

湖北省教育厅基础教育处
湖北省教学研究室 组编

湖北省普通高中新课程教学指南

HUBEISHENG PUTONG GAOZHONG XINKECHENG JIAOXUE ZHINAN

【数 学】

主编 周远方 孙延洲



湖北科学技术出版社

《湖北省普通高中新课程教学指南》 从书编写指导委员会

主 任 黄 俭 彭水成

副主任 张祖春 王 强

委 员 丁 萍 方晓波 杨国金 张书灵

「前言」

为积极稳妥地推进我省普通高中数学新课程实验,使教师能准确把握《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《课标》),有效地开展教学活动,实现《课标》提出的目标要求,科学地评价学生的数学学习水平,减轻学生学习负担,确保高中数学课程改革顺利进行,根据我省高中数学教学实际,特制定《湖北省普通高中新课程教学指南·数学》(以下简称《指南》)。

《指南》根据《湖北省普通高中课程设计方案(试行)》中建议的模块开设顺序分模块(或专题)、按章节编写。每个模块(或专题)设有“课程目标”、“内容分析”、“教学要求”、“教学建议”四个栏目。

课程目标 主要是从模块(或专题)的知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观等方面提出了要求。

内容分析 主要是结合教材内容和《课标》要求进行必要的解读,诠释编写意图,概述教材特点,理清教材结构。

教学要求 主要是对教材内容的具体要求,分“基本要求”、“发展要求”与“要求说明”三个方面进行阐述。其中“基本要求”主要是针对高中数学学科知识与能力的学习要求,按《课标》设定的能力层次来制定,并以行为动词来表述,提出学生学习要达成的三维目标,提示教师要完成的教学任务;“发展要求”主要是针对教学中的重难点、学科特点



和学生实际,从三维目标层次提出需要适度拓展的要求;
“要求说明”主要对教学中需注意的地方作出必要的说明。

教学建议 主要是依据教学要求,在具体实施教学过程中,对课时分配、教学方式、学习要求等方面提出了参考建议。

《指南》中使用以下一些行为动词,以界定相关内容的教学要求。

目标领域	水平	行为动词
知识与技能	了解/识别	了解,识别
	理解/独立操作	刻画,理解,归纳,抽象,比较,判定,会求,会画,能,运用
	掌握/应用/迁移	掌握,证明,应用,灵活运用,解决问题
过程与方法	经历/模仿	经历,观察,体验、操作,模仿,尝试
	发现/探索	分析,发现,研究,探索,解决
情感、态度	反应/认同	感受,认识,体会
与价值观	领悟/内化	领悟、获得,形成,内化、发展

《指南》是提纲挈领式的,力图对关键问题作出简要说明,以利于教师在教学时有较大的发挥空间。

目录 MULU



第一篇 必修 1	1
第一章 集合与函数概念	1
第二章 基本初等函数(I)	10
第三章 函数的应用	19
第二篇 必修 4	26
第一章 三角函数	26
第二章 平面向量	36
第三章 三角恒等变换	46
第三篇 必修 5	55
第一章 解三角形	55
第二章 数列	62
第三章 不等式	69
第四篇 必修 2	79
第一章 空间几何体	79
第二章 点、直线、平面之间的位置关系	87
第三章 直线和方程	95
第四章 圆与方程	101
第五篇 必修 3	108
第一章 算法初步	108
第二章 统计	117
第三章 概率	127
第六篇 选修 2-3	136
第一章 计数原理	136
第二章 随机变量及其分布	144



第三章 统计案例·····	152
第七篇 选修 2-1 ·····	162
第一章 常用逻辑用语·····	162
第二章 圆锥曲线与方程·····	170
第三章 空间向量与立体几何·····	181
第八篇 选修 2-2 ·····	188
第一章 导数及其应用·····	188
第二章 推理与证明·····	202
第三章 数系的扩充与复数的引入·····	209
第九篇 选修 1-2 ·····	214
第一章 统计案例·····	214
第二章 推理与证明·····	222
第三章 数系的扩充与复数的引入·····	228
第四章 框图·····	232
第十篇 选修 1-1 ·····	240
第一章 常用逻辑用语·····	240
第二章 圆锥曲线与方程·····	248
第三章 导数及其应用·····	256
附录 关于新旧教材教学内容与教学时数的变化说明 ·····	266
后记 ·····	270

第一章 集合与函数概念



课程目标

1. 通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合的“属于”关系.
2. 能选择自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言的意义和作用.
3. 理解集合之间的包含关系与相等关系的含义,能识别给定集合的子集.在具体情境中,了解全集与空集的含义.
4. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
5. 能使用 Venn 图表达集合的关系及运算,体会直观图示对理解抽象概念的作用.
6. 通过丰富实例,进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型.
7. 感受用集合与对应的语言来刻画函数,体会对应关系在刻画函数概念中的作用.
8. 了解构成函数的要素,会求一些简单函数的定义域和值域;了解映射的概念.
9. 在实际情境中,会根据不同的需要选择恰当的方法(如解析法、列表法、图象法)表示函数.
10. 通过具体实际,了解简单的分段函数,并能简单的应用.
11. 通过已学过的函数特别是二次函数,理解函数的单调性、最大



(小)值及其几何意义;结合具体函数,了解奇偶性的含义.

12. 学会运用函数图象理解和研究函数的性质.

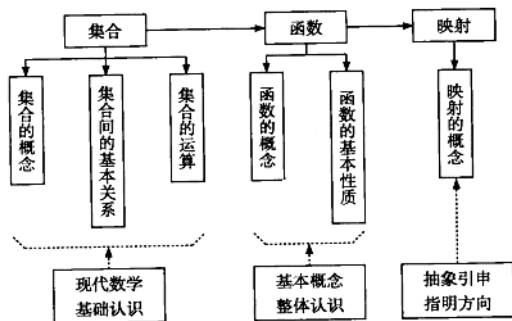


内容分析

(一)知识结构

高中数学教材《必修1》的全部内容都是函数知识的基础部分,而本章是《必修1》的第一部分,即概念和理论部分.本章内容分两部分,前一部分内容是学习和认识集合的概念、有关的专用名词与符号以及集合的三种基本运算.后一部分是学习和掌握函数的概念,内容分为两节.其中一节是学习和认识函数的概念、结构、专用名词与符号、表示法和图象等;另一节是学习讨论函数的单调性、奇偶性、最大(小)值等最基本的性质和特征,学习体会如何研究一个函数的最基本的方法.

本章知识结构图如下所示:



(二)编写特点

1. 认识基础理论,体现数学的思想体系和思维特征

本章是高中数学的第一章,函数知识是高中数学的重要内容和基

础之一,函数(与方程)思想也是重要的数学思想方法之一.但教材并不是一开始就直接对函数的概念进行讨论,而是先介绍比函数概念更基本的数学概念——集合.以此体现数学科学思想体系的思维特征,让学生体验数学理论的高度抽象性,并对数学思想的高度理性化思维模式有点感悟,有利于提高学生的数学素养.与以前的教材相比,新教材把“简易逻辑”部分从“函数”一章中抽出,事实上也突出了对“函数”理论体系部分的要求.

2. 阐述抽象概念,展示研究函数的基本内容和基本方法

在初中学生对函数定义已有了一点感性的认识,而本章是利用现代数学的基本语言(集合语言)和形式化符号语言来重新定义函数.这说明在高中阶段对函数的认识必须高于初中阶段的认识,必须提高一点学生的抽象思维和理性思维层次.而对函数的整体认识主要集中在讨论函数的基本结构、几个最基本的性质(单调性、最大(小)值、奇偶性等)以及图象特征.为后续课程中讨论研究具体的基本初等函数(如指数函数、对数函数、幂函数、三角函数等)拟定了一个大致的研究范围和框架,以及一些讨论研究的思想方法(如数形结合思想、归纳抽象等).

3. 把握难度与高度,指明探讨基础理论的方向

本章的编写注意把握知识难度,准确把握《课标》要求的标高和把握高中生抽象思维层次的高度.以前的教材曾经是由“集合”先定义“映射”,再定义“函数”,这样描述基本上是按照数学的抽象理论体系来表述的.而新教材是把“映射”概念放在“函数”后面,主要是有利于学生更好地理解函数概念的本质,同时也指出了数学从感性到理性的高度抽象发展的方向.“点到为止,指引方向,作好铺垫”,给学生指引了今后进一步研究和深造的一个方向.

4. 提供积极思考、自主探索的空间,使学生主动地学习

丰富学生的学习方式、改进学生的学习方法是高中数学课程追求的基本理念.本章在知识内容的呈现上为引导学生的积极思考、自主探索留下了比较充分的空间.如在研究集合之间的关系时,提出思考:我们知道,实数有加法运算,类比实数的加法运算,集合是否也可以“相



加”呢？这样做的目的主要是设置具有启发性和挑战性的问题，引发学生的思考和探究；再如通过拓展性栏目，引导学生根据自己的兴趣，翻阅更多的资料，经过阅读自学、独立思考、讨论交流获取更多的知识。

(三)重点难点

1. 重点

(1)集合的含义，全集与空集的含义。

(2)两个集合间的包含与相等关系，子集与补集的概念，两个集合的并集与交集。

(3)用集合语言和有关符号表达数学对象或数学内容。

(4)对函数概念的理解。

(5)函数的单调性、奇偶性和最大(小)值的概念及其几何意义。

2. 难点

(1)区别“属于”与“包含”关系，对空集的认识与理解，合理选用列举法或描述法表示集合，Venn图的含义和应用。

(2)对函数概念的理解，对符号“ $y=f(x)$ ”的理解，求函数的值域。

(3)对函数与映射的关系的了解和认识。

(4)对“两个函数相等”的理解。

(5)函数单调性、奇偶性等的证明，函数单调性与区间的关系，函数奇偶性与定义域的关系，求函数的最大(小)值。



教学要求

1.1 集合

基本要求：①了解集合的概念，认识元素与集合间的“属于”关系和集合间的“相等”关系等概念；②会用列举法和描述法来表示集合，能灵活选择自然语言、图形语言、集合语言、符号语言来表示集合；③熟记一些常用数集的专用符号，如 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{Z}$ 、 $\mathbf{N}$ 、 $\mathbf{R}^+$ 、 $\mathbf{N}^+$ 等，并熟练运用；④理解空集的含义，掌握空集特殊的运算性质；⑤理解集合与集合之间的“包含”关系，理解子集、真子集的概念，会写出给定集合的全部子集和真子集；⑥理解两个集合的并集与交集的概念，熟练掌握有关术语和

符号,会求两个简单集合的并集与交集;⑦理解全集和补集的概念,会求给定子集的补集;⑧会运用 Venn 图表达集合的关系及运算,认识直观图示对理解抽象概念的作用;⑨准确运用 $\in$ 、 $\notin$ 、 $\cup$ 、 $\cap$ 、 $\bigcup_{i=1}^n$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 、 $\neq$ 、 $\emptyset$ 等符号.

发展要求:能利用集合的关系和运算及 Venn 图来求有限集合的个数.

要求说明:①要把握好难度,只要求理解集合的描述性定义,不要对集合的严格的数学概念和特征进行讨论,不要求严格讨论“ $\times \times$ 是不是集合”等理论较深的问题;②对较复杂的集合,不要求从理论上严格证明“两个集合相等”;③只要求了解教材中给出的集合运算的最基本性质,不要求补充集合运算的其他基本性质及其证明.

1.2 函数及其表示

基本要求:①理解函数的概念,理解构成函数的三要素(或两大要素);②了解“区间”是一类特殊数集的常用的表示方法,知道“区间”的几何意义,掌握各种不同区间的表示方法和专用符号,并善于熟练使用这些符号来叙述和处理数学问题;③理解函数的三种表示方法:解析法、图象法和列表法.能根据不同的要求和需要灵活选择恰当的方法表示简单的函数;④会(根据约定)求一些简单函数的定义域;⑤能根据函数解析式 $f(x)$ 及给定的自变量值 x_0 来计算对应的函数值 $y_0 = f(x_0)$,会求一些简单函数的值域;⑥了解分段函数的含义,能对一些简单的实际问题建立对应的分段函数数学模型;⑦理解描点法是画函数图象的最基本方法,能用描点法画出一些简单函数的图象及其主要特征;⑧了解映射的概念,能根据映射概念判断一些简单的对应关系是不是映射.

发展要求:①了解复合函数的含义,会求一些简单的复合函数的定义域和值域;②学习应用信息技术绘制函数图象,感悟现代信息技术在学习数学和讨论研究函数时的优越性;③“阅读与思考”中集合元素个数的公式应该让学生认识和知道.

要求说明:①函数值域的讨论不宜过难,或在今后的教学中结合后续内容再逐步加难;②本章函数的教学应基于具体的函数,有关“抽象函数”(指不给出具体的对应规则、只给出抽象的函数符号 $f(x)$ 的函



数)内容不宜引入;③复合函数也不宜过多引申;④对分段函数只是通过一些简单实例了解基本概念和简单应用即可;⑤对有关“求函数表达式”的问题不作要求.

1.3 函数的基本性质

基本要求:①理解函数的单调性的概念和几何意义,掌握根据单调性的定义证明一些简单函数单调性的方法;②能根据函数图象直观地求出单调区间并判断其单调性;③理解函数的最大(小)值的概念及其几何意义,能利用函数图象和单调性求出一些简单函数的最大(小)值;④理解函数奇偶性的概念,掌握根据奇偶性定义判断一些简单函数奇偶性的方法;了解奇偶性的几何意义,认识它是函数图象的一种重要的对称性质;⑤会应用图象来讨论、理解、研究函数,体会利用图象是讨论函数的一种直观形象的方法.

发展要求:能分析讨论某些简单的分段函数和复合函数的奇偶性、单调性、最大(小)值和图象.

要求说明:①研究函数基本性质应局限于具体的简单的函数,不要求讨论有关“抽象函数”的奇偶性;②对偶函数、奇函数图象的“对称性”不要求作严格的证明.



教学建议

(一)课时分配(约 13 课时)

1.1.1	集合的含义与表示	约 1 课时
1.1.2	集合间的基本关系	约 1 课时
1.1.3	集合的基本运算	约 2 课时
小结		约 1 课时
1.2.1	函数的概念	约 2 课时
1.2.2	函数的表示法	约 2 课时
1.3.1	单调性与最大(小)值	约 2 课时
1.3.2	奇偶性	约 1 课时
小结		约 1 课时

(二)教学中应注意的问题

1. 注意点为止,引而不发,准确把握本章《课标》要求

本章教学中应认真领会新课标的要求和宗旨,以熟练掌握基本概念、基本方法为主,以达到在今后学习中能熟练运用、准确理解为主.由于本章的内容就是阐述数学的一些最基本的知识和理论,所以应该体现一点数学基础理论的抽象性、严谨性和数学科学的独特思想方法,使学生初步感受数学抽象的发展过程,感受数学高度理性的思维方法.当然,又要准确把握新课标的标高和高中生思维层次的“度”,主要通过大量已经学过的实例,引导学生从感性认识逐步提高到理性认识,逐步深入理解抽象的数学概念.同时注意点为止,指引方向,引而不发,作好铺垫.切忌节外生枝、盲目引申、好高骛远和拔苗助长的做法,否则必将无形中偏离新课标的宗旨,加重学生的学习负担.

2. 注意培养学生使用数学语言的习惯和素养

本章内容作为数学的基础部分,有大量的新概念、新名词、新符号,在教学中要注意要求学生增强训练,理解并准确运用这些新名词、新符号进行叙述和讨论,认识这是学习数学的一个良好方法,也是数学素养的表现.例如:要注意引导学生理解用描述法 $\{x | p(x)\}$ 这种形式来表示集合的重要性和准确性.在后续学习中,建议要求学生尽量用描述法 $\{x | p(x)\}$ 这种形式来表示集合,这有利于学生养成熟练准确运用数学符号、专用术语的良好习惯,克服想当然的使用一些含糊、模棱两可的非数学语言的坏习惯.

3. 注意控制难度,准确把握学生的思维层次

难度的控制是教学的难点,控制难度不是降低基本要求,对基本概念知识的理解和掌握仍应该达到新课标的要求,只是不要盲目引申推广,搅混了学生对基本概念的认识.例如:

新教材中集合的定义仍然是描述性定义,所以应通过大量实例让学生直观了解这个概念,以学生在今后学习中能顺利识别即可,不宜在理论上深究.要正确理解集合及其元素的两个特征性质(确定性、无重复性)是集合的本质特征.建议教学中不要让学生机械僵化地当教条



记忆,否则不利于学生理解集合的定义特征.集合中元素的无序性只是在讨论两个集合是否相等时才考虑.

对空集的理解是一个难点.应让学生理解:“空集是一个集合”这是一个规定.建议通过大量实例让学生体会“把空集规定为是集合”是集合代数运算体系的需要,也是数学从感性到理性的高度抽象的结果.学生学习中容易在空集的讨论上出现疏漏和错误,往往都是由于对空集的概念和重要性理解不准不深.例如:在讨论集合 $\{x \mid 1 < x < n, n \in \mathbb{N}\}$ 时,不少学生往往错误的认为 n 必须大于1,结果遗漏了对空集的讨论.

本章是利用现代数学的基本语言(集合语言)和形式化符号语言来重新定义函数的.这说明在高中阶段对函数的认识必须高于初中阶段的认识.在初中,学生已通过简单实例对函数的概念有了一些了解,本章是学习函数知识的“螺旋式上升”的第二个循环,所以必须要提高一点学生的抽象思维和理性思维层次,避免学生无意中还停留在初中的认识水平上,对后续的学习产生障碍.

注意引导学生清晰认识函数结构的“三要素”:定义域、对应关系、值域.其中“定义域”和“对应关系”是构成函数的两大要素,而值域是由定义域和对应关系准确确定的,因此,在判断两个函数是否相等时,只需要判断定义域和对应关系是否相同.

注意要逐步修正学生头脑中的原有的不太准确的函数概念,以利于学生数学思维素质的提高.比如,有的学生认为函数就是对应关系 f ,也有的学生认为函数就是函数值 y (即因变量).这些认识都是片面的不准确的,容易在实际应用和数学运用中引发错误.要在大量讨论函数实例中,引导学生注意逐步认识到函数是一个完整的系统,它是由定义域和对应关系两大部分组成,缺一不可.所以给出一个函数就必须给出这两大部分,符号“ $y=f(x), x \in A$ ”是表示函数的一个完整符号,不能省略.教材中有时把“ $y=f(x), x \in A$ ”写成“ $y=f(x)$ ”,这只是一个为了书写方便的“约定”,而并不是说这个函数没有确定的定义域.学生在后续学习中产生的一些知识性错误,往往也就是由于对函数片面的、不准确的认识所造成的.这说明高中提高学生对函数定义的理论认识层次的重要性.同时注意严格把握新课标的要求,不要过多地去讨论和纠

缠函数概念的理论问题,只要求学生能在今后学习中遇到常用的对应和函数时能正确识别即可。

关于映射概念,以前的教材是把映射作为近现代数学的基础理论提出的,并由它导出函数的定义。而新教材是把映射概念移到函数概念之后,其主要理由在于这样可以使学生更好地理解函数概念的本质,认识到这是抽象数学理论进一步深入向基础发展的一个方向。点到为止,指引方向即可,所以不要讨论一些过多过难的映射问题。

在讨论函数的基本性质(单调性、最值、奇偶性以及后面要学的周期性)时,建议强调一下,这是为今后研究新函数给定了一个大致的研究范围和框架,以及一些讨论研究具体函数的思想和方法(如数形结合思想、归纳抽象等)。后续学习与实际应用中遇到一些新函数(如指数函数、对数函数、幂函数、三角函数等)问题时,也主要是讨论这几个方面和运用这几个性质。注意教学中不要再盲目引申进来一些其他的性质进行讨论。

4. 注意在学习基本概念的同时,渗透一些数学思想方法

通过函数图象来研究函数,是体现数形结合思想的重要内容,也是学习数学知识的良好方法之一。所以应该要求学生熟练掌握。但同时要提醒学生注意,图象法只是函数的一个近似表示法,虽然有直观形象的长处,也有不太准确和不太完整的缺陷。因此在开始训练时就应该强调,要比较准确地画出函数的最基本特征(如单调性、奇偶性、最值点、光滑程度等),才能作为讨论函数时的示意图使用。

教学中要注意强调 Venn 图的使用,这有利于学生通过直观的认识加深对抽象集合概念与运算的理解,有利于寻找解题思路,体现数形结合思想。但同时要注意,Venn 图只是集合的一种近似的示意图,它虽然直观形象,但有时不够准确严谨。

5. 注意恰当地使用信息技术,为后续学习打好基础

新教材要求把现代化信息技术应用贯穿在整个高中数学教育中,所以在高中数学的第一章的教学中,在信息技术应用的训练和学习上应着重加强,提高学生实际操作能力,为后续的学习中应用信息技术打下良好的基础。



第二章 基本初等函数(I)



课程目标

1. 通过实际生活和科学技术中的具体实例,了解指数函数模型的实际背景.

2. 理解有理指数幂的含义,通过具体实例了解实数指数幂的意义,掌握幂的运算.

3. 理解指数函数的概念和意义. 能借助计算机软件画出具体指数函数的图象,探索并理解指数函数的单调性与特殊点.

4. 在解决一些简单实际问题的过程中,体会指数函数是一类重要的函数模型.

5. 理解对数的概念及其运算性质;知道用换底公式能将一般对数转化成自然对数或常用对数;通过阅读材料,了解对数的发现历史以及对简化运算的作用.

6. 通过具体实例,直观了解对数函数所刻画的数量关系,初步理解对数函数的概念,体会对数函数是一类重要的函数模型;能借助计算器或计算机画出具体对数函数的图象,探索并了解对数函数的单调性与特殊点.

7. 知道指数函数 $y = a^x$ 与对数函数 $y = \log_a x$ 互为反函数 ($a > 0$, $a \neq 1$).

8. 通过实例,了解幂函数的概念;结合函数 $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^{-1}$, $y = x^{\frac{1}{2}}$ 的图象,了解他们的变化情况.



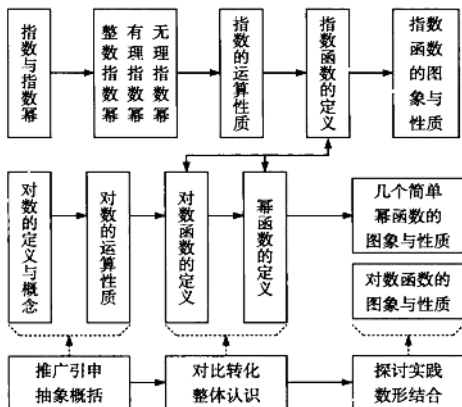
内容分析

(一)知识结构

本章的内容分三大节. 第一节是在初中已学的正整数指数幂概念的基础上,按照数学自身发展完善的思维方法之一和探索创新规律,逐

步引申推广出分数指数幂、负数指数幂、零次幂、无理指数幂,并类比归纳、推广引申出它们的运算法则和规律.再引出指数函数的概念,并按照第一章阐述的研究函数的基本方法和原则,讨论指数函数及其图象的基本性质和特征.第二节是通过对比转化引出对数函数的概念、性质及运算法则和规律.第三节是从另一个侧面对指数、底数和幂进行类比转化引出一般幂函数的概念,但其讨论较为复杂,所以只讨论五种最简单的幂函数及其图象的性质和特征.

本章的知识结构图如下:



(二)编写特点

1. 初步认识,体现研究函数的基本思想和思维特征

本章是在第一章的基础上继续对函数进行深入全面的讨论,其编写特点有些类似前一章,具体内容是较系统、有条理的展示和讨论三个联系较为紧密的基本初等函数(指数函数、对数函数、幂函数).所以其阐述的系统性和理论性仍较强.以此体现数学科学的思想体系和思维