

教育部審定

初級中學

代數學

上

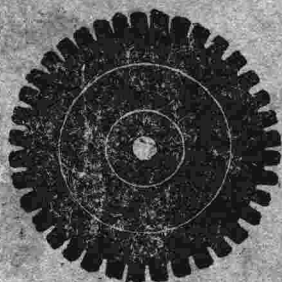
冊

著者
編校

黃戴任

泰清誠

維



正中書局印行

本書奉 教育部普總陸7第17602號批審定



中華民國二十八年六月八日出版
中華書局

初中代數學

上册 實價國幣六角八分
(外埠酌加運費匯費)

編	著	者	黃		泰
校	訂	者	戴	維	清
發	行	人	任	秉	誠
印	刷	所	吳	中	常
發	行	所	正	中	局
			正	書	局

(109)

由書業公會呈准教育部。凡二十六年一月以後印刷之教科書，照實價增加三成發售

輯 編 要 旨

一. 本書編輯時遵守一般原則.

- (a) 適合部頒標準.
- (b) 恰合時代需要.
- (c) 適應學生程度.
- (d) 銜接高中課程.
- (e) 注意心理次序.
- (f) 力求切於實用.

二. 本書文字敘述力求淺易暢達,說理鮮明確切,希達到讀者自習即能了解之目的.

三. 本書注意養成讀者對於數的觀念務使正確,則應用自能無誤.

四. 本書重視基本方法之訓練及應用,如對簡易方程式之解法及應用,在書中有不斷的出現,自能使讀者練習純熟,運用自如.

五. 本書甚重心理次序,下筆時處處注意實際教學情形,務達到“教者易教學者易學”八字,如對多項式之

乘除在簡易四則中較難,依舊法敍列頗覺難易不稱,移後分立專章,似覺注意力較專,且有充分練習之機會.

六. 本書恰合初中部訂時間之用.習題豐富,平均每小時至少有一習題,每章之末有復習題.一按初中實際教學,每次講演約念餘分鐘,其餘時間應充分利用板演並校正之用;同時命在座學生自動演習並校對,並隨時爲之解決疑問,如是演草調閱,則錯誤多已自動改正,教者可省力不少,讀者反獲益甚多.授完每章,可作三十分鐘或一小時之測驗.如是進行,成績自有可觀.

七. 本書算式理解求淺易明達,易爲初中學生領悟.其中有一二算式證明較繁複者,當於高中代數學中證之,以免讀者糾纏,妨礙進度,書中均有分別聲明.

八. 簡易不等式一章,在部訂綱要中列爲上册教材.本書上册教材已多,改列下册.

目 次

第 一 章	文字數及代數式	1
第 二 章	簡易方程式 (一)	15
第 三 章	正負數	27
第 四 章	簡易方程式 (二)	45
第 五 章	基本四則運算	54
第 六 章	多項式乘法	77
第 七 章	多項式除法	90
第 八 章	一次方程式及應用問題	103
第 九 章	<i>in</i> 一次聯立方程式	122
第 十 章	圖解	139
第 十 一 章	乘除公式及因子分解	149
第 十 二 章	最高公因式及最低公倍式	172
第 十 三 章	分式	184

初中代數學

第一章

文字數及代數式

1. 代數學的目的 小朋友：今天第一天學代數，大家心中一定都存個疑問：代數是什麼？我們看“代數”這兩字，就想起要用什麼符號來代替數目了。果然！我們是用許多文字，如 $a, b, c, \dots, x, y, z$ ，等來代替數目的。

大家要問：用文字代數目，有何益處？益處很多！先說兩種，給大家聽：

(一) 立式簡便 如在算術上說：大小二數之差，是小數的三倍。這句話寫成算式，當是

$$\text{大數} - \text{小數} = 3 \times \text{小數}.$$

現在代數上可用一文字 a 代大數， b 表小數，則上面一句話，可用下面很簡單的算式表示：

$$a - b = 3 \times b$$

那一種寫法簡便？

(二)應用普遍. 如在算術上說:某人一小時行 10 里,兩小時行 20 里,三小時行 30 里等.現在可用一文字 d 代距離, v 表速度, t 表時間,上面的情形,就可以歸納起來,知道速度乘時間,總等於距離,即

$$d = v \times t$$

只要知道速度和時間,代進去,就能求得距離.這便是個等速運動的公式,古今中外,無不通用,其應用是何等普遍呢!

結論. 代數是算學的一科,用文字代數目,研究數的性質和應用,擴大算術範圍,以求運算簡明和應用普遍.

• 2. 文字數. 用文字代表的數目叫文字數,如上節所用的 a, b, d, v, t 等都是文字數

數字表示的數目就叫數字數,如 11, 13, 15 等.

文字所代表的數,稱為文字的值,如 $a=5, x=10$, 就是 a 的值為 5, x 的值為 10.

3. 符號.

A. 運算符號. 代數的運算符號同算術一樣,且具相同意義.

加號 (+) 如 $2+3$ 讀作‘2 加 3’

$a+b$ 讀作‘ a 加 b ’

減號(-) 如 $5-4$ 讀作‘5減去4’

$a-b$ 讀作‘a減去b’

乘號($\times$) 如 2×3 讀作‘2乘以3’

$a\times b$ 讀作‘a乘以b’

注意 數字數同文字數相乘,或文字數與文字數相乘,乘號可略去不寫.

如 $3\times a\times b$ 可寫作 $3ab$, $x\times y\times 5$ 可寫作 $5xy$, 數字總寫在文字前面的.

有時在兩數中間記一點,表明相乘的關係,如 $a\cdot b$. 若兩個數字數相乘,乘號是不能省略的.

如 3×5 絕不能寫成 35 . 但如於 $3, 5$ 中間,記一點,亦可. 如 3×5 可寫成 $3\cdot 5$, 但不能寫成 3.5 , 以免與小數點混淆.

除號($\div$) 如 $8\div 5$ 讀作‘8除以5’

$a\div b$ 讀作‘a除以b’

注意 代數上的除號($\div$)寫作‘/’的也很多.

如 $a\div b$ 可寫作 a/b , 斜線左面的 a 是被除數, 右面的 b 是除數.

B. 關係符號 代數的關係符號, 也同算術一樣, 且具相同意義.

大於($>$) 如 $5>3$ 讀作‘5大於3’

$a > b$ 讀作‘ a 大於 b ’

小於($<$) 如 $3 < 5$ 讀作‘3小於5’

$a < c$ 讀作‘ a 小於 c ’

等於($=$) 如 $9 = 9$ 讀作‘9等於9’

$x = y$ 讀作‘ x 等於 y ’

C. 結合符號——括號 常用的括號有括線——,及三種括弧(), { }, 及 [], 其用意與在算術上一樣.

如 $8 - (5 - 3)$ 表示5減去3後再從8內減去.

$a - (b - c)$ 表示 b 減去 c 後再從 a 內減去.

所以用一個括號括起來的,可以當作一個數目看.如
 $a - (b - c)$, 這個 $(b - c)$ 便當作一個數目看.

習 題 一

答下列各問:

1. 代數上用文字代表的數目,叫什麼數?
2. 用數字表示的數,叫什麼數?
3. 用文字代數目,有何益處?
4. 試用文字 a 代大數, b 表小數,則大數與小數的和是小數的七倍,這句話可用何式表示?
5. xyz 與 $x + y + z$, 這種寫法,其意義有何不同?

6. $8x+b$ 和 $8ab$ 同不同?
7. 設 $2x$ 大於 $3y$, 可用何式表示?
8. $x-(y-z)$, 用一句話表示這個式子的意思.
9. $15-(9-6)$, 這個式子應該如何運算?
10. $21-[13-(18-15)]=?$

4. 運算次序.

規則一. 如算式中止有加減兩種運算, 按原式次序由左而右計算.

如 $8+5-6=13-6=7.$

規則二. 如算式中止有乘除兩種運算, 按原式次序由左而右計算.

如 $9 \div 3 \times 4 = 3 \times 4 = 12$

規則三. 如算式中有加減乘除四種運算, 應先作乘除再算加減.

如 $12+24 \div 6-2 \times 5=12+4-10=6.$

又如 $50-4 \times 8 \div 16=50-32 \div 16=50-2=48$

習題二

計算下列各式的值:

1. $13+4-9+2-6$.
2. $21-8-5+19-7$.
3. $18\times 2+27\div 3-9\times 4$.
4. $42\div 6\times 5-8\times 3\div 4$.
5. $121\div 11\times 12+7\times 4-60\div 15-21$.
6. $4-54\div 18+3\times 16\div 8-2\times 3$.
7. $112-30\times 2\div 4-81\div 27\times 4$.
8. $1-51\div 17\div 3+6\times 15\div 18$.

5. **因子.** 幾個數目連乘, 我們稱每一數是乘積的因子.

如 $2\times 3\times 5=30$, 我們說 2, 3, 5, 都是 30 的因子.

又如 $3\times a\times b=3ab$, 所以 3, a , b , 都是 $3ab$ 的因子.

又如 $5(x+y)$, 也可以說 5, $(x+y)$ 都是 $5(x+y)$ 的因子.

6. **指數.** 兩個或幾個同因子連乘, 可寫成下列的式樣:

(一) 3×3 可寫作 3^2 . 讀作 '3 的平方'.

(二) $a\times a$ 可寫作 a^2 . 就讀作 ' a 平方'.

(三) $3\times 3\times 3\times 5\times 5=3^3\times 5^2$ 讀作 '3 的立方乘 5 的平方'.

(四) $a \times a \times a \times b \times b = a^3 b^2$ 讀作‘ a 立方乘 b 平方’。

寫在一個數字或文字右上角的那個數目，叫做指數。
如 3^2 ，及 a^2 。指數都是 2。又如 $a^3 b^2$ ， a 的指數是 3， b 的指數是 2。

注意 3^1 就是 3， a^1 就是 a ，指數若是 1，是省略不寫的。

7. 係數 幾個數(或文字)相乘之積中，以一因子為主，則其他諸因子的乘積稱為此因子的係數。

如 $3x$ ，以 x 為主，3 便是係數。又如 $4ax^2$ ，以 x^2 為主，係數是 $4a$ 。若以 ax^2 為主，係數便是 4。

通常數字的因子，總列入係數的。

係數是數字的叫數字係數。係數是文字的叫文字係數。

如 $3x$ ，係數 3 是數字係數，又如 ax ，係數 a 便是文字係數。

注意 係數若是 1 不必寫出。

如 $1x$ 就寫作 x ； $1ax^2$ 就寫作 ax^2

習題三

讀出以下各數(1—6)：

1. 5^4 .

2. $3^2 \times 4^2$

3. $2^3 \times 5 \times 7$.

4. $4^3 \times 5^2 \times 11$.

5. $5a^3b^2$.

6. $7x^2y^3z$.

7. 因子和係數有何不同?

8. $3(x+y)$ 中, 3 是 $3(x+y)$ 的什麼? 而 3 是 $(x+y)$ 的什麼?9. $6a^2b^3$ 中, 6 的指數是什麼? a, b 的指數各是什麼?10. $5y$ 中的係數 5, 是叫什麼係數?11. ay 中的係數 a , 是叫什麼係數?12. $4ax$ 中係數 $4a$, 是叫什麼係數?13. $11x^2y$ 如何讀法? 其中 x 的指數是什麼?14. $8x^2y^3$ 如何讀法? 其中 y 的指數是什麼?15. $5^2 \times 2^3$ 是多少?16. 求 $5^2 - 3 \times 2^3 + 8$ 的結果.

8. 項. 一個數或幾個數相乘或除, 總稱為一項.

如 $25, a, 5x, xy, 2a^2x, \frac{3x^2}{y}, \frac{2x^2y}{z^2}$ 等各為一項.

✓ 若干項用加減號聯絡起來成一算式, 稱為代數式, 或簡稱為式.

如 $25 + a - 5x, a + xy - \frac{3x^2}{y}, \frac{2x^2y}{z} + \frac{y}{x} + 1$ 等都稱為代

數式.

依定義,知一代數式中各項,是由加減號隔開,不是由乘除號隔開的.

習題四

說出下列各代數式有幾項:

1. $x^2 + 2xy + y^2$.

2. $x^4 + 3ax^2 - \frac{a^2x}{7} + 8$.

3. $\frac{a^2x^2}{16} - \frac{abx}{6} + \frac{b^2}{9}$.

4. $(a+b)^2 - 2(a+b)(c+d) + (c+d)^2$.

5. $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$.

6. $\frac{6x-1}{3} - \frac{x+8}{5} + 1$.

9. **同類項.** 除係數外其餘文字部分完全相同的項,叫同類項;否則叫異類項.

如 $3a$ 與 $5a$; $2x^2$ 與 $3x^2$; $6xy^2$ 與 xy^2 等每組都是同類

項.

又如 $3a$ 與 $2b$; $3x^2$ 與 $3xy$, $2x^2y$ 與 $3xy^2$ 等都是異類

項.

習題五

指出下列各式中的同類項：

1. $7a^2 + 3a - a^2 + 2a + 1.$

2. $4ax - ax + 4a^2x + a^2x^2.$

3. $6x^3 + 6y - 2x^2 - 5x^3 + 31y.$

4. $3x^2y - 2xy^2 - 8x^2y + 11xy^2.$

5. $\frac{ab}{3} + a^2 + 5ab + \frac{1}{3}.$

6. $\frac{a^2y^3}{3} + 4 - \frac{a^3y^2}{2} + 11.$

0. 同類項合併法.

問題一. 三個銅元加五個銅元等於幾個銅元?

答：八個銅元.

問題二. 三個 10 加五個 10 等於幾個 10?

答：八個 10.

問題三. 三個 a 加五個 a 等於幾個 a ?

答：八個 a .

寫成算式就是 $3a + 5a = (3 + 5)a = 8a.$

問題四. 三個 xy 加五個 xy 等於幾個 xy ?

答：八個 xy .

寫成算式就是 $3xy + 5xy = (3+5)xy = 8xy$.

問題五. 六個 a^2 減去四個 a^2 還有幾個 a^2 ?

答: 兩個 a^2 .

寫成算式就是 $6a^2 - 4a^2 = (6-4)a^2 = 2a^2$.

法則. 兩個同類項相加(或相減), 結果仍是一同類項, 其係數等於原來兩項係數的和(或差)

這便稱為同類項合併的法則. 這個法則可推廣到任意若干同類項的合併.

如 $8x - 5x + 3x - 4x = (8-5+3-4)x = 2x$

又如 $5xy + 7xy - 6xy = (5+7-6)xy = 6xy$.

習 題 六

合併下列各式的同類項:

- $3a + 4a - 5a + a$.
- $6ab + 9ab - 8ab$
- $7ab^2 - 6ab^2 + 13ab^2$.
- $8a + 7b - 5a - 4b$.
- $13ax + 9by - ax - 8by$.
- $12x^2y^3 + 4x^3y^2 - 2x^2y^2 + 5x^2y^2 - 3x^3y^2$.
- $\frac{x}{3} + 6x - \frac{2x}{3} - x$.
- $4abc - \frac{3}{5}abc + \frac{1}{2}abc$.

9. $15x + 4y + 3 - 6x - 3y - 6.$

10. $4x - 3x + 17y + 9x - 12y - 4y.$

11. 代數式的值 若已知一代數式內各文字的值, 分別代入式內, 算出來的全式的值, 稱為代數式的值.

例一. 設 $a=1, b=2, c=3$, 求 $3a+4b-c$ 的值.

解. 將 a, b, c 的值代入, 得

$$3a+4b-c=3 \times 1 + 4 \times 2 - 3 = 8.$$

例二. 設 $x=3, y=2$, 求 $3x^2-2xy+5y^2$ 的值.

解. $3x^2-2xy+5y^2=3 \times 3^2-2 \times 3 \times 2+5 \times 2^2$

$$=27-12+20=35.$$

例三. 設 $x=3$, 求 $3x^2-x^2+4x-x-5$ 的值.

解. $3x^2-x^2+4x-x-5=2x^2+3x-5$

$$=2 \times 3^2+3 \times 3-5=22.$$

由例三知式中若有同類項, 應先合併而後將數值代入計算, 則較簡易.

習 題 七

設 $x=1, y=2, z=3$, 求下列各式的值:

1. $8x^2y^3z.$

2. $3x+4y-z+2.$