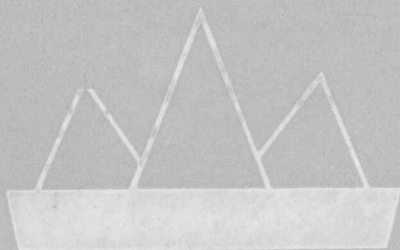


小學教師學習叢書

小學算術心理及教學法

吳志堯編



小學教師學習叢書

小學算術心理及教學法

吳志堯編

商務印書館發行

一九四九年十二月第一版

(39784.2)

小學教師學習叢書 小學算術心理及教學法一冊

基價肆元伍角

印刷地點外另加運費

版 權 所 有
翻 印 必 究

編纂者 吳志堯

發行人 陳懋解

上海河南中路

印刷所 商務印書館

發行所 各地商務印書館

通

目 錄

第一章	算術教學的新趨勢	1
第二章	一個新的算術課程	17
第三章	學習算術的困難	31
第四章	診斷和補救	44
第五章	計算方法的改進	53
第六章	動機	75
第七章	練習	82
第八章	應用問題	94
附錄	關於改進小學算術科課程標準的意見	106
後記		117

小學算術心理及教學法

第一章 算術教學的新趨勢

一 算術教學的改造

算術在過去的小學課程上是主要科目之一。它何以能夠取得主要的地位呢？因為有這樣一個假定，以為算術可以訓練思想，增進智慧。現在才知道，這種假定是由於錯誤的學習心理的見解。從算術本身的作用方面看，它可以表示，試測或選擇智慧的程度，倒比培養或訓練思想來得強些。其實，只要凡是兒童所感覺興趣的工作，哪一件不能訓練思想？拿算術去訓練思想，特別是用那些和實際經驗相隔絕的算題，實在是得不償失，也許是捨本逐末的。

舊式算術教科書裏，像繁分數，立方根，繁複的度量衡一類的教材，原本當然不是那樣繁瑣，也是為了實用的目的才教的。後來逐漸和實際經驗脫節，實用的目的幾乎已經忘卻，把它們當作訓練思想的工具。從此愈變愈複雜，除出極少數特殊兒童，大

都望而生畏，養成一種懼怕厭惡的心理，彷彿算術是一件高不可攀的東西。其實所可懼怕的，何嘗是算術本身呢？錯誤的見解，故弄玄虛的方法，才真使兒童難以接近。至於那些艱奧的應用問題，一則由來已久，二則考試時往往有這些問題，因此教科書裏也加入了這一類的題目。

現在的見解已很不相同。一般人認為兒童的推理能力是逐漸發展成熟的。推理能力逐步成熟，適合他需要的各種經驗也自然能養成的。我們倘能留意兒童的需要，隨機施教，各種應用的技能，自然會逐漸學習。因此，新的主張便以為一切教學應適合兒童身心成熟的程度。當然算術教學也不能例外。例如，數的觀念，在兒童心智發展之中，由於各種內發的需要，與環境多方面的接觸，自然會逐漸形成。再如，計算的技能，也因為實際生活的需要，無形中經過許多適當的練習，大多數兒童不但能做，而且是樂於去做的。由於這種見解，算術課程正在產生不少良好的進步，和過去相比，算術教學較為顯著的改造有以下這幾方面：

1. 教學目標更趨於實際，和現實的生活情境密切協調。為了應付考試所設的那些矯揉造作的材料，已經顯見減少。同時幫助兒童正確而迅速地解決日常計算問題則見增多。

2. 教學初步計數和識數，盡量利用兒童的經驗與活動。

3. 在低年級裏，從實際的轉移到抽象的數的經驗，其間的

過渡更趨於緩慢，使這種過渡逐漸進展。

4. 各種單純的抽象的四則練習延遲教學的時期。

5. 有些材料延遲教學，有些材料竟取消了，其結果，各年級算術練習的份量已經減少。

6. 因為學校生活裏供給更多應用計算的機會，數量知識與計算方法的教學和實際的計算相互聯繫，機械的教學方式也減少了。

7. 若是供給更多的計算情境與經驗，應用問題的教學比以前反見提早。

8. 較為複雜的四則計算練習，延遲到兒童已相當成熟能學的時候再行教學。

9. 應用問題已經簡單化，其中文字與名詞已經改用普通語文，問題所包含的情境也都是現實的，以前教科書與練習材料裏那些故意造作，使兒童捉摸不定的題目已大都淘汰。

10. 練習方法的改進使數的運用與計算手續成為機械的，正確的，而又是自然的動作。每個練習都有特殊的作用，同時練習材料依據兒童實際可能熟習的程序，加以組織排列。

11. 教材與教具使兒童能自動利用，讓他們自己會負責去達到應該完成的作業，正式教學與一般共同的練習也便減少。

12. 個別差異有更多的注意。教學目標與課程標準已經分

化，使能有有多的適應，使學習遲緩的兒童也能夠有充分的學習。教學時有各種根據能力不同的分組。個別教學盡可能充分施行。

總之，低年級非正式的算術教學，利用各種活動，使兒童自然獲得許多數的經驗與計算方法，因而避免了許多對於算術的畏懼與負擔。教材按年作適當的分配，使兒童不至有許多不必要的，甚至於錯誤的練習。同時，以前一般流行的弊病，如猜數，扳指，記數與草率學習，缺少興趣等都顯然減少了。延遲四則的形式練習，使教師有較多機會鼓勵兒童去做實際的應用問題的解答。也許有人一時還不相信，兒童在四則的形式計算方面不過只有偶然的一些非正式教學，可是他們將實際經驗裏所自然發生那許多應用問題，竟會解答得那麼令人滿意。

二 延遲算術的正式教學

在一二年級裏，有些學校現在已經取消形式的抽象的計算作業。待兒童對於數的經驗比較成熟的時候，再做這些作業，其結果往往更能滿意。兒童最初所應該有的是對於數量的親切的感覺。並且必須待這種感覺增多之後，數的經驗已相當豐富，形式的計算才會產生對於兒童有益的效果。鸚鵡學語式的那種無意味的反覆，例如背誦『四加四等於八』，沒有什麼價值可言。

必須在各種實際生活的情境裏，讓兒童經驗過各種的四，然後才會發生對於四的真切感覺。

早在二十幾年以前 (1916)，塔洛 (Taylor, T. S.) 在美國紐約市的小學裏做過一個規模較大的實驗，他指出，一年級不學算術的兒童，到三年級末，和從一年級起一直學習算術的兒童相比，他們的算術能力是相等的。稍遲於塔洛 (1919) 另有一個研究，根據四五年級兒童在校外自然運用計數的調查，建議在四年級以前可以毋須做算術的形式練習，他並且認為許多比較複雜和用處較少的算法可以延遲教學，或竟淘汰。此外若干同類的研究都證明正式的算術教學延遲一年或二年，其結果，在通用的標準上，照樣可以達到一般低年級兒童學習算術的成績。目前，不論採取何種練習方式，那些和實際經驗不相干的計算，在新式的前進的小學裏三年級以下幾乎都已經取消了。

德魯蒙女士 (Drummond, M.) 在她的一本算術心理與教學法的書裏，明確主張，沒有一個兒童，在他能夠數東西，並有正確的數的感覺以前，可以教他做形式的算術作業。她相信提前或急於教兒童學習算術是一件徒勞無功的事。經驗告訴我們，數的計算能力與知識和心智的成熟是亦步亦趨相依附着而發展的。與其急於教兒童學習算術，毋寧多多留心他們心智發展的情形來得切要。關於各項教材，在什麼時候開始教學最為適當，以

華虛朋 (Washburne, C. W.) 和他組織的七人委員會的研究規模最大，結果也最有影響。他們的研究包括 148 個城市的幾千兒童，其目標是決定各種算術教材達到哪一個智力年齡，學習起來最適當有效。每一項教材都規定一個適宜於學習的最低與最高的智力年齡，學習起來才適當有效。例如和在 10 以內的加法，最低的智力年齡是七歲四個月，最高是七歲十一個月。這便是說，一般兒童學習 10 以內的加法可以延到三年級再教也不遲。再如，同分母的加減法，最低是九歲十個月，最高是十一歲一個月。換言之，這種教材可以延遲到六年級才教。又如，多位數的除法，依照他們規定的智力年齡，須放到初中一年級才可以教學。這個研究的各項細節可供商討的地方很不少，可是它的基本觀點，無疑是正確的。這基本觀點是『在兒童的心智發展上有一個確定的時期，在這時期以前，教兒童學習某項某項算術材料是不會有什麼真實的效果的，到達這一時期，方才可有相當的成效』。華虛朋的研究在算術課程編制與改造上已經發生影響。例如，有系統的練習，即使是加法練習，延遲到三年級才有；多位數除法延遲到五年級；分數練習延遲到六年級，——這些意見已經都被人接受，並且在若干地方的課程上也已經規定實行了。

另外有一件我們通常都感覺到的事實，便是兒童初進學校，已經有若干數的經驗。有些兒童簡單的計數已經無形中學會。

有一個六歲的兒童，每天玩骨牌的結果，三個月內把加法九九都學會了。兒童在入學之前，計數的機會並不少，積聚的數的經驗也相當的多。這件事實告訴我們很可以信任兒童，在相當時期之內，讓他們從生活裏，去不斷地獲取數的經驗。學校只須促進他們這方面的動機，供給適當的情境便是了。兒童的心智沒有達到相當成熟的程度，在低年級裏勉強他們學習算術的結果，不但使他們厭惡或懼怕算術，並且因為這種不良態度，反而減少他們許多自然獲得數的經驗的機會。

三 簡化算術教材的內容

算術教材應該取決於實際社會生活裏的應用。用什麼，學什麼，至少在小學裏應該作為取材的第一依據。本世紀初，教育界人士已經開始懷疑一般當時通用的算術教科書的內容。1904年麥克茂雷 (McMurry, Frank M.) 首先公開提出一些可以取消的算術教材項目，他的問題是「現行算術課程有哪些教材應該刪去？」後來繼起的研究層出不窮，都一致承認麥克茂雷的建議是合理的，並且提出充分的證明支持他的建議。例如，有一個研究用問卷調查商人對於算術教材的意見，他們也同意許多沿襲的教科書裏的教材刪去以後，可以沒有什麼不方便。近三四十年來許多人的研究，以為算術教材應該刪繁就簡，符合實際的應

用。因此內容簡化的主張可以說完全肯定了。

日常生活所發生的各種問題，的確包含許多計算上的需要。可是實際的計算往往不及對於數量的思考來得多，換言之，思考倒比計算用得更多。而且，即使是比較複雜的思考，當然指實際生活方面關於數量的思考而言，又大都是十二歲兒童的一般智力所能夠做到的。普通一般成人的計算能力比實際應用上的需要也超過得多。總之，日常生活裏應用的計算實在是相當簡單的。一般成人與具有十二歲智力的兒童都能勝任，並且數量的思考更比計算的技能重要而用處多。因此，有些人主張兒童在學校裏不必規定他們必須達到最低限度的算術程度，假使學校裏的算術教學真能使思考與計算技能密切聯絡，至少在理論上這種主張是成立的。因為日常生活所需要的計算能力既有限，如其學校對於培養兒童的思考並不疏忽，那末這些計算能力可以要求兒童達到，並且也是他們所能夠達到的。

百分之九十的成人所用得到的算術，無非整數四則與極少數的分數。日常生活裏用到小數的計算已經極少，成人不過只須懂得小數的讀法已經夠用。許多研究證明分數的應用，最普通的是二分之一，三分之幾，四分之幾。此外，八分之幾，十二分之幾已極少用。至於像二分之一加四分之幾，或八分之幾，加十二分之幾，那真是偶然才有些用處。歸納起來，至低限度必需的算術

不過這些：數字的認識；數的常識和計數（如時間，重量，長度，容積，面積等），數的符號和名稱（如減，進位，整數，零等等）；四則的認識和計算能夠正確而迅速；簡單的分數，小數，百分數和實際需用的度量衡的計算；看了算題或聽人口述算題能夠清楚了解並計算。解答應用問題的能力，比只會計算是重要得多了。計算可以用算盤或計算器，比筆算不但方便迅速，而且也容易正確。可是對於某一個問題的各項條件的認識，和哪一個法則可以應用到這個具體問題，那便很少能夠倚賴計算的工具，必須運用解答應用問題的思考。因此算術教學決不僅要兒童計算得正確而迅速，並且要他們能夠了解各數的意義，同時能夠在自然的情境之中運用這些數的關係。使兒童對於實際問題能夠有充分的智慧的注意，養成他在各種情況之下，能善於將問題正確解答，這才是根本的要求。當然，這種解決問題的能力，有些是無從教學的，只可由兒童推理能力的自然成熟之中去逐漸形成。

適當的教法只須先注意一般兒童都需要的簡單算法。最需要同時也是最困難的地方才可加以練習，例如乘數是 1 的乘法，或是數目上須加一個 0，或如進位加法，數目上沒有 0，而須設想有一個 0 的存在等類的材料。經過這樣的教學，可聽任兒童，在比較豐富的學校學習情境之中，由於學習的遷移，讓他們自己去逐漸擴充。比較聰明的兒童，跟着智力日漸成熟，自然會注意

算法，多方運用的。有些兒童始終不能自由活用，或者說學習的遷移不容易，那末，這便表示這些兒童屬於數的思考有問題，或是對於計算的技能並不感覺有什麼需要。這種情形，我們也只有注意其思考方面狀況與促進他對於計算的需要入手。我們很可以相信，兒童心智漸趨於成熟，適當的環境自會刺激他們，使他們去嘗試，去運用數字。無內在的可能，無適當的情境，一切外鑠的教學，即使有表面的成效，也是臨時的。

四 數的早期心理發展

從兒童入學以前日常活動的記錄，個案研究，和各種關於兒童數的經驗與概念的測驗中，我們可以看到兒童數的概念和應用，與心智自幼稚至成熟的發展，是兩相平行而自然地進展的。根據這類研究的結果，證明一年級算術課程與教科書的許多材料實在是不相干的。在正常環境之內，經過相當時間，兒童自然能夠學會像計數，解決簡單的計數問題，或了解數的關係一類的事。有的兒童，由於先天的好奇，興趣與能力的卓異，學習得更快更多。幼童的數的概念的發展是繼續不斷的一個生長程序，正和說話走路的連續不已的發展一樣。幼童不斷地用數目玩，用數目想，問關於數的問題，試驗關於數的東西，解答他們自己所設想的關於數的問題，利用數作為思想的捷徑。初次顯著表現對於

數的興趣，通常在五六歲的時候。兒童很早便歡喜玩耍包含數的遊戲，例如玩骨牌，豆囊，猜數遊戲等。有一個六歲的天才兒童，給他看十三個銅元，要他數出來，他說『呵！三個四是十二，再加一，便是十三。』有一個研究，證明從幼稚園到小學三年級的兒童，不經正式教學，由於經驗發展的結果，自然學會簡單的分數。問他怎樣會得的，他們說，一個橘子分做兩個半個，分做三份，或是說一塊蛋糕割做幾方。有一個五歲的兒童要求媽媽把麵包切出一半，他說：『我要看看一半一半』。有時他要求把一根繩子分做兩段。假使分得不是正好一半，他便嘖哩咕嚕起來。他又會試做樣子，要求只要半杯水喝；過些時候，他學會要四分之一杯水的樣子。分數的經驗從四五歲培育院的兒童已經常常可以發生。另外有一個七歲的女孩子問她火車票要三分錢一哩，二十五哩要多少錢，她回答說：『三個二十五；二十五，五十，七十五，要七十五分錢』。這個女孩子，從來不曾學過乘法。兒童在適當的機會裏，自然會隨機學習不少關於數的知識與算法。這種學習，不但對他富有趣味，而且也持久。正式教學以前，他們已經相當會運用數目了。

可是兒童在入學前自然獲得的一些數的經驗，個別兒童之間差異很大，同時他們的經驗與社會環境的關係也密切。因此，當兒童入學的時候，要假定他們已經有哪些數的經驗，這是很不

容易列舉的。不過我們可以相信，入學前若干關於數的經驗對於學校裏數的觀念的培養很有幫助，惟須充分注意個別兒童的差異。這裏且舉出幾點一般兒童早期關於數的經驗的情形，可以幫助我們實際觀察時作為參考。

幼童的數的觀念，最初無非是一些不確定的印象，如沒有多少，一些兒，幾個，多一點，少一點，大一點，小一點等等。比較確定的數的觀念是後來才出現的。

幼童數東西，從一個一個的數，進步到兩個兩個，三個三個，或五個五個的數，對於他們解決包含 2×3 ，或 3×4 一類的實際問題，這是一個十分合法的步驟。這是使乘積成為有意義的第一個自然發生的步驟。雖然這個步驟決不能替代初步的乘法九九，當然也不能替代較複雜的乘法，如 25×25 之類。可是乘積的觀念確是這樣開始的。

口頭唱數稍稍早於將實物數得正確，唱數時對於數的觀念仍然是模糊的。能夠從一說到十的兒童，不一定會將十件東西從一數到十。能夠口頭的說與實計的數聯合起來，這是一個顯著的進步。幼童常用手指從一數起，順著將數目數上去。比較大一點才會直接從被加數數上去，如三指加二指，直接從三指數四，五，說出五指。有些兒童會兩個兩個的加上去。

有的兒童，把一組東西看成一個單位，如四根火柴，四個紐

扣，或骨牌上的四點，常比別的年齡相等的兒童遲緩一些。有的兒童彷彿對於這種一組數量的感覺特別顯得欠缺。遲鈍與低能的兒童在這方面的發展幾乎全是落後的。

初級算術教學有希望的新途徑，將是培養兒童關於數的思考，先於有系統的算術教學。一切教學應該和兒童自然的發問相互聯絡。要兒童對於計算的方法加以熟練，惟有等到感覺這種方法的有用與需要，了解方法的意義，並且心智的成熟已經達到使他能夠學習這種方法的程度。教學所最須注意的，不在教材，而在兒童數的學習心理發展的實際情狀。

五 算術教學的進程

學習算術有兩個目標：第一是運用思想於含有數量的情境，第二是計算方法能夠熟練。第一目標和學習語文一樣，數字無非是一種算術的文字。兒童應該熟習若干數的符號，以便使用它們去解決問題，不論是店鋪，工場，或廚房裏的問題，或課本上的問題。計算方法的熟練，要使基本九九的運算能夠自動的隨意的使用，免除冗長的，繁複的計算。

要使教學簡單化，要使學習的力量用得很經濟，應該把學習組成一個順序，成為一個自然的系統，使學習有充分轉移的機會，使教材構成一個適宜於學習的組織。新的優良的算術教學