 4 (人教版)
英语选修 6 7 8 (人教版 外研版 牛津版 北师大)	政治必修 1 2 3 4 (人教版)
物理必修 1 2 (人教版 粤教版 沪科版 鲁科版)	政治选修 2 3 6 (人教版)
物理选修 1系列 3系列 (人教版 粤教版 沪科版 鲁科版)	地理必修 1 2 3 (人教版 湘教版 中图版)
化学必修 1 2 (人教版 鲁科版 江苏教育版)	地理选修 2 3 5 6 (人教版)

剖析

语文必修 1 2 3 4 5 (人教版 粤教版 江苏教育版)	生物必修 1 2 3 (人教版)
数学必修 1 2 3 4 5 (人教A版 人教B版 江苏教育版 北师大)	历史必修 1 2 3 (人教版 岳麓版 人民版)
英语必修 1 2 3 4 5 (人教版 外研版 牛津版 北师大)	政治必修 1 2 3 4 (人教版)
物理必修 1 2 (人教版 粤教版 沪科版 鲁科版)	地理必修 1 2 3 (人教版 湘教版 中图版)
化学必修 1 2 (人教版 鲁科版 江苏教育版)	

<http://www.rudder.com.cn>

同步练习，基础步步夯实

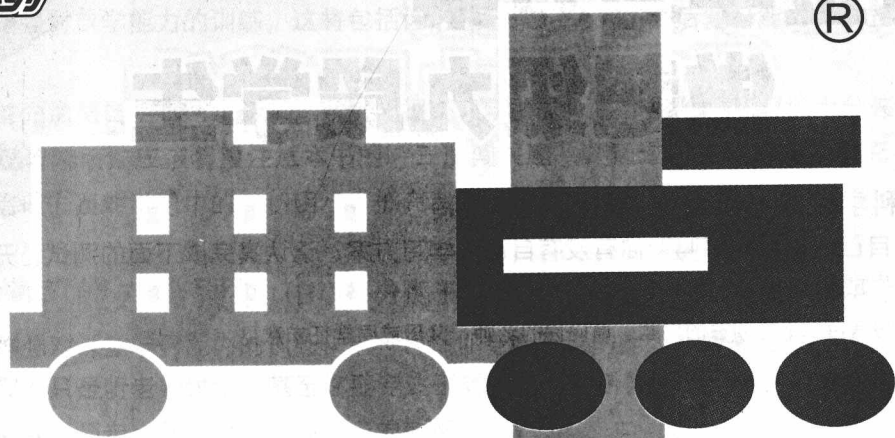
专项训练，差距层层扫描

题题经典，解解精炼

购买《综合应用创新题 》学生用书按50:1配赠教师用书
《教师用书》可在荣德基教育网同步下载阅读



定价：66.80元（全4册）



综合应用创新题

高中数学 必修 1

(配北师大版)

总主编:荣德基

本册主编:刘清源

我的青春宣言

本学期要考的名次: _____

我要考上的大学是: _____

我们是充满青春活力的年轻一代,青春赋予我们美好的理想,坚定的信念,永不言弃的精神。今天,我面对老师、父母和祖国做出庄严的青春宣誓:我一定付出百倍的努力,为我心中的理想而奋斗,为我心中的美好大学而奋斗,让我无悔于灿烂的青春,无悔于坚强的生命。

宣誓人: _____

黑龙江少年儿童出版社

图书在版编目(CIP)数据

综合应用创新题典中点:北师大·高中数学.1:必修/荣德基主编. —哈尔滨:黑龙江少年儿童出版社,2008.6

ISBN 978-7-5319-2605-4

I. 综… II. 荣… III. 数学课-高中-习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 042314 号

律师声明

据读者投诉并经调查,发现某些出版社在出版书籍时假冒、盗用注册商标“典点”(典中点)三字,或者使用与“典点”读音、外形相近、相似的其他文字。这种行为不仅严重违反了《中华人民共和国商标法》等一系列法律法规、侵害了北京典点瑞泰图文设计有限责任公司及读者的合法权益,而且违背了市场经济社会公平竞争的准则,严重扰乱了市场秩序。为此,本律师受北京典点瑞泰图文设计有限责任公司的委托,发表如下声明:

1. “典点”三字为专用权属于北京典点瑞泰图文设计有限责任公司的注册商标,核定的商标类别为第16类印刷出版物和第41类书籍出版,商标注册证书号分别为:3734776和3734777。
2. 任何单位或者个人,未经北京典点瑞泰图文设计有限责任公司的书面许可使用,在书籍印制、出版时使用“典点”或者与此三字字形、字音相近、相似的其他文字为商标的,均属非法,北京典点瑞泰图文设计有限责任公司保留向任何一个印刷、出版、销售上述书籍的侵权人追究法律责任的权利。
3. 本律师同时提醒广大读者,购买时请认准注册商标“典点”。

北京中济律师事务所

律师:段彦

2009年1月1日

侵权举报电话:(010)67220969

责任编辑/张立新

装帧设计/典点瑞泰

出版发行/黑龙江少年儿童出版社

地址邮编/哈尔滨市南岗区宣庆小区8号楼(150090)

经 销/新华书店

印 刷/肥城新华印刷有限公司

总 字 数/1072千字

规 格/880×1240 1/16

总 印 张/36.5

版 次/2008年5月第1版

印 次/2009年5月第2次印刷

总 定 价/66.80元(全4册)

版权声明/版权所有 翻印必究

声明:在图书编写过程中,我们参考并引用了部分资料。有部分文字及图片的作者还没联系上,特表谢忱。敬请这些作者及时与我们联系,以便我们支付稿酬。

用黄金学习方案 做超级九段学生

专家指导 科学设置 打造你自己的学习方案

你了解你自己的学习水平吗？你有没有自己的学习方案？请认真完成下面的测试，开始你的九段学生成长之旅。

注意：如果你认为自己不能回答的问题，请向你的老师、父母或同学征求意见。

自我评价：

一、请结合你平时的学习情况，思考下面的问题。

- | | [1分] | [2分] | [3分] | [4分] | [5分] |
|-------------------------|------|------|------|------|------|
| 1.你认为你的自学能力怎样？ | [很差] | [不好] | [一般] | [较好] | [很好] |
| 2.你在课堂上是否经常回答问题或提出质疑？ | [从不] | [很少] | [偶尔] | [经常] | [总是] |
| 3.你上课时能否一直专心听老师讲课？ | [不能] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 4.是不是感觉考试的成绩跟自己实际水平有差距？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |
| 5.你上课经常参与交流和讨论吗？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 6.你是否会经常独立解决遇到的难题？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 7.你对老师的讲课方式是否有抵触情绪？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |
| 8.你是否在课前预习将要进行的课程？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 9.你考试前一天会熬夜学习吗？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |
| 10.你是否经常复习学过的知识与课程？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 11.你是否经常做学习计划？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 12.你是否有一套适合自己的学习方法？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 13.你是否会经常做课堂笔记或读书笔记？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 14.你是否出现过厌学情绪？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |
| 15.你是否经常总结自己的学习心得？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 16.你在练习和测试中出现的错题会记录下来吗？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 17.考试成绩不好时你会不会沮丧甚而失去信心？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |
| 18.你是否经常总结学习方法和整理错题？ | [从没] | [偶尔] | [一般] | [经常] | [总是] |
| 19.考试中是否会出现因马虎而做错題的情况？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |
| 20.你会不会对某学科产生厌烦？ | [总是] | [经常] | [一般] | [偶尔] | [从没] |

二、将以上20道题的得分相加，看看你是不是一个合格的学生？（满分100分）

三、按照下面括号中的题号将以上各题得分相加，将得分写在后面的横线上。

- A.自我学习能力（1、6、8、10） 分数：_____
- B.课堂学习能力（2、3、5、13） 分数：_____
- C.测试考试能力（4、9、16、19） 分数：_____
- D.总结计划能力（11、12、15、18） 分数：_____
- E.保持心态能力（7、14、17、20） 分数：_____

如果你的总分低于60分，或者某项的得分低于12分，那么说明你需要改变你的学习方式或学习态度，下面根据各种情况，分别提供五种学习方案，请根据你的情况进行选择。

如果你想了解更详细的信息，请登录荣德基教育网（<http://www.rudder.com.cn>）

A. 自我学习能力增强型 (A项得分低于12分)

你应该增强对自学能力的训练,这将包括你的课前预习能力、课后复习能力、独立思考能力、合作学习能力。

建议你首先加强自主学习意识,然后逐步提高自学能力。在预习阶段你应该十分关注本书讲解板块的内容,在复习阶段你应该着重注意本书的“三度闯关题”,通过对错题的逐步攻克,达到复习的目的。请你自信地去面对学习中的一切困难,拥有自信是提高自学能力的关键。

B. 课堂学习能力增强型 (B项得分低于12分)

你应该增强对课堂学习能力的训练,这将包括你专心听课的能力、回答问题的能力、记笔记的能力。专注听课不只是听老师讲话,甚至你要专注于老师的一个手势,一个眼神,专注于老师语调的抑扬顿挫,思想跟着老师走,你会很快提高听课的效率。

记笔记也是课堂上很重要的一环,记笔记也需要跟随老师的讲课进度,让自己的大脑始终处于积极的思维状态,老师着重讲的要记下来,你认为重要或者听不懂的内容也要记下来。这样的笔记不但会成为你课后复习的好材料,也会是你查漏补缺进行反思的材料。

C. 测试考试能力增强型 (C项得分低于12分)

你必须增强对测试考试能力的训练,这将包括提高你的应试能力、考场应对能力、考试心理调节能力。

对于学生而言,考试是对我们日常学习和知识积累的检测,如果你能以正确的方法面对考试,那么你的成绩就能如实地反映你的付出。这些能力主要体现在考前的复习和心态调整,考试中的试卷分析和时间安排,考试后的试卷分析和心理调整。

D. 总结计划能力增强型 (D项得分低于12分)

你应该增强总结计划能力的训练,这将包括提高知识的总结能力、学习计划的制定能力、错题及试卷分析能力。

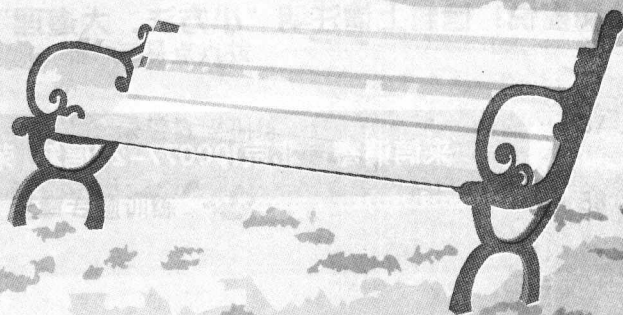
不管你的学习水平怎样,学习能力怎样,你都应该有自己的学习计划。你的学习计划必须根据你自己的情况量身定制,将学期计划与月计划、周计划结合起来,把你的学习目标送上学习“高速公路”,努力前行。

总结和计划一样必不可少,主要体现在两个方面:一是学习方法和技巧方面,不仅要总结经验,还要总结过去的教训。另一方面是对知识的总结,尤其是对错题的总结。建议你使用荣德基“三度闯关题”和“错题连坐表”。最好是准备一个错题本,把自己的错题都抄在上面,平时经常翻看,会有很好的学习效果。(推荐使用“荣德基CETC错题本”,你也可参照“三度闯关题示例页”自制错题本)

E. 保持心态能力增强型 (E项得分低于12分)

你应该学会保持良好的心态,这将包括正确面对学习的心态、正确面对老师的心态、正确面对各学科的心态、正确面对考试的心态。

消极的学习心理会严重影响到学习效率,不良的学习心态也会让你对学习产生抵触情绪。这就需要你时刻保持积极自信的心态,努力克服学习中各种影响学习情绪的因素,做一个快乐学习的好学生。



荣德基CETC差距学习法 “三度闯关题”

——一个让你迅速提高成绩的学习工具

为贯彻“荣德基CETC差距学习法”，奉献给读者朋友切实可行的操作工具，本书在策划时将“差距学习法”科学地融入到编写过程中，为广大学子提供了高效学习工具“三度闯关题”。请同学们准备好自己的“三度闯关错题本”，将错题本分为“一度闯关题”“二度闯关题”“三度闯关题”三部分，依照本书最后的两页模板进行操作。

1. 将你在各单元（或章、Module）内各节（或课）所做习题中做错的题抄录到设置的“一度闯关题”中，分析出现错误的原因，在本单元（或章、Module）考试前将“一度闯关题”再做一遍，重点练习！并将再次做错的题目抄在“二度闯关题”中。
2. 将你在各单元（或章、Module）检测卷中做错的题抄录到“二度闯关题”中，分析出现错误的原因，在模块考试前将所有“二度闯关题”再做一遍，逐题攻关！如有做错的题，则将再次做错的题目抄在“三度闯关题”中，并分析错误原因。
3. 将你在模块检测卷中做错的题抄录到“三度闯关题”中，分析出现错误的原因，并将所有“三度闯关题”认真再做一遍。如果仍有做错的地方，请记录下来，或与同学沟通，或请教老师，彻底把这只“拦路虎”解决掉，不要让它成为你学习道路上的“绊脚石”，真正消除差距！
4. 经过三度闯关，相信你对本书的知识已经基本了解，但是这仍然不够，你还应每隔一段时间将“三度闯关题”拿出来温习重做，因为“三度闯关题”涉及的是你最薄弱的地方，你必须反复巩固！
5. 如果这些你都顺利完成，那么恭喜你，你在该科的成绩必将迈上一个新台阶，后面的学习之路将魔幻般地变得顺畅！并且特别要祝贺你，一个科学、实用、有效的学习方法已经被你掌握，这将让你终身受益！

欢迎你来信畅谈使用荣德基“CETC差距学习法”的心得与体会，让大家分享你的成功和喜悦！信封上请注明“小方法，大道理”。

来信请寄：北京100077-29信箱 荣德基读者服务部收（邮编：100077）

CONTENTS 目录

第1章 集合

第1节 集合的含义与表示	1
I. 要点梳理	1
II. 好题典中点	1 <small>答案 100</small>
III. 三易点点拨	3
IV. 课后巩固训练	3 <small>答案 100</small>
第2节 集合的基本关系	5
I. 要点梳理	5
II. 好题典中点	5 <small>答案 100</small>
III. 三易点点拨	7
IV. 课后巩固训练	7 <small>答案 101</small>
第3节 集合的基本运算	9
I. 要点梳理	9
II. 好题典中点	9 <small>答案 101</small>
III. 三易点点拨	11
IV. 课后巩固训练	12 <small>答案 102</small>
全章专题训练	13 <small>答案 102</small>

第2章 函数

第1节 生活中的变量关系	16
I. 要点梳理	16
II. 好题典中点	16 <small>答案 104</small>

III. 三易点点拨	17
IV. 课后巩固训练	17 <small>答案 104</small>
第2节 对函数的进一步认识	19
I. 要点梳理	19
II. 好题典中点	19 <small>答案 104</small>
III. 三易点点拨	22
IV. 课后巩固训练	22 <small>答案 104</small>
第3节 函数的单调性	24
I. 要点梳理	24
II. 好题典中点	24 <small>答案 105</small>
III. 三易点点拨	27
IV. 课后巩固训练	27 <small>答案 105</small>
第4节 二次函数性质的再研究	28
I. 要点梳理	28
II. 好题典中点	29 <small>答案 106</small>
III. 三易点点拨	32
IV. 课后巩固训练	32 <small>答案 107</small>
第5节 简单的幂函数	34
I. 要点梳理	34
II. 好题典中点	34 <small>答案 107</small>
III. 三易点点拨	36
IV. 课后巩固训练	37 <small>答案 108</small>
全章专题训练	38 <small>答案 108</small>

第3章 指数函数和对数函数

第1节 正整数指数函数	42
I. 要点梳理	42
II. 好题典中点	42 <small>答案 110</small>
III. 三易点点拨	43
IV. 课后巩固训练	43 <small>答案 110</small>
第2节 指数扩充及其运算性质	45
I. 要点梳理	45
II. 好题典中点	46 <small>答案 111</small>
III. 三易点点拨	47
IV. 课后巩固训练	47 <small>答案 111</small>
第3节 指数函数	48
I. 要点梳理	48
II. 好题典中点	49 <small>答案 111</small>
III. 三易点点拨	51
IV. 课后巩固训练	52 <small>答案 112</small>
第4节 对数	53
I. 要点梳理	53
II. 好题典中点	54 <small>答案 113</small>
III. 三易点点拨	55
IV. 课后巩固训练	56 <small>答案 113</small>
第5节 对数函数	57
I. 要点梳理	57
II. 好题典中点	58 <small>答案 114</small>
III. 三易点点拨	60
IV. 课后巩固训练	60 <small>答案 114</small>
第6节 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较	61
I. 要点梳理	61
II. 好题典中点	62 <small>答案 115</small>

III. 三易点点拨	63
------------	----

IV. 课后巩固训练	63 <small>答案 115</small>
------------	--------------------------

全章专题训练	64 <small>答案 116</small>
--------	--------------------------

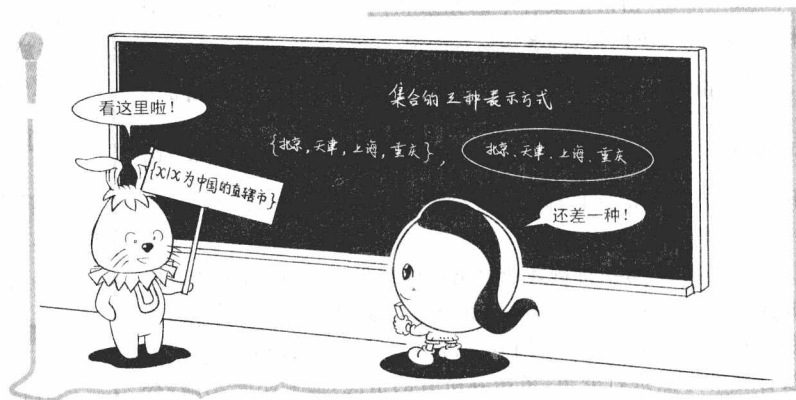
第4章 函数应用

第1节 函数与方程	66
I. 要点梳理	66
II. 好题典中点	67 <small>答案 117</small>
III. 三易点点拨	69
IV. 课后巩固训练	70 <small>答案 117</small>
第2节 实际问题的函数建模	71
I. 要点梳理	71
II. 好题典中点	72 <small>答案 118</small>
III. 三易点点拨	74
IV. 课后巩固训练	75 <small>答案 118</small>
全章专题训练	77 <small>答案 119</small>
巧解和多解专项训练	79 <small>答案 119</small>
数学思想专项训练	80 <small>答案 121</small>
规律方法专项训练	81 <small>答案 122</small>
综合思维能力专项训练	82 <small>答案 123</small>
应用题专项训练	83 <small>答案 124</small>
第1章标准检测卷	85 <small>答案 97</small>
第2章标准检测卷	87 <small>答案 97</small>
第3章标准检测卷	89 <small>答案 98</small>
第4章标准检测卷	91 <small>答案 98</small>
必修1模块过关检测卷	93 <small>答案 99</small>
参考答案及点拨	97
附:教材课后习题参考答案	124

第1章 集合

第1节

集合的含义与表示



I 要点梳理

1. 集合与元素之间的关系

一般地,指定的某些对象的全体称为集合.集合常用大写字母 A, B, C, D, \dots 标记.集合中的每个对象叫作这个集合的元素.若元素 a 在集合 A 中,就说元素 a 属于集合 A ,记作 $a \in A$;若元素 a 不在集合 A 中,就说元素 a 不属于集合 A ,记作 $a \notin A$.

2. 集合的理解

集合是在“一定范围内”的一个“整体”,这个范围是明确的;集合中的对象是“确定的”,即构成集合的对象具有非常明确的特征.

3. 常用数集及其记法

4. 集合的常用表示方法有列举法和描述法

当集合中的元素个数有限且较少或元素有规律时,常用列举法表示.如自然数集用列举法可表示为 $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$.

5. 集合中的元素具有三个性质

- (1)确定性:集合确定,元素随之确定.
- (2)互异性:集合中的元素一定是不同的.
- (3)无序性:集合中的元素是没有顺序的.

6. 集合的分类

集合可以按元素的个数分为两类:含有限个元素的集合叫有限集;含无限个元素的集合叫无限集.不含有任何元素的集合叫作空集,记作 \emptyset .

II 好题典中点

一、教材典题同步题

【例1】用列举法把下列集合表示出来:(1)小于18的既是奇数又是质数的自然数组成的集合;(2)方程 $(x^2-1)(x^2+2x+1)=0$ 的解组成的集合;(3)集合 $D = \{(x, y) | y = -x^2 + 4, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$.

分析:结合题目中的各个条件,把符合条件的元素一一求解出来.

解:(1)小于18的既是奇数又是质数的自然数有3,5,7,11,13,17,故其集合为{3,5,7,11,13,17}.

(2)方程 $(x^2-1)(x^2+2x+1)=0$ 的根为 $x=1$ 或 $x=-1$,所以该方程的解组成的集合为{1,-1}.

(3)点 (x, y) 满足条件 $y = -x^2 + 4, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}$,则有

$$\begin{cases} x=0, \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=1, \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2, \\ y=0. \end{cases} \text{ 所以 } D = \{(0,4), (1,3), (2,0)\}.$$

点拨:用列举法表示集合就是将集合中的元素一一列举出来写在大括号内,元素间用逗号隔开.解题时要注意限制条件的应用,不能漏掉.

【例2】用描述法表示下列集合:

(1)被5除余1的正整数集合;(2)大于4的全体奇数构成的集合;(3)坐标平面内,两坐标轴上点的集合;(4)三角形的全体构成的集合.

分析:先从整体考虑集合中元素的属性,然后把集合中元素的共同属性用描述的语句或解析式表示出来.

解:(1) $\{x|x=5k+1, k \in \mathbf{N}\}$. (2) $\{x|x=2k+1, k \geq 2, \text{且 } k \in \mathbf{N}\}$. (3) $\{(x, y)|xy=0\}$. (4) $\{x|x \text{ 是三角形}\}$.

点拨:一般情况下,对于无限集多用描述法.在使用描述法时应注意以下几点:①清晰表述该集合元素代表形式及所属范围;②表达清楚该集合中元素的共同属性;③用于描述的语句或解析式力求简明准确.

二、提炼规律方法题

1. 用分类讨论的方法解决集合中的元素问题

【例3】已知由实数 $a^2-a+1, 3, a, -1$ 为对象组成的集合为 M ,且 M 中仅含有3个元素,则不同的实数 a 共有()

- A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

题眼点拨:由题意知,四个数中有且只有两个是相等的,因此必须对四个数进行讨论,结合集合中元素的互异性来确定 a 的值.

解:C 因为 M 中的元素仅有3个,所以题中给出的四个数中有且仅有两个数是相等的.因为 $a^2-a+1 = \left(a-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$,若 $a^2-a+1=3$,则 $a^2-a-2=0$,此时 $a=-1$ 或 $a=2$.由于 $a=-1$ 时,四个数的取值仅有 -1 和 3 ,与已知矛盾,所以 $a \neq -1$.而 $a=2$ 时, $M = \{-1, 2, 3\}$;若 $a^2-a+1=a$,则 $a=1$,此时 $M = \{-1, 1, 3\}$;若 $a=3$,则 $a^2-a+1=7$,此时 $M = \{-1, 3, 7\}$.所以 a 可以为1,2,3.故选C.

规律总结:(1)解集合问题时,要有意识地利用集合中元素的性质(特别是互异性与无序性)来解题;(2)此题解题过程中运用分类讨论的思想求出 a 的值,再由集合中元素的互异性来确定 a 的值.分类讨论的思想方法在求集合问题时常常用到.

3. (针对二-3) 用描述法表示二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像上的所有点的集合.

4. (针对三-1) 已知集合 $M = \{0, 2, 4\}$, 定义集合 $P = \{x | x = ab, a \in M, b \in M\}$. 求集合 P .

5. (针对三-2) 已知 $A = \{x | x = m + n\sqrt{2}, m, n \in \mathbf{Z}\}$.

(1) 设 $x_1 = \frac{1}{3-4\sqrt{2}}, x_2 = \sqrt{9-4\sqrt{2}}, x_3 = (1-3\sqrt{2})^2$, 试判断 x_1, x_2, x_3 与 A 之间的关系;

(2) 任取 $x_1, x_2 \in A$, 试判断 $x_1 + x_2, x_1 x_2$ 与 A 之间的关系.

III 三易点点拨

易错点 1: 集合中元素的互异性(易漏点)

【例 1】 已知 $A = \{0, 1, x\}$, 若 $x^2 \in A$, 试求实数 x 的值.

错解: 当 $x^2 = 0$ 时, $x = 0$; 当 $x^2 = 1$ 时, $x = \pm 1$; 当 $x^2 = x$ 时, $x = 0$ 或 $x = 1$, 综上得 $x = 0$ 或 $x = -1$ 或 $x = 1$.

错解分析: 在解题过程中没有注意到集合中元素的互异性. 如当 $x = 0$ 时, 不满足集合中元素的互异性. 当 $x = 1$ 时也是如此.

一加一不是二.(打一字)

正确解法: 当 $x^2 = 0$ 时, $x = 0$, 此时集合中有两个相同的元素, 舍去; 当 $x^2 = 1$ 时, $x = \pm 1$, 若 $x = 1$, 此时集合中也有两个相同的元素, 舍去; 若 $x = -1$, 此时集合 A 中的元素为 $0, 1, -1$, 符合题意; 当 $x^2 = x$ 时, $x = 0$ 或 $x = 1$, 由上面的叙述知都不合题意, 舍去. 所以 $x = -1$.

易错点 2: 分类讨论不全面(易漏点)

【例 2】 设 x, y, z 是非零实数, 若 $a = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}$. 试求以可能的 a 值为元素的集合 A 中所含元素的个数.

错解: (1) 若 x, y, z 全为正数, 则 $a = 4$; (2) 若 x, y, z 中有两个正数, 一个负数, 则 $a = 0$. 综上, 集合 A 中的元素有 $0, 4$, 共 2 个.

错解分析: ①没有按合理的分类标准来分类, x, y, z 的正、负情况共有四种, 即: 全正; 全负; 两个正数, 一个负数; 两个负数, 一个正数. ②错误地认为前两种情况及后两种情况的结果相同而不做认真研究.

正确解法: 按 x, y, z 中正数的个数分为四类: (1) x, y, z 中有一个正数, 两个负数, 则 $\frac{x}{|x|}, \frac{y}{|y|}, \frac{z}{|z|}, \frac{xyz}{|xyz|}$ 中有两个的值为 1, 两个的值为 -1, 其和为 0, 则 $a = 0$; (2) x, y, z 中有两个正数, 一个负数, 则 $a = 0$; (3) x, y, z 全为正数, 则 $a = 4$; (4) x, y, z 全为负数, 则 $a = -4$. 综上可得, A 中的元素有 $4, 0, -4$, 共 3 个.

易错点 3: 对描述法表示集合的认识(易混点)

【例 3】 给出下面三个集合: ① $\{x | y = x^2 + 1\}$; ② $\{y | y = x^2 + 1\}$; ③ $\{(x, y) | y = x^2 + 1\}$. 问它们是不是相同的集合.

错解: 它们是相同的集合.

错解分析: 没有看清它们各自的代表元素是什么, 只注意到后面的条件是一样的, 从而导致错误.

正确解法: 它们不是相同的集合. 集合①的代表元素是 x , 即满足条件 $y = x^2 + 1$ 的 x , 由二次函数知识得 $\{x | y = x^2 + 1\} = \mathbf{R}$. 集合②的代表元素是 y , 由二次函数知识得 $\{y | y = x^2 + 1\} = \{y | y \geq 1\}$. 集合③的代表元素是 (x, y) , 可以认为是满足 $y = x^2 + 1$ 的有序实数对的集合, 或二次函数 $y = x^2 + 1$ 的图像上点的集合.

IV 课后巩固训练 (100)

A组 基础针对性训练

一、选择题

- 下面有三个命题: (1) 地球周围的行星能确定一个集合; (2) 实数中不是有理数的所有数的全体能确定一个集合; (3) $\{0, 1, 3\}$ 与 $\{3, 1, 0\}$ 是不同的集合. 其中正确命题的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设 $A = \{a\}$, 则下列选项中正确的是 ()
A. $0 \in A$ B. $a \notin A$
C. $a \in A$ D. $a = A$
- 方程组 $\begin{cases} x+y=2, \\ x-y=0 \end{cases}$ 的解构成的集合是 ()
A. $\{(1, 1)\}$ B. $\{1, 1\}$
C. $(1, 1)$ D. $\{1\}$
- 已知集合 A 是由 $0, m, m^2 - 3m + 2$ 三个元素组成的集合, 且 $2 \in A$, 则实数 m 为 ()
A. 2 B. 3 C. 0 或 3 D. 0 或 2 或 3
- 设 P, Q 为两个非空数集, 定义 $P+Q = \{a+b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}, Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P+Q$ 中元素的个数是 ()

谜底: 王.

趣味
谜语

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

二、填空题

6. 若 $-5 \in \{x | x^2 - ax - 5 = 0\}$, 则集合 $\{x | x^2 - 4x - a = 0\}$ 中所有元素之和为_____.

7. 用列举法表示集合 $A = \left\{x \mid \frac{12}{5-x} \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{N}\right\}$ 为_____.

三、解答题

8. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 2x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中至多只有一个元素, 求实数 a 的取值范围.

9. 设集合 $M = \{a | a = x^2 - y^2, x, y \in \mathbf{Z}\}$. 试证明: 一切奇数均属于集合 M .

B组 综合运用提高训练

一、出题角度题

1. (出题角度: 元素与集合的关系) 集合 $P = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x | x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $R = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $a \in P$, $b \in Q$, 则有()

- A. $a + b \in P$
B. $a + b \in Q$
C. $a + b \in R$

D. $a + b$ 不属于 P, Q, R 中任意一个

2. (出题角度: 集合中元素的互异性) 求集合 $\{1, x, x^2 - x\}$ 中 x 的取值范围.

3. (出题角度: 集合的表示) (1) 已知集合 $M = \left\{x \mid \frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{N}\right\}$, 求 M ;

(2) 已知集合 $C = \left\{\frac{6}{1+x} \mid \frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z}, x \in \mathbf{N}\right\}$, 求 C .

二、课标新题型

4. (新定义题) 设集合 $S = \{A_0, A_1, A_2, A_3\}$, 在 S 上定义运算 \oplus 为: $A_i \oplus A_j = A_k$, 其中 k 为 $i + j$ 被 4 除的余数, $i = 0, 1, 2, 3$, $j = 0, 1, 2, 3$. 则满足关系式 $(x \oplus x) \oplus A_2 = A_0$ 的 $x (x \in S)$ 的个数为()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. (信息迁移题) 设 S 是至少含有两个元素的集合, 在 S 上定义了一个二元运算 $*$ (即对任意的 $a, b \in S$, 对于有序元素对 (a, b) , 在 S 中有唯一确定的元素 $a * b$ 与之对应). 若对于任意的 $a, b \in S$, 有 $a * (b * a) = b$, 则对任意的 $a, b \in S$, 下列等式中不恒成立的是()

- A. $(a * b) * a = a$
B. $[a * (b * a)] * (a * b) = a$
C. $b * (b * b) = b$
D. $(a * b) * [b * (a * b)] = b$

三、高考题

6. (2008, 江西理, 5分) 定义集合运算: $A * B = \{z | z = xy, x \in A, y \in B\}$. 设 $A = \{1, 2\}$, $B = \{0, 2\}$, 则集合 $A * B$ 的所有元素之和为()

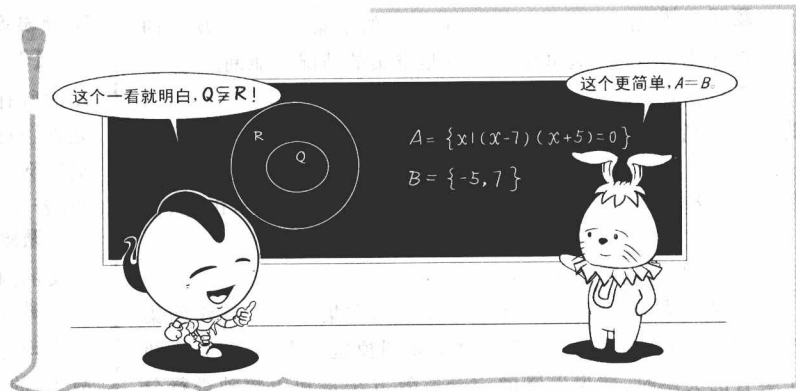
- A. 0 B. 2 C. 3 D. 6

温馨提示

本节习题中你哪儿做错了? 请将你的错误抄写在本书最后的“一度闯关题”中, 一定要通过认真反思错误来分析自我差距哦!

第2节

集合的基本关系



I 要点梳理

1. 子集

一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,即若 $a \in A$,则 $a \in B$,我们就说集合 A 包含于集合 B ,或集合 B 包含集合 A ,并称集合 A 是集合 B 的子集,记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读作 A 包含于 B 或 B 包含 A .

2. 真子集

对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,并且 $A \neq B$,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$,读作 A 真包含于 B 或 B 真包含 A .

3. 子集与真子集的拓展:(1) $A \subseteq B$ (A, B 为非空集合)有两种可能情况:① A 是由 B 中元素的一部分组成的;② A 与 B 是同一个集合.任何一个集合都是它本身的子集.(2)规定空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集.(3)集合的子集和真子集都具有传递性.

4. Venn图:为了直观地表示集合间的关系,我们常用封闭曲线的内部表示集合,称为 Venn图,如图 1-2-1(1)所示.若表示 $A \subseteq B$,则将集合 A 的区域画在集合 B 的区域的内部,如图 1-2-1(2)所示.

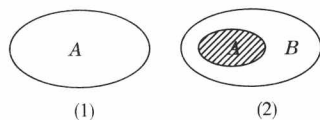


图 1-2-1

5. 集合的其他直观表示:集合除了用 Venn图表示外,还可以用数轴、一次函数的图像、二次函数的图像等来表示.

6. 集合相等:对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 中的元素,同时集合 B 中的任何一个元素都是集合 A 中的元素,这时,我们就说集合 A 与集合 B 相等,记作 $A=B$.由集合相等的定义可得,若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A=B$;反之,若 $A=B$,则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.

7. 用属性判断集合间的关系:用描述法表示集合时,如果可以判断两个属性之间的推出(\Rightarrow)关系,则可以得出集合间的包含关系,反之也可.如:集合 $A = \{x | p(x)\}$, $B = \{x | q(x)\}$,如果 $p(x) \Rightarrow q(x)$,则 $A \subseteq B$;反之,如果 $A \subseteq B$,则 $p(x) \Rightarrow q(x)$.如果 $p(x) \Leftrightarrow q(x)$,则 $A=B$.

II 好题典中点

一、教材典题同步题

【例 1】已知集合 $\{1, 2\}$ 是集合 M 的子集,而 M 又是集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集,写出这样的集合 M ,并指出哪些是集合

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的真子集.

分析:由于 $\{1, 2\} \subseteq M$,因此 M 中至少含有元素 $1, 2$,又由于 $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$,因此, M 中至多含有元素 $1, 2, 3, 4, 5$.

解:符合条件的 M 为:①含有 2 个元素的有 $\{1, 2\}$;②含有 3 个元素的有 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}$;③含有 4 个元素的有 $\{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}$;④含有 5 个元素的有 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.故共有 8 个符合题意的集合 M .其中除了 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 以外其余 7 个全是集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的真子集.

点拨:分类来写是得出正确答案的最好方法,它可以清晰地把各种集合的情况展现出来,但要注意分类时一定要做到不重不漏.

二、提炼规律方法题

1. 用观察与分析的方法确定集合的个数问题

【例 2】满足条件 $\{a\} \subsetneq M \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的所有不同集合 M 的个数为()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

题眼点拨:本题是有关集合的子集及子集的个数问题,应注意到 M 中必须要有元素 a ,且元素的个数不能少于 2.

解: B 集合 M 中有 2 个元素时,有 $\{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}$;有 3 个元素时,有 $\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}$;有 4 个元素时,有 $\{a, b, c, d\}$,故选 B.

规律总结:由题意可知集合 M 中一定含有元素 a ,而且还含有其他元素.

2. 用分析与综合的方法解集合相等题

【例 3】已知集合 $A = \{x, x^2, y^2 - 1\}$, $B = \{0, |x|, y\}$,且 $A=B$,求 x, y 的值.

题眼点拨:若两集合相等,则两集合中元素对应相等,由此建立等量关系.要注意集合中元素的互异性.

解:由 $A=B$,且 $0 \in B$,得 $0 \in A$.若 $x=0$,则 $x^2=0$ 且 $|x|=0$,这样集合 A 与 B 中均有两个元素为 0,不合题意;同理: $x^2=0$ 也不合题意.所以 $y^2-1=0$,解得 $y=1$ 或 $y=-1$.若 $y=1$,则 $1 \in B$.因为 $A=B$,所以 $1 \in A$.若 $x=1$,有 $x^2=1, |x|=1$,不合题意,舍去.若 $x^2=1$,有 $|x|=1$,不合题意,舍去.若 $y=-1$,则 $-1 \in B, -1 \in A$,所以 $x=-1, x^2=|x|=1$,于是有 $A = \{-1, 1, 0\}, B = \{0, 1, -1\}$,即 $A=B$.综上知 $x=-1, y=-1$.

规律总结:此类问题在分析时要充分注意集合中元素的互异性.利用集合相等的定义判断两个有限集相等时,一般采取先从特殊值出发,再用分类讨论的方法解决,这样有利于简化解题过程.

3. 分类讨论的思想

【例 4】已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$.若 $B \subseteq A, B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$.求实数 m 的取值范围.

题眼点拨:由题意 $B \subseteq A$, 即 B 是 A 的子集, 知集合 B 中的元素都在集合 A 中, 这里要注意 B 是空集的情况不能漏.

解:由 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, 得 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, 因为 $B \subseteq A$, 所以①若 $B = \emptyset$, 则 $m+1 > 2m-1$, 即 $m < 2$, 此时满足

$$B \subseteq A; \text{②若 } B \neq \emptyset, \text{ 则 } \begin{cases} m+1 \leq 2m-1, \\ m+1 \geq -2, \\ 2m-1 \leq 5, \end{cases} \text{ 解得 } 2 \leq m \leq 3, \text{ 由①、②}$$

可得, m 的取值范围是 $m \leq 3$.

规律总结:解决这一类问题时要注意空集是一个特殊的集合, 它是任何集合的子集, 解题时不要漏掉这一点, 同时分析两个集合的关系时, 减少出错的一个有效方法是利用数轴进行分析和求解.

4. 结论反思

【例5】集合 $\{a\}, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, d, e\}$ 分别有哪些子集?

题眼点拨:写一个集合的子集时, 我们可以按子集的元素个数一一分类来写.

解: $\{a\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}$, $\{a, b\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$, $\{a, b, c\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$, $\{a, b, c, d\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 的子集有 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}, \{b, c, d, e\}, \{a, b, c, d, e\}$.

规律总结:集合 $\{a\}$ 有 1 个元素, 有 2 个子集; 集合 $\{a, b\}$ 有 2 个元素, 有 2^2 个子集; 集合 $\{a, b, c\}$ 有 3 个元素, 有 2^3 个子集; 集合 $\{a, b, c, d\}$ 有 4 个元素, 有 2^4 个子集; 集合 $\{a, b, c, d, e\}$ 有 5 个元素, 有 2^5 个子集. 由此猜想: 若一个集合有 n 个元素, 则它有 2^n 个子集. 若除去空集, 则有 $(2^n - 1)$ 个非空子集, 若再除去它本身, 则有 $(2^n - 2)$ 个非空真子集.

反思应用:已知集合 $M \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 且 $M \subseteq \{0, 2, 4, 8\}$. 则集合 M 的元素个数最多是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解:C **点拨:** M 为空集或 M 中的元素必须是这两个集合的公共元素, 故 M 共有 8 种可能, 其中元素最多的就是 $M = \{0, 2, 4\}$.

三、综合思维探究题

1. 用数轴解集合中的包含关系

【例6】已知集合 $A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$, 集合 $B = \{x | 4x + m < 0\}$, 当 $A \supseteq B$ 时, 求 m 的取值范围.

题眼点拨:若集合 B 是集合 A 的子集, 则表示在数轴上, 集合 B 表示的范围在集合 A 之内, 这样可以直观地解出 m 的取值范围.

解:由题意, 得 $B = \left\{x \mid x < -\frac{m}{4}\right\}$. 因为 $A \supseteq B$, 所以由图 1-2-2, 可得 $-\frac{m}{4} \leq -2$, 所以 $m \geq 8$.

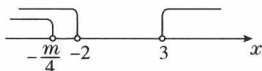


图 1-2-2

规律总结:用数轴或图像可以把集合直观形象地表示出来, 从而得出解题思路, 要注意表示集合时必须准确.

2. 新思维探究

【例7】设集合 $S_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, 若集合 $X \subseteq S_n$, 把集合 X 的所有元素的乘积称为集合 X 的容量 (若集合 X 中只有一个元素, 则该元素的数值即为它的容量, 规定空集的容量为 0). 若集合 X 的容量为奇 (偶) 数, 则称集合 X 为集合 S_n 的奇 (偶) 子集. 若 $n=4$, 则集合 S_n 的所有奇子集的容量之和为多少.

题眼点拨:此类问题是一类新定义题, 应充分理解题目中新定义的内容, 即集合的容量, 然后找出 S_n 的奇子集即可解.

解:由题意可知, 集合 X 为集合 S_n 的奇子集时, X 中的所有元素均为奇数, 故 $n=4$ 时, S_n 的所有奇子集有 $\{1\}, \{1, 3\}, \{3\}$, 故 S_n 的所有奇子集的容量之和为 $1+1 \times 3+3=7$.

规律总结:信息给予型的题目一定要读懂题意, 在准确把握给予的信息之后再行思考. 这类问题往往解决起来并不困难, 理解题意是关键.

趁热打铁 (100)

1. (针对二-1) 求满足条件 $\{1, 2, 5\} \subseteq M \subseteq A = \{1, 4, 8, x, y, x-y\}$ 的所有不同集合 M 的个数.

2. (针对二-2) 设两个集合 $A = \{1, a, a^2 + a + 2\}$, $B = \{0, a + 1, b + 1\}$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $A = B$, 求 a 和 b 的值.

3. (针对二-3, 4) (1) 设集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 6\}$, $B = \{x | m-1 \leq x \leq 2m+1\}$. 已知 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 当 $x \in \mathbf{N}$ 时, 求集合 A 的子集的个数.

4. (针对三-1)若不等式 $0 \leq x+1 \leq 2$ 成立,则关于 x 的不等式 $x-a-1 > 0$ 也成立. 求实数 a 的取值范围.

5. (针对三-2)定义集合运算: $A \odot B = \left\{ z \mid z = \frac{xy}{x+y}, x \in A, y \in B \right\}$, 设集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有非零的元素之积为()

- A. $\frac{3}{5}$ B. 6 C. 12 D. 18

III 三易点点拨

易错点 1: 空集情况的讨论(易漏点)

【例 1】 已知集合 $P = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $Q = \{x \mid mx - 1 = 0\}$. 若 $Q \subseteq P$, 求实数 m 的值.

错解: 由 $P = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, 得 $P = \{-3, 2\}$, 令 $\frac{1}{m} = -3$ 或 $\frac{1}{m} = 2$, 可解得 $m = -\frac{1}{3}$ 或 $m = \frac{1}{2}$.

错解分析: 忽视了集合 Q 为空集, 即方程 $mx - 1 = 0$ 无解的情况. 应分两类即 Q 为空集与 Q 为非空集合来解.

正确解法: 当 $Q = \emptyset$ 时, $m = 0$; 当 $Q \neq \emptyset$ 时, 由 $P = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, 得 $P = \{-3, 2\}$, 令 $\frac{1}{m} = -3$ 或 $\frac{1}{m} = 2$, 可解得 $m = -\frac{1}{3}$ 或 $m = \frac{1}{2}$. 综上所述可得 $m = -\frac{1}{3}$ 或 $m = \frac{1}{2}$ 或 $m = 0$.

易错点 2: $0, \{0\}, \emptyset$ 的区别(易混点)

【例 2】 下列各式中, 正确的个数是()

- ① $\emptyset = \{0\}$; ② $\emptyset \subseteq \{0\}$; ③ $\emptyset \in \{0\}$; ④ $0 = \{0\}$; ⑤ $0 \in \{0\}$;
⑥ $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$; ⑦ $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$; ⑧ $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$.

- A. 5 B. 2 C. 3 D. 4

错解: A 错解分析: 对元素与集合、集合与集合之间的关系表述掌握不准确, 没有充分理解一些特殊集合的本质. 其中②⑤⑦⑧正确. 正确解法: D

IV 课后巩固训练 (101)

A组 基础针对性训练

一、选择题

- 已知集合 $S = \{a, b, c, d\}$, 则包含元素 a, b 的 S 的子集共有()
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 4 个
- 设集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是()
A. $a \geq 2$ B. $a \leq 1$ C. $a \geq 1$ D. $a \leq 2$

我先走。(打一数学名词)

3. 若集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$, 且 $B \subseteq A$, 则满足条件的实数 x 的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2x + a = 0\}$, 若集合 A 有且仅有两个子集, 则 a 的值是()

- A. 1 B. -1 C. 0, 1 D. -1, 0, 1

二、填空题

5. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, $A = \{(x, y) \mid y = x\}$, $B = \left\{ (x, y) \mid \frac{y}{x} = 1 \right\}$. 则 A, B 的关系是_____.

6. 集合 $A = \{x \mid 0 \leq x < 3, \text{且 } x \in \mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是_____.

7. 已知集合 $A = \{x \mid a < x \leq 2a + 1\}$, $B = \{x \mid x \geq 2 \text{ 或 } x < -1\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是_____.

8. 设集合 $A = \{-1, 1\}$, 集合 $B = \{x \mid x^2 - 2ax + b = 0\}$, 若 $B \neq \emptyset$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 a, b 的值分别为_____.

三、解答题

9. 已知 $a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}$, 集合 $A = \{2, 4, x^2 - 5x + 9\}$, $B = \{3, x^2 + ax + a\}$, $C = \{x^2 + (a+1)x - 3, 1\}$, 求:

(1) $A = \{2, 3, 4\}$ 时的 x 的值;

(2) 使 $2 \in B, B \subseteq A$ 时的 a, x 的值;

(3) 使 $B = C$ 时的 a, x 的值.

B组 综合运用提高训练

一、出题角度题

1. (出题角度:子集的概念及求子集的个数)已知集合 M 满足 $\{2,3\} \subseteq M \subseteq \{1,2,3,4,5\}$, 求满足条件的集合 M 及其个数.

2. (出题角度:集合间关系的确定)已知集合 $M =$

$$\left\{x \mid x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbf{Z}\right\}, N = \left\{x \mid x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbf{Z}\right\}, P =$$

$$\left\{x \mid x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbf{Z}\right\}, \text{试确定 } M, N, P \text{ 之间满足的关系.}$$

3. (出题角度:空集的考查)已知集合 $A = \{x \mid 1 < ax < 2\}$, $B = \{x \mid |x| < 1\}$, 求满足 $A \subseteq B$ 的实数 a 的取值范围.

二、实际应用题

4. 某日,一农夫带着一只狼、一只羊和一篮菜要驾船将它们带到河的对岸,但是农夫每次驾船只能运送一样东西,并且农夫不在场的情况下,狼会把羊吃了,羊会把菜吃了.
- (1)请写出集合{农夫,狼,羊,菜}的所有子集;

- (2)请设计一个可行的方案,帮助农夫把狼、羊和菜运送到河对岸.

三、课标新型题

5. (探究题)已知非空集合 P 满足:① $P \subseteq \{1,2,3,4,5\}$;②若 $a \in P$, 则 $6-a \in P$, 符合上述条件的非空集合 P 有多少个? 试写出这些集合来.

6. (新定义型题)已知集合 A_1, A_2 满足 $A = \{x \mid x \in A_1, \text{ 或 } x \in A_2\}$, 则称 (A_1, A_2) 为集合 A 的一种分拆, 并规定: 当且仅当 $A_1 = A_2$ 时, (A_1, A_2) 与 (A_2, A_1) 为集合 A 的同一种分拆, 则集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 的不同分拆的种数是()
- A. 27 B. 26 C. 9 D. 8

温馨提示

本节习题中你哪儿做错了? 请将你的错误抄写在本书最后的“一度闯关题”中, 一定要通过认真反思错误来分析自我差距哦!