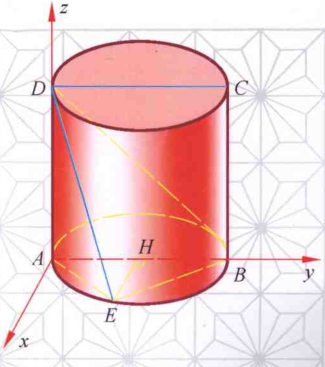
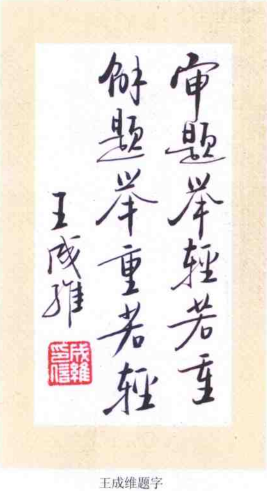
新编中学数学解题方法全书

（高考真题卷）

主编 张广民 王世堑



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



王成维题字

策划编辑 刘培杰
责任编辑 张永芹
封面设计 孙茵艾

哈尔滨工业大学出版社 刘培杰数学工作室
联系地址：哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号
邮 编：150006
联系电话：0451-86281378 13904613167
E-mail：lpj1378@yahoo.com.cn

上架建议：高考数学

ISBN 978-7-5603-2971-0
9 787560 329710 >
定价 38.00 元

新编中学数学解题方法全书

（高考真题卷）

策　划　王成维　刘　勋　冯克俭

顾　问　王连笑　周沛耕　储瑞年

主　编　张广民　王世堑

副主编　王成维　邵德彪　孙宏学

哈尔滨工业大学出版社

HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书汇编了全国（Ⅰ）、（Ⅱ）卷+8 省市自主命题卷+10 省市区新课标等 39 套高考数学试卷。在编写过程中，编者本着“以生为本”的原则，着重突显题目中“审题要津”这一特点，不仅使学生明白题目应该“怎么做”，更重要的是点拨学生应该“怎样想”！本书师生同册、题后随解、教学相长、沟通便利，使每一位读者能从本书中得到“审题举轻若重，解题举重若轻”的启示。

本书适合高中师生及数学爱好者参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

新编中学数学解题方法全书. 高考真题卷/张广民主编. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社,2010.1

ISBN 978-7-5603-2971-0

Ⅰ.新… Ⅱ.王… Ⅲ. 数学课—高中—解题—升学参考资料 Ⅳ. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 209761 号

策划编辑 刘培杰

责任编辑 张永芹

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传　　真 0451-86414749

网　　址 http://hitpress.hit.edu.cn

印　　刷 肇东粮食印刷厂

开　　本 880mm×1230mm 1/16 开 印张 24.5 字数 774 千字

版　　次 2010 年 1 月第 1 版 2010 年 1 月第 1 次印刷

书　　号 ISBN 978-7-5603-2971-0

定　　价 38.00 元

前言

2007年5月底的一天，天津芦台一中冯克俭和育红中学刘勋找到我，商议编写一册各地高考数学试题汇编。他们不仅是主管教学的校长，还都是数学教师。在此之前，我也曾有过类似想法。然而，遍览当时流行于图书市场的这类书籍不下十余种，虽说是逐题详解，但大多是“千篇一律”，照搬“标答”，其克隆痕迹比比皆是。我不甘心拾人牙慧，又一时拿不定主意，为集思广益，便邀请了当时天津实验中学的王连笑，南开中学的王世堃、邵德彪和25中学的陈文胜等几位教师商议。对他们解答高考题的“七步之才”，我是早有耳闻的。共谋“大计”之时，我的态度明朗而坚决：要做，就必须独辟蹊径，独具特色，独具亲和力。而“按章节分类”早有先例；“编一题多解”易堕拼凑；“论命题趋势”难避空泛。在大家议论“如何是好”之际，王世堃老师冒出了：“编写成解法研究如何”？面对这突兀其来“挑战自我”的倡议，一时会场缄默，备受启发的同时，大家也都感受到了“重担在肩”的压力……

那一年，原本计划8月份出版的《试题详解汇集》，直至12月底才以《解法研究与点拨评析》的“新面孔”亮相。“求木之长者，必固其根本。欲流之远者，必浚其泉源”，虽错失商机，却在所不惜。大家相信“独具慧眼”的读者，总会形成一个群体。

功夫不负苦心人，呕心沥血，玉书汝成。该书别具一格的体例，深入浅出的评析，不仅赢得了各地师生的称道，也受到了周沛耕、储瑞年等名师的关注。中等数学教育专家杨之先生感佩之下特为该书作序。

然而，一名身为数学教师的学生家长来电使我惊异，他手持话筒，边读前言边评论“教者把握，题后随解，备课顺手，不假！习者演练，书后附答，用来便利，非也！我的孩子是河北省重点中学的学生，很努力。但面对压轴题也常一筹莫展，好不容易翻到答案，又只见‘身子’不见‘头’，搞得头昏脑胀。”“希望你们能以生为本”，意见尖锐，但中肯。

“以生为本”，这是原则。为此，我们将2008年的《解法研究与点拨评析》的体例，毅然决然地改为“独一无二”的“师生同册，题后随解，教学相长，沟通便利”。与此同时，通过电子邮件征询一些(各地)教师意见时，少数人反对，多数人支持，三七开！

“以生为本”终有回报。不仅高三学生，甚至一部分高一、二的学生也多方求购。

去年书出版之后，我给老友的孙子，西安市高新区一中董哲同学寄去一册，并附一信：“王连笑老师说，把一些不同类型的，原汁原味儿的高考题做透，即能以不变应万变，你可按他的建议专攻这本书。”他照办了，最后他的高考数学成绩是142分。平时，他是班上的中上等生。

事后他的爷爷，资深数学教师，原河北省玉田一中校长董逸民先生来电：“书写得不错，很多题目的解法也很新颖，点拨评析也很透彻。但学生希望得到的不仅仅是题目‘怎么做’，最关心的而是‘怎样想’。”言简意赅，一语中的。

今年，为了满足学生们这个如饥似渴的愿望，我们在编写体例中突出了“审题要津”这一条目。面对本书这一要“筋”，四个多月以来，数十名教师殚精竭虑，数易其稿。我们的感触是：如果把“解法研究”喻为“爬山”，“审题要津”足可称为“负重攀登”，苦！但必须要做，这是教师的职责。难有何惧？我们做了，做得很累，兴趣使然，愉悦自在其中。我们希望每一位读者能从本书中得到启示：“审题举轻若重，解题举重若轻”，这便是我们的初衷。

本书将各地区试卷中，因难度较大而充当压轴角色的选择、填空、解答共96道试题，独立成章，冠名“豹尾篇”，以飨读者。

由于水平所限，不足之处在所难免，恳请读者提出意见。不吝赐教。

王成维

2009年12月

目　录

第 1 章 集合与简易逻辑

1.1 集合的概念与集合运算

一、选择题

1.（09 福建 文 1）若集合 $A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|x<3\}$，则 $A\cap B$ 等于（　　）.

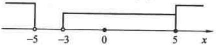
A. $\{x|x<0\}$　　B. $\{x|0<x<3\}$　　C. $\{x|x>3\}$　　D. $\mathbf{R}$

解：∵集合 $A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|x<3\}$，则 $A\cap B=\{x|0<x<3\}$．选 B.

2.（09 辽宁 文 1）已知集合 $M=\{x|-3<x\leq 5\}$，$N=\{x|x<-5或x>5\}$，则 $M\cup N=$（　　）.

A. $\{x|x<-5或x>-3\}$　　B. $\{x|-5<x<5\}$　　C. $\{x|-3<x<5\}$　　D. $\{x|x<-3或x>5\}$

解：根据已知条件，借助数轴，如图所示，即知选 A.



3.（09 辽宁 理 1）已知集合 $M=\{x|-3<x\leq 5\}$，$N=\{x|-5<x<5\}$，则 $M\cap N=$（　　）.

A. $\{x|-5<x<5\}$　　B. $\{x|-3<x<5\}$　　C. $\{x|-5<x\leq 5\}$　　D. $\{x|-3<x\leq 5\}$

解：借助数轴标注，即可确定选项 B 正确．选 B.

4.（09 全国Ⅱ 理 2）设集合 $A=\{x|x>3\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{x-1}{x-4}<0\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（　　）.

A. $\varnothing$　　B. $(3,4)$　　C. $(-2,1)$　　D. $(4,+\infty)$

解：解得 $B=(1,4)$，又∵ $A=\{x|x>3\}$，∴ $A\cap B=(3,4)$．选 B.

5.（09 四川 理 1）设集合 $S=\{x||x|<5\}$，$T=\{x|x^2+4x-21<0\}$，则 $S\cap T=$（　　）.

A. $\{x|-7<x<-5\}$　　B. $\{x|3<x<5\}$　　C. $\{x|-5<x<3\}$　　D. $\{x|-7<x<5\}$

解：由 $S=\{x|-5<x<5\}$，$T=\{x|-7<x<3\}$，故 $S\cap T=\{x|-5<x<3\}$．选 C.

6.（09 四川 文 1）设集合 $S=\{x||x|<5\}$，$T=\{x|(x+7)(x-3)<0\}$，则 $S\cap T=$（　　）.

A. $\{x|-7<x<-5\}$　　B. $\{x|3<x<5\}$　　C. $\{x|-5<x<3\}$　　D. $\{x|-7<x<5\}$

解：选 C.

【解法研究】 通过解不等式等手段，将用描述法表示的集合进一步具体化并借助数轴求解，是解答 1～6 题的共同思路．对这一类极简单的集合运算题目，心算求解对一般考生也应当不成问题.

（王成维整理）

7.（09 宁夏、海南 文 1）已知集合 $A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{0,3,6,9,12\}$，则 $A\cap B=$（　　）.

A. $\{3,5\}$　　B. $\{3,6\}$　　C. $\{3,7\}$　　D. $\{3,9\}$

【审题要津】 注意到四个选项提供的集合均含有“3”，故只需对另一个数字进行检验即可.

解：$A\cap B=\{3,9\}$．选D.

【解法研究】审题既要关注条件，也要留意结论，“综合分析法”即指此道.

8.（09安徽 文2）若集合$A=\{x|(2x+1)(x-3)<0\}$，$B=\{x\in \mathbf{N}^*|x\le 5\}$，则$A\cap B$是（　　）.

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{4,5\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

【审题要津】A，B“具体化”即可.

解：$A=\left\{x\left|-\dfrac{1}{2}<x<3\right.\right\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，$\therefore A\cap B=\{1,2\}$．选B.

【解法研究】注意细节，看清题目．本题中集合B表示不大于5的正整数组成的集合.

（洪汪宝整理）

9.（09陕西 文1理1）若不等式$x^2-x\le 0$的解集为M，函数$f(x)=\ln(1-|x|)$的定义域为N，则$M\cap N$为（　　）.

A. $[0,1)$　　B. $(0,1)$　　C. $[0,1]$　　D. $(-1,0]$

【审题要津】本题侧重的是求不等式$x^2-x\le 0$的解集M，常有两种方法，一是利用二次函数$f(x)=x^2-x$的性质，二是将不等式$x^2-x\le 0$等价转化为不等式组来处理.

解法1：解方程$x^2-x=0$得，$x_1=0$，$x_2=1$，$\therefore$不等式$x^2-x\le 0$的解集为$0\le x\le 1$，即$M=[0,1]$．又由$1-|x|>0$得$-1<x<1$，即$N=(-1,1)$，$\therefore M\cap N=[0,1)$．选A.

解法2：不等式$x^2-x\le 0\Leftrightarrow x(x-1)\le 0\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0\\x-1\le 0\end{cases}$或$\begin{cases}x\le 0\\x-1\ge 0\end{cases}$，由此得$0\le x\le 1$，即$M=[0,1]$．又由$1-|x|>0$，得$-1<x<1$，即$N=(-1,1)$，$\therefore M\cap N=[0,1)$．选A.

【解法研究】解法1是常规方法，解法2则渗透了等价转化思想.若将本题中的不等式“$x^2-x\le 0$”变为“$x^2-x\ge 0$”，其解集为M，同时将函数“$f(x)=\ln(1-|x|)$”变为“$f(x)=\ln(|x|-1)$”，其解集为N，则可求得$M\cap N=N$.

（张东鸣整理）

10.（09安徽 理2）若集合$A=\{x||2x-1|<3\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{2x+1}{3-x}<0\right.\right\}$，则$A\cap B$是（　　）.

A. $\left\{x\left|-1<x<-\dfrac{1}{2}或2<x<3\right.\right\}$　　B. $\{x|2<x<3\}$

C. $\left\{x\left|-\dfrac{1}{2}<x<2\right.\right\}$　　D. $\left\{x\left|-1<x<-\dfrac{1}{2}\right.\right\}$

【审题要津】分别解两个不等式，再求解集的交集即可.

解法1：$|2x-1|<3\Leftrightarrow -3<2x-1<3\Leftrightarrow -2<2x<4\Leftrightarrow x\in(-1,2)$；

$\dfrac{2x+1}{3-x}<0\Leftrightarrow(2x+1)(x-3)>0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup(3,+\infty)$，$\therefore A\cap B=\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)$．选D.

解法2：$|2x-1|<3\Leftrightarrow(2x-1)^2<9\Leftrightarrow x^2-x-2<0\Leftrightarrow x\in(-1,2)$，下同解法1.

解法3：取$x=\dfrac{5}{2}$，可排除A，B，取$x=0$，可排除C．选D.

【解法研究】解法1，2是常规通法．其中$|2x-1|<3$，可化为$\left|x-\dfrac{1}{2}\right|<\dfrac{3}{2}$，即求数轴上与$\dfrac{1}{2}$之距小

于$\dfrac{3}{2}$的数集，故有$x\in(-1,2)$．就解答本题而言，解法 3 的"赋值"验证法尚没显示出明显的优势．

（洪汪宝、王墨森供解）

11．（**09 山东 文 1 理 1**）集合$A=\{0,2,a\}$，$B=\{1,a^2\}$．若$A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$，则a的值为（　　）．

A．0　　B．1　　C．2　　D．4

【审题要津】由题设知$A\cup B$的元素个数为A，B两集合的元素个数之和，即是说"A，B中没有公共元素"，这正是解答本题的切入点，也是快速解答本题的关键．

解：依题意，有$\{a,a^2\}=\{4,16\}$，所以只能是$a=4$，$a^2=16$．选 D．

【解法研究】注意到$A\cup B=\{0,1,2,a,a^2\}=\{0,1,2,4,16\}$，从而"一锤定音"．（王文清供解）

12．（**09 宁夏、海南 理 1**）已知集合$A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{0,3,6,9,12\}$，则$A\cap\complement_{N}B=$（　　）．

A．$\{1,5,7\}$　　B．$\{3,5,7\}$　　C．$\{1,3,9\}$　　D．$\{1,2,3\}$

【审题要津】依题意，所求集合是由属于A却不属于B的所有元素构成的集合．

解：从集合$A=\{1,3,5,7,9\}$中剔除属于集合B的元素，即 3，9．从而所求为$\{1,5,7\}$．选 A．

【解法研究】本题所涉及的集合是极简单的有限集，审清题意正面求解即可．（刘　勋供解）

13．（**09 福建 理 2**）已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x^2-2x>0\}$，则$\complement_{U}A$等于（　　）．

A．$\{x|0\le x\le 2\}$　　B．$\{x|0<x<2\}$　　C．$\{x|x<0或x>2\}$　　D．$\{x|x\le 0或x\ge 2\}$

【审题要津】通过解不等式$x^2-2x>0$或解不等式$x^2-2x\le 0$均可作答．

解法 1：由$x^2-2x>0$，得$x<0$或$x>2$，则$A=\{x|x<0或x>2\}$，故$\complement_{U}A=\{x|0\le x\le 2\}$．选 A．

解法 2：$\complement_{U}A=\{x|x^2-2x\le 0\}=[0,2]$．选 A．

【解法研究】实际上，解法 2 更直截了当．（王成维供解）

14．（**09 浙江 文 1 理 1**）设$U=\mathbf{R}$，$A=\{x|x>0\}$，$B=\{x|x>1\}$，则$A\cap\complement_{U}B=$（　　）．

A．$\{x|0\le x<1\}$　　B．$\{x|0<x\le 1\}$　　C．$\{x|x<0\}$　　D．$\{x|x>1\}$

【审题要津】本题的要求，即是确定"由属于集合A且不属于集合B的元素组成的集合"，这是揭示集合"$A\cap\complement_{U}B$"本质属性的描述．

解：$\because\complement_{U}B=\{x|x\le 1\}$，$\therefore A\cap\complement_{U}B=\{x|0<x\le 1\}$．选 B．

【解法研究】将"$x\le 1$"读作"x不大于 1"即是对"$\complement_{U}B$"的概括．故所求即是由"大于 0 且不大于 1"的数组成的集合，于是$A\cap\complement_{U}B=\{x|0<x\le 1\}$．利用数轴求解必须留心对区间端点的取舍．

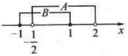
（周顺钿整理）

15．（**09 北京 文 1**）设集合$A=\left\{x\middle|-\dfrac{1}{2}<x<2\right\}$，$B=\{x|x^2\le 1\}$，则$A\cup B=$（　　）．

A．$\{x|-1\le x<2\}$　　B．$\left\{x\middle|-\dfrac{1}{2}<x\le 1\right\}$　　C．$\{x|x<2\}$　　D．$\{x|1\le x<2\}$

【审题要津】集合A已"具体化"，只需通过解不等式$x^2\le 1$，使集合B同样"具体化"即可．

解：解不等式 $x^2\le 1$，得集合 $B=\{x|-1\le x\le 1\}$，如图可知，集合 $A\cup B=\{x|-1\le x<2\}$．选 A.



【解法研究】 处理不等式的解集，以及集合的"交"、"并"、"补"运算，借助于数轴或韦恩（Venn）图具有直观、形象的优势，必须熟练掌握和运用．其中留意于端点的情况是避免出现错误的关键．

（储瑞年整理）

16．（**09 全国Ⅱ 文 1**）已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$M=\{1,3,5,7\}$，$N=\{5,6,7\}$，则 $\complement_U(M\cup N)=$（　　）．

A．$\{5,7\}$　　B．$\{2,4\}$　　C．$\{2,4,8\}$　　D．$\{1,3,5,6,7\}$

【审题要津】 在 U 中找出"既不属于 M 也不属于 N 的元素"，即为本题求解目标．

解：先从全集中剔除 1，3，5，7，接着再剔除 6，于是所求为 $\{2,4,8\}$．选 C.

【解法研究】 审题要津表述的即是"$\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$"，连同"$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$"，被称为"摩根定律"．

（刘　勋供解）

17．（**09 全国Ⅰ 文 2 理 1**）设集合 $A=\{4,5,7,9\}$，$B=\{3,4,7,8,9\}$，全集 $U=A\cup B$，则集合 $\complement_U(A\cap B)$ 中的元素共有（　　）．

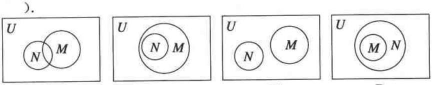
A．3 个　　B．4 个　　C．5 个　　D．6 个

【审题要津】 集合 $\complement_U(A\cap B)$ 即是由集合 A，B 中非共有的元素构成的集合．

解：$\because U=A\cup B=\{3,4,5,7,8,9\}$，$A\cap B=\{4,7,9\}$，$\therefore \complement_U(A\cap B)=\{3,5,8\}$．选 A.

【解法研究】 利用摩根定律"$\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$"同样可得出如上结论．（陈小鹏供解）

18．（**09 广东 文 1**）已知全集 $U=\mathbf{R}$，则正确表示集合 $M=\{-1,0,1\}$ 和 $N=\{x|x^2+x=0\}$ 关系的韦恩（Venn）图是（　　）．



A.　　B.　　C.　　D.

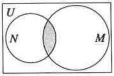
【审题要津】 通过解方程，列举出集合 N 中所含元素，即可判断 M，N 的关系．

解：由 $N=\{x|x^2+x=0\}=\{-1,0\}$，得 $N\subsetneqq M$，即集合 N 是集合 M 的真子集．选 B.

【解法研究】 本题将集合表示的三种方法（描述法、列举法、韦恩（Venn）图法）交汇在一起，虽设计新颖，但只需对三种表示集合的方法有所了解即可解答．

（慕泽刚供解）

19．（**09 广东 理 1**）已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|-2\le x-1\le 2\}$ 和 $N=\{x|x=2k-1,\ k=1,2,\cdots\}$ 的关系的韦恩（Venn）图如右图所示，则阴影部分所示的集合的元素共有（　　）．



A．3 个　　B．2 个　　C．1 个　　D．无穷个

【审题要津】 将集合 M 及 N "具体化"即可．

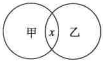
解：易知 $M=\{x|-1\le x\le 3\}$，$N=\{1,3,5,\cdots\}$，故阴影部分表示的集合 $M\cap N=\{1,3\}$．选 B.

【解法研究】 透过现象看本质，理解韦恩图所表示的集合运算，即可轻松获解.　（**陈武生供解**）

20.（**09 江西 文 3**）50 名学生参加甲、乙两项体育活动，每人至少参加了一项，参加甲项的学生有 30 名，参加乙项的学生有 25 名，则仅参加了一项活动的学生人数为（　　）.

A. 50　　B. 45　　C. 40　　D. 35

【审题要津】 根据题意画出韦恩图，结合图示列出方程求解即是.



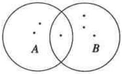
解：设两项都参加的人数为 x，则 $30+25-x=50$，解得 $x=5$，
故只参加一项活动的人数为 $50-5=45$. 选 B.

【解法研究】 据题意，“仅参加一项”之否定是“两项都参加”，逆向思维着眼于否定入手，是顺利解答此题的关键.　（**王墨森供解**）

21.（**09 江西 理 3**）已知全集 $U=A\cup B$ 中有 m 个元素，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 中有 n 个元素. 若 $A\cap B$ 非空，则 $A\cap B$ 的元素个数为（　　）.

A. mn　　B. $m+n$　　C. $n-m$　　D. $m-n$

【审题要津】 利用公式 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$ 或借助“韦恩图”可使问题简明.



解法 1：如图构造特例，其中“·”表示元素，则 $m=6$，$n=5$.
$A\cap B$ 的元素个数为 1，即 $m-n$. 选 D.

解法 2：$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$，显然 $A\cap B$ 的元素个数为 $m-n$. 选 D.

解法 3：设 $A\cap B$ 中元素个数为 x，由题意，显然有 $0<x<m\ (n\neq 0)$ 只有 D 满足. 选 D.

【解法研究】 事实上，设 $M=A\cap B$，$N=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，有 $M\cap N=\varnothing$，$M\cup N=U$，从而 $\mathrm{card}(U)=\mathrm{card}(M)+\mathrm{card}(N)$. 其实，借助韦恩图从“面积”角度理解更直观.（**王墨森、刘勋、邵德彪供解**）

22.（**09 湖北 理 1**）已知 $P=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=(1,0)+m(0,1),\ m\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{\boldsymbol{b}\mid\boldsymbol{b}=(1,1)+n(-1,1),\ n\in\mathbf{R}\}$ 是两个向量集合，则 $P\cap Q=$（　　）.

A. $\{(1,1)\}$　　B. $\{(-1,1)\}$　　C. $\{(1,0)\}$　　D. $\{(0,1)\}$

【审题要津】 首先要知道集合的元素是向量，对 m，$n\in\mathbf{R}$，P，Q 都是以向量为元素组成的集合，明确这一点，然后才是集合的化简与运算. 本题 P，Q 两个集合中的元素都是向量，求 $P\cap Q$ 必须从“两个向量相等”这一条件入手.

解法 1：（特殊值法）取 $m=1$，$n=0$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}=(1,1)$，故 $P\cap Q=(1,1)$. 选 A.

解法 2：$P=\{\boldsymbol{a}\mid\boldsymbol{a}=(1,m),\ m\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{\boldsymbol{b}\mid\boldsymbol{b}=(1-n,1+n),\ n\in\mathbf{R}\}$，由 $\begin{cases}1-n=1\\1+n=m\end{cases}$，$\begin{cases}n=0\\m=1\end{cases}$，$P\cap Q=\{(1,1)\}$. 选 A.

【解法研究】 必须关注 P，Q 的几何意义：由 $\boldsymbol{a}=(1,m)$ 可知，它表示的是 $\boldsymbol{a}$ 的终点在直线 $x=1$ 上，类似地，$\boldsymbol{b}=(1-n,1+n)$ 表示的是 $\boldsymbol{b}$ 的终点在直线 $x+y=2$ 上，二者联立，得 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，$\therefore P\cap Q=\{(1,1)\}$，你如能对上述的说明有深刻的理解，即便是将 n 换成 m（或将 m 换成 n），题意并不因此而改变. 要知道这里的 m 和 n 是两个相互独立、互不关联的参数.　（**汪昌政、王成维供解**）

二、填空题

23.（**09 重庆 文 11**）若$U=\{n|n\text{是小于9的正整数}\}$，$A=\{n\in U|n\text{是奇数}\}$，$B=\{n\in U|n\text{是3的倍数}\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$____________.

【审题要津】第一步，先将题设中的每个集合"具体化"；第二步计算$A\cup B$；第三步确定$\complement_U(A\cup B)$. 解答该题的关键是"读懂"每一个集合，并正确地把各个集合用列举法写出来.

解法 1：$\because U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{3,6\}$，又$A\cup B=\{1,3,5,6,7\}$，$\therefore \complement_U(A\cup B)=\{2,4,8\}$.

解法 2：$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，而$\complement_U(A\cup B)=\{n\in U|n\text{ 既不是奇数也不是 3 的倍数}\}$，因此根据集合$U$的元素易得$\complement_U(A\cup B)=\{2,4,8\}$.

【解法研究】解法 1 是将利用描述法表示的所有集合都转化为利用列举法表示的集合，元素得到直观显现. 解法 2 则只转化了全集，而求$\complement_U(A\cup B)$则是利用补集的思想，描述出$A\cup B$的"对立面"，同样不失简明. 须知，任何一类问题都没有固定的解法，任何一种方法也只适用于某类问题，一定要做到具体问题具体分析. 如依"摩根定律"求解，即是计算$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$.（王跃辉、慕泽刚供解）

24.（**09 重庆 理 11**）若$A=\{x\in\mathbf{R}||x|<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|2^x>1\}$，则$A\cap B=$________.

【审题要津】以"具体化"为原则，先将集合A和集合B的"家底儿""抖"出来再说.

解：$\because A=\{x|-3<x<3\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}|x>0\}$，所以$A\cap B=\{x\in\mathbf{R}|0<x<3\}$.

【解法研究】实际上$A\cap B=\{x\in\mathbf{R}|0<x<3\text{且}2^x>1\}$.（王跃辉供解）

25.（**09 上海 文 2 理 2**）已知集合$A=\{x|x\le1\}$，$B=\{x|x\ge a\}$，且$A\cup B=\mathbf{R}$，则实数a的取值范围是________________.

【审题要津】涉及以实数为元素的集合的运算，利用数轴求解最为直观.

解：因为$A\cup B=\mathbf{R}$，画数轴可知，实数a必须在点 1 上或在 1 的左边，即$a\le1$.

【解法研究】需要注意临界情况：实数a可以等于 1，但切不可认为仅有$a=1$. 实质上本题是在求"$A\cup B=\mathbf{R}$"的必要条件.（李振昕供解）

26.（**09 湖北 文 13**）设集合$A=\{x|\log_2 x<1\}$，$B=\left\{x\left|\dfrac{x-1}{x+2}<0\right.\right\}$，则$A\cap B=$____________.

【审题要津】利用对数函数单调性及解不等式分别使集合A，B"具体化"即可求解.

解：$A=(0,2)$，$B=(-2,1)$，$A\cap B=(0,1)$.

【解法研究】确定集合A时，切不可忽略"$x>0$"，确定集合B时，需知"$\dfrac{x-1}{x+2}<0\Leftrightarrow(x-1)(x+2)<0$".（汪昌政供解）

27.（**09 天津 文 13**）设全集$U=A\cup B=\{x\in\mathbf{N}^*|\lg x<1\}$，若$A\cap(\complement_U B)=\{m|m=2n+1,\ n=0,1,2,3,4\}$，则集合$B=$__________.

【审题要津】"走一步，看一步"，通过解不等式$\lg x<\lg10\ (x\in\mathbf{N}^*)$，先求出$U$再议.

解：$\because U=A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，又$A\cap(\complement_U B)=\{1,3,5,7,9\}$，则$B=\{2,4,6,8\}$.

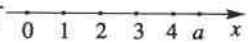
【解法研究】解答本题需要逆向思维，理解“$U=A\cup B$”是关键，在这个前提下，必有$U=(A\cap \complement_U B)\cup(A\cap B)\cup(B\cap \complement_U A)=(A\cap \complement_U B)\cup B$，且$(A\cap \complement_U B)\cap B=\varnothing$，因此$B=\{2,4,6,8\}$．须知，由题设条件是求不出集合$A$的．利用韦恩图的直观性，不仅有助于提高解题效率，而且也可以对以上论述作出明示．

（王连笑供解）

28．（**09 江苏 11**）已知集合$A=\{x|\log_2 x\le 2\}$，$B=(-\infty,a)$，若$A\subseteq B$，则实数a的取值范围是$(c,+\infty)$，其中$c=$______．

【审题要津】由对数函数单调性即可确定集合A，从而通过集合的子集运算即可求解．

解：由已知条件，可得$A=\{x|\log_2 x\le 2\}=(0,4]$，又$B=(-\infty,a)$，若$A\subseteq B$，则$a>4$，故$c=4$．

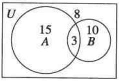
【解法研究】此题最值得“警觉”的是对集合边界值的验证，最容易发生的错误是由$A\subseteq B$得$a\ge 4$．借助数轴可避免这种“悲哀”，如图，依$A\subseteq B$，应有

，即$4<a$，注意到题设：$a\in(c,+\infty)$，即$a>c$，从而对$c=4$无需存疑．

（王成维供解）

29．（**09 湖南 文 9 理 9**）某班共 30 人，其中 15 人喜爱篮球运动，10 人喜爱乒乓球运动，8 人对这两项运都不喜爱，则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为______．

【审题要津】根据已知条件画出韦恩图，结合给出的数据分析，由$(15+10+8)-30=3$，可知有 3 人喜爱两种运动．至此答案已不言而喻．



解法 1：由$(15+10+8)-30=3$，已知有 3 人喜爱两种运动，由$15-3=12$，知只喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为 12．

解法 2：设同时喜爱两种运动的有x人，则只喜爱篮球的有$15-x$人，只喜欢乒乓球的有$10-x$人，由此可得$(15-x)+(10-x)+x+8=30$，解得$x=3$，所以$15-x=12$，即所求人数为 12 人．

【解法研究】从集合的观点来看，可将该班所有人的全体视为全集U，将喜爱篮球运动的人的全体视为集合A，将喜爱乒乓球运动的人的全体视为集合B，画出韦恩图，再做一下“填数游戏”则心明眼亮．本题的实质是容斥原理，设$A=$｛喜爱篮球的人｝，$B=$｛喜爱乒乓球的人｝，$\text{card}(A)=15$，$\text{card}(B)=10$，$\text{card}(A\cup B)=30-8=22$，$\text{card}(A\cap \complement_U B)=\text{card}(A)-\text{card}(A\cap B)=\text{card}(A)-\text{card}(A)-\text{card}(B)+\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A\cup B)-\text{card}(B)=22-10=12$．

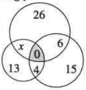
（张贤华供解）

30．（**09 陕西 文 16 理 14**）某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组，每名同学至多参加两个小组．已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26，15，13，同时参加数学和物理小组的有 6 人，同时参加物理和化学小组的有 4 人，则同时参加数学和化学小组的有____人．

【审题要津】将实际问题“数学化”：把同时参加两个小组的人数视为交集元素的个数．由于各组中均有人跨两个学科，将 3 个组的人数加起来会有重复，好在没有人参加 3 个组，重复的数字就是所有 3 种同时跨两科的人数之和．

解法 1：设同时参加数学和化学的人数为x，则$36=26+15+13-(6+4+x)$，解得$x=8$．

解法 2：画出韦恩图，设同时参加数学和化学小组的有x人．
由图知$20-x+5+9-x+6+x+4=36$，解得$x=8$．



【解法研究】对这类文字冗长的应用题，审读时要特别关注题目表述中的关键语汇，可用“下划线”标注之，如本题“至多参加两个小组”一句．此外，更要“盯住”不同含义的数据．解法1从“方程思想”入手，其“相等关系”很可能也是通过韦恩图示或列表而得．

（李　歆、张东鸣供解）

本节综述：集合论是由19世纪末至20世纪初德国大数学家康托创立的．集合概念是整个数学结构的基础，更是现今高中数学各章节知识的统领．2008年单独考查集合内容的试题仅22题，而2009年却增加到31题．虽说涉及这一部分内容的试题仅以考查基本概念、基本运算为主，但以本节知识为工具，与其他知识交汇尤其是联系等式、不等式的题目却层出不穷，对此应予以充分关注．

1.2 逻辑联结词与四种命题

一、选择题

31．（**09江西 文1**）下列命题是真命题的为（　　）．

A．若$\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$，则$x=y$　　　　B．若$x^2=1$，则$x=1$

C．若$x=y$，则$\sqrt{x}=\sqrt{y}$　　　　D．若$x<y$，则 $x^2<y^2$

【审题要津】从“定义域先行”意识出发，是解答此题的关键．

解：由$\frac{1}{x}=\frac{1}{y}$即得$x=y$，故A真．选A．

【解法研究】对这类典型的送分题，应毫不迟疑地决断．记住，凡选择题一律四选一．本题求解“旗开得胜”是命题人的恩赐．

（宋　庆供解）

32．（**09天津 理3**）命题“存在$x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}\leq 0$”的否定是（　　）．

A．不存在$x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}>0$　　　　B．存在$x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}\geq 0$

C．对任意的$x\in\mathbf{R}$，$2^x\leq 0$　　　　D．对任意的$x\in\mathbf{R}$，$2^x>0$

【审题要津】由题设信息知，不存在$x_0\in\mathbf{R}$，使$2^{x_0}\leq 0$，语句转换即知选D．

解：依题意，已知命题的否定，即是“对任意的$x\in\mathbf{R}$，均有$2^x>0$”．选D．

【解法研究】从逻辑上讲，$\neg\left(\exists x_0\in\mathbf{R},\ 2^{x_0}\leq 0\right)=\left(\forall x_0\in\mathbf{R},\ 2^{x_0}>0\right)$．　　**（王连笑供解）**

33．（**09浙江 文2**）“$x>0$”是“$x\neq 0$”的（　　）．

A．充分而不必要条件　　　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

【审题要津】需分别考查“$x>0\Rightarrow x\neq 0$”，“$x\neq 0\Rightarrow x>0$”是否为真．

解：“$x>0\Rightarrow x\neq 0$”成立，但“$x\neq 0\not\Rightarrow x>0$”，如“$x=-3\not\Rightarrow x>0$”．选A．

【解法研究】解答本题必须清楚：设有命题p_1，p_2，“若$p_1\Rightarrow p_2$”，则p_1是p_2的充分条件且p_2是p_1的必要条件．（但不能确定“p_1是p_2的充分而不必要条件”，必须在$p_2\not\Rightarrow p_1$时，才能如是说）

（周顺钿供解）

34．（**09宁夏、海南 文4理5**）有四个关于三角函数的命题

p_1：$\exists x\in\mathbf{R}$，$\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$；　p_2：$\exists x$，$y\in\mathbf{R}$，$\sin(x-y)=\sin x-\sin y$；

p_3：$\forall x\in[0,\ \pi]$，$\sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}}=\sin x$；　p_4：$\sin x=\cos y\Rightarrow x+y=\frac{\pi}{2}$．

其中的假命题是（　　）．

A．p_1，p_4　　　　B．p_2，p_4　　　　C．p_1，p_3　　　　D．p_2，p_3

【审题要津】首先要识别“$\exists$”及“$\forall$”的含义．其次，从四个选项上分析，本题只需找出两个假

命题即是. p_1显然是假命题，从而可排除 B，D. 以下只需考查 A，C 两个选项何为“真”（或何为“假”）.

解法 1：结合审题要津，在p_3，p_4中，或指出其中一个真命题，或指出其中一个假命题，本题即可作答.

实际上当$x=y=\dfrac{5\pi}{4}$时，有$\sin x=\cos y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，这已说明$p_4$是假命题. 选 A.

解法 2：由$\sin^2 x=\dfrac{1-\cos 2x}{2}$，当$x\in[0,\ \pi]$时，$\sin x\geq 0$，$\sin x=\sqrt{\dfrac{1-\cos 2x}{2}}$. 于是可判断$p_3$为真命题. 所以选 A. 除此之外，也可从考查$p_2$入手，令$x=y=0$，显然有$\sin(x-y)=\sin x-\sin y$，即$p_2$为真命题. 从而排除 B，D.（下略）选 A.

【解法研究】四个选项中，p_1，p_2为“特称命题”，量词为“∃”；p_3，p_4为“全称命题”，量词为“∀”（“∀”虽然没在p_4中出现，但这是所谓“量词省略”，p_4的含义是：“$\forall x\in\mathbf{R}$，$y\in\mathbf{R}$，$\sin x=\cos y\Rightarrow x+y=\dfrac{\pi}{2}$”）. 否定全称命题往往从举反例入手（如解法 1），肯定全称命题则须论证之（如解法 2）.

（王世堃供解）

35.（**09 重庆 文 2**）命题“若一个数是负数，则它的平方是正数”的逆命题是（　　）.

A.“若一个数是负数，则它的平方不是正数”　B.“若一个数的平方是正数，则它是负数”

C.“若一个数不是负数，则它的平方不是正数”　D.“若一个数的平方不是正数，则它不是负数”

【审题要津】本题属于命题的四种形式之间的转换问题，逆命题就是将原命题的条件与结论进行交换（“交换”是四种命题转换的本质），分清何为条件，何为结论，是解决这类问题的关键所在.

解：将原命题的条件与结论进行交换可得逆命题为“若一个数的平方是正数，则它是负数”. 选 B.

【解法研究】“四种命题”的关系是简易逻辑中的基本问题，题设命题的结构与要求都很简单. 如果涉及否命题或逆否命题，还须注意掌握否定的规律，切忌将命题的否定与否命题混淆.（王成维整理）

本节综述：命题的真假判断，四种命题及其相互关联是极其重要的逻辑概念. 正确理解并深入领会这部分内容，对奠定一个人的数学修养及后续学习是十分重要的. 与 2007，2008 年有关这部分内容的考题，仅局限于 3 道小题，且都是来自于试用新课标的省市. 2009 年增加至 5 题，对此也应有所留意.

1.3 充分条件与必要条件

一、选择题

36.（**09 天津 文 3**）设$x\in\mathbf{R}$，则“$x=1$”是“$x^3=x$”的（　　）.

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

【审题要津】涉及“充分”“必要”条件的题目，必须充分理解如下结论：当命题“若p则q”，“若q则p”同时成立，即称“p是q的必要条件”；当命题“若p则q”成立时，即称“p是q的充分条件”，同时“q是p的必要条件”.

解：“若$x=1$则$x^3=x$”是成立的，反之，$x^3=x\Rightarrow x=1$或$x=0$或$x=-1$. 即“若$x^3=x$则$x=1$”不成立，所以，“$x=1$”是“$x^3=x$”的充分而不必要条件. 选 A.

【解法研究】当$p\Rightarrow q$且$q\nRightarrow p$时，称p是q的充分不必要条件.　（王连笑整理）

37.（**09 安徽 文 4**）“$a+c>b+d$”是“$a>b$且$c>d$”的（　　）.

A. 必要不充分条件　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件