



中等专业学校招生考试自学丛书

数 学

北京市成人教育学院 编

北 京 出 版 社

中等专业学校招生考试自学丛书

数 学

北京市成人教育学院编

张世魁 主编

北 京 出 版 社

说 明

为了帮助广大干部、职工自学初中文化和报考各类成人中等专业学校，我们参考原教育部颁发的职工业余中等学校初中各科教学大纲和《北京市职工中等专业学校招生考试复习纲要》，并根据成人学习的特点编写了这套《各类成人中等专业学校招生考试自学丛书》。该丛书包括政治、语文、数学、历史、地理、物理、化学等七种。

《数学》的内容包括代数（含函数）和平面几何（含解直角三角形）两部分。本书在编写中力求选材精炼、重点突出、选题典型、剖析透彻、叙述扼要，有些内容适当集中。每部分内容有学习要求、内容提要、例题解析、复习题和提示与答案。还配有综合练习题，便于检查自己对知识掌握的情况。

参加本书编写工作的同志有王君、任继文、邵玉珍、张学忠，由张世魁同志主编和审定。

由于编写时间仓促，缺点、错误在所难免，敬请读者批评指正。

北京市成人教育学院

一九八六年六月

目 录

代 数 部 分

第一章 实数	1
第二章 整式	16
第三章 因式分解	34
第四章 分式	45
第五章 二次根式	69
第六章 方程、方程组及不等式	96
一 一次方程(组)和一元一次不等式	96
二 一元二次方程	116
三 可化为一元一次或一元二次方程的方程	140
四 列方程(组)解应用题	156
第七章 函数及其图象	188

平面几何部分

第一章 直线、相交线和平行线	206
一 直线、射线和线段	206
二 角	212
三 相交线和平行线	223
第二章 三角形	233
一 三角形的基本概念和特殊三角形	233
二 三角形的全等和基本作图	252
第三章 四边形	267

第四章 相似形	285
一 成比例的线段	285
二 相似三角形 (多边形)	298
第五章 解直角三角形	314
第六章 圆	329
一 圆的概念和一些重要性质	329
二 点、直线和圆的位置关系	343
三 圆和圆的位置关系	358
四 圆和正多边形的计算	369
综合练习题一	379
综合练习题二	384
综合练习题三	390
综合练习题四	398

代数部分

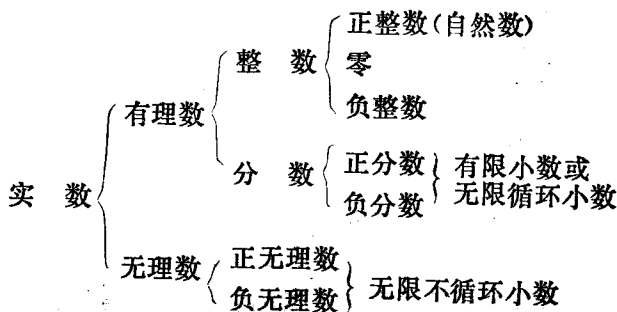
第一章 实数

(一) 学习要求

1. 理解有关实数的一些概念，掌握实数的分类。
2. 会用数轴上的点表示实数，理解实数与数轴上的点有一一对应的关系。
3. 掌握相反数、绝对值等重要概念。
4. 能够比较实数的大小。
5. 掌握实数的运算法则和运算律，熟练地进行实数的各种运算。

(二) 内容提要

1. 实数分类表



2. 数轴

- (1) 规定了正方向、原点和长度单位的直线叫做数

轴。

(2) 数轴上的点与实数之间是一一对应的。即每个实数可以用数轴上的一点表示；反之，数轴上每一个点表示一个实数。

(3) 在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大。即：正数都大于零，也大于一切负数；负数都小于零，也小于一切正数；两个正数，绝对值大的较大，绝对值小的较小；两个负数，绝对值大的反而小，绝对值小的反而大。

3. 相反数

(1) 如果实数 $a \neq 0$ ，则 $-a$ 称为 a 的相反数。

(2) 在数轴上， a 和 $-a$ 所对应的点分别位于原点的两侧，并且到原点的距离相等。

(3) 如果 $a=0$ ，则零的相反数仍然是零。

4. 倒数

(1) 如果实数 $a \neq 0$ ，则 $1 \div a = \frac{1}{a}$ 称为 a 的倒数。

(2) 零没有倒数。

5. 绝对值

一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。即

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0); \\ 0 & (a = 0); \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

绝对值的几何意义是数 a 在数轴上的对应点到原点的距离。

6. 实数的四则运算

(1) 运算法则——如下表

运 算 法 则	原 数		同 号		异 号		
	符 号	绝 对 值	符 号	绝 对 值			
加 法	保持原号	相 加	同绝对值 较 大 者	大减小	加减可 以统一 成加法		
减 法	减去一个数等于加上其相反数						
乘 法	正	相 乘	负	相 乘	乘除可 以统一 成乘法		
除 法	正	相 除	负	相 除			
除以一个数等于乘上这个数的倒数							

(2) 运算律

交换律: $a+b=b+a$,

$$ab=ba.$$

结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$,

$$(ab)c=a(bc).$$

分配律: $a(b+c)=ab+ac$.

7. 实数的乘方与开方

(1) n 次乘方

① 定义 求 n 个相同因数 a 的乘积的运算叫做 a 的 n 次乘方。即 $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ 个}} = a^n$ 。在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数, a^n 叫做幂。

② 符号法则: 正数的任何次幂都是正数; 负数的偶次幂是正数, 负数的奇次幂是负数。

零的任何次幂都是零。

(2) 开 n 次方

①定义 如果 $x^n = a$ (n 是大于 1 的正整数), 那么, x 叫做 a 的 n 次方根. 求 a 的 n 次方根的运算, 叫做把 a 开 n 次方. a 叫做被开方数, n 叫做根指数.

②方根的性质

被开方数 a	根指数 n	方根的情况
$a > 0$	n 是奇数	只有一个正的方根 (用 $\sqrt[n]{a}$ 表示)
	n 是偶数	有两个互为相反数的方根 (用 $\pm \sqrt[n]{a}$ 表示)
$a = 0$	n 是正整数	0
$a < 0$	n 是奇数	只有一个负的方根 (用 $\sqrt[n]{a}$ 表示)
	n 是偶数	没有实数方根

③算术根 正数 a 的正的 n 次方根, 叫做 a 的 n 次算术根. 记作 $\sqrt[n]{a}$ ($a > 0$). 零的算术根为零.

如果 $n = 2$, $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 表示 a 的算术平方根. 显然

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

8. 近似数的概念

在实数范围内运算, 必须用到近似数的概念. 表示量的准确值的数叫做准确数, 表示量的大约值的数叫做近似数. 近似数计算可以精确到任意事先给定的程度. 近似数的截取方法一般采用四舍五入法.

9. 运算顺序

加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算, 总称为代数

运算。其中，加、减运算统称为一级运算；乘除运算统称为二级运算；乘方、开方运算统称为三级运算。

在一个含有这三级运算的式子中，如果没有括号，先进行第三级运算，再进行第二级运算，最后进行第一级运算；

如果有括号，先算小括号（顺序如前），得出结果后再算中括号、大括号，最后算括号外面部分。

在同一级运算中，要从左到右依次运算。

（三）例题解析

例1 把下列各数分别填入下面类别中：

3, -40, 0, $-\frac{3}{4}$, 8.5, $1.\dot{4}\dot{5}$, $\sqrt{2}$, $-\pi$,

-3.14159 , $\sqrt{9}$,

整数: ();

分数: ();

正数: ();

负数: ();

有理数: ();

无理数: ().

解: 整数: (3, -40, 0, $\sqrt{9}$);

分数: ($-\frac{3}{4}$, 8.5, $1.\dot{4}\dot{5}$, -3.14159);

正数: (3, 8.5, $1.\dot{4}\dot{5}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{9}$);

负数: (-40, $-\frac{3}{4}$, $-\pi$, -3.14159);

有理数: (3, -40, 0, $-\frac{3}{4}$, 8.5, $1.\dot{4}\dot{5}$,

$-3.14159, \sqrt{9}$);

无理数: $(\sqrt{2}, -\pi)$.

例2 分别写出下列各数的倒数和相反数. 并把原来各数按从小到大的顺序排列起来.

$$\frac{2}{7}, -\sqrt{3}, 5, -\pi, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{\pi}, 3\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, 1, 0,$$

解:

原数的倒数 $\frac{7}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{\pi}, \sqrt{2}, -\pi, \frac{2}{7}, 5, 1, \text{无}.$

原数的相反数 $-\frac{2}{7}, \sqrt{3}, -5, \pi, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{\pi}, -3\frac{1}{2}, -\frac{1}{5}, -1, 0.$

原数按从小到大顺序排列 $-\pi, -3, -\frac{1}{\pi}, 0, \frac{1}{5}, \frac{2}{7}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 3\frac{1}{2}, 5.$

例3 填空:

(1) 若 a, b 互为相反数, 那么 $a+b=$ _____;

若 a, b 互为负倒数, 那么 $a \cdot b=$ _____.

(2) 如果 $|a|=a$, 那么 a _____;

(3) 如果 $a>0$, 那么 $\frac{\sqrt{a^2}}{a}=$ _____;

如果 $a<0$, 那么 $\sqrt{\frac{a^2}{a}}=$ _____.

(4) a 的相反数与 b 的两倍的和是 _____, 这个和的倒数是 _____.

解: (1) 0; -1. (2) $a \geq 0$. (3) 1; -1.

(4) $-a+2b; \frac{1}{2b-a}.$

例4 判断正误(你认为对的,打√;认为错的或不全的把答案更正过来写在括号中)

(1) 若 $|m| = |n|$, 则 $m=n$. ()

(2) 若 $x^2=9$, 则 $x=3$. ()

(3) a 一定大于 $-a$. ()

解: (1) $m=\pm n$. (2) $x=\pm 3$. (3) 当 $a>0$ 时,
 $a>-a$; 当 $a<0$ 时, $a<-a$.

例5 化简:

(1) $|1-\sqrt{2}| + \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$;

(2) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + |-3\sqrt{2}|$.

解: (1) 原式 $=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}=\sqrt{3}-1$;

(2) 原式 $=\sqrt{2}-1+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}-1$.

例6 已知代数式 $\frac{1+\sqrt{a^2}}{1-\sqrt{a^2}}$, 当实数 a 为何值时:

(1) 其值为正; (2) 其值为负;

(3) 其值能否为零.

解: (1) 要使 $\frac{1+\sqrt{a^2}}{1-\sqrt{a^2}} > 0$, 由于 $1+\sqrt{a^2} > 0$,

只要 $1-\sqrt{a^2} > 0$, 即 $1 > \sqrt{a^2}$.

故 $a^2 < 1$, $|a| < 1$.

$\therefore -1 < a < 1$.

(2) 若 $\frac{1+\sqrt{a^2}}{1-\sqrt{a^2}} < 0$, 必须 $1-\sqrt{a^2} < 0$,

即 $a^2 > 1$, $|a| > 1$.

$\therefore a < -1$, $a > 1$.

(3) 若 $\frac{1+\sqrt{a^2}}{1-\sqrt{a^2}}$ 为零, 必须 $1+\sqrt{a^2}=0$.

即 $\sqrt{a^2}=-1$. 这样, 等式的左边是算术根, 右边是 -1 , 这是不可能的. 因此, 原式的值不能为零.

例7 计算:

$$(1) \left(-1\frac{2}{7}\right) \times \frac{5}{6} \div \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-2.5) \div (-0.25) \\ \times \left(-1\frac{2}{5}\right);$$

$$(2) 0.75^2 \div \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^{12} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right);$$

$$(3) \left\{ 3\frac{1}{3} \div \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2} \times \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} \right\} \div \left(-\frac{1}{6}\right) \\ - 20 \left\{ \times [5 \div (-6)] \right\};$$

$$(4) -1^8 \times [|-7| - (-1)^4 - \sqrt{(-2)^2}] \div 2 \times \frac{1}{2}.$$

解: (1) 原式 $= -\frac{9}{7} \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \\ \times (-4) \times \left(-\frac{7}{5}\right) = -20.$

说明: ①这是有理数的乘除混合运算, 要先化为连乘积的形式, 然后分子、分母互约很容易得出结果的绝对值.

②连乘积的符号, 由负因数的个数来决定. 由于本题负因数的个数为奇数, 所以结果的符号为负.

$$(2) \text{原式} = -\left(\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 1 \times \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{9}{16} \div \left(-\frac{27}{8}\right) + \frac{1}{6} \\
 &= -\frac{9}{16} \times \left(-\frac{8}{27}\right) + \frac{1}{6} \\
 &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \\
 &= \frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

说明: ① 运算的顺序是先乘方, 再加减.

② 负数的奇次方为负数, 负数的偶次方为正数.

③ 注意: $-0.75^2 = -\frac{9}{16}$, 不要将它和 $(-0.75)^2 = \frac{9}{16}$ 相混淆.

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 原式} &= \left\{ \left[\frac{10}{3} \times (-4) - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \right] \times (-6) \right. \\
 &\quad \left. - 20 \right\} \times \left(-\frac{5}{6}\right) \\
 &= \left\{ \left[-\frac{40}{3} + \frac{1}{3} \right] \times (-6) - 20 \right\} \times \left(-\frac{5}{6}\right) \\
 &= \{ [-13] \times (-6) - 20 \} \times \left(-\frac{5}{6}\right) \\
 &= \{ 78 - 20 \} \times \left(-\frac{5}{6}\right) \\
 &= 58 \times \left(-\frac{5}{6}\right) = -48\frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

说明：算式中有括号时，按先去小括号、再去中括号、最后去大括号的顺序进行计算。

$$\begin{aligned}(4) \text{ 原式} &= -[7-1-2] \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= -4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -1.\end{aligned}$$

说明：本题要注意 $|-7| = 7$ 与 $\sqrt{(-2)^2} = 2$ ，并注意运算顺序，不能先作 $2 \times \frac{1}{2}$ 。

例 8 用简便方法计算：

$$(1) \left(-2\frac{1}{2}\right) + \left[\left(\frac{5}{6} - 0.5\right) + 1\frac{1}{6}\right];$$

$$(2) \left(-3\frac{1}{4}\right) - \left[\left(-3\frac{1}{4}\right) + \left(+5\frac{1}{3}\right)\right];$$

$$(3) (-66) \times \left[\left(+\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{11}\right)\right];$$

$$(4) (-7.2) \times (-4.73) + (-7.2) \times (+3.73).$$

$$\begin{aligned}\text{解：}(1) \text{ 原式} &= -2\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2} + 1\frac{1}{6} \\ &= -2\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + 1\frac{1}{6} \\ &= -3 + 2 = -1.\end{aligned}$$

说明：①本题利用交换律与结合律运算比较简便。

②题目中如果同时存在分数与小数，就要考虑把分数都化成小数，还是把小数都化为分数这才能使计算简便。显然，本题以后者方便。

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 原式} &= \left(-3\frac{1}{4}\right) - \left(-3\frac{1}{4}\right) - \left(+5\frac{1}{3}\right) \\
 &= -5\frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

说明：应用减法法则：“从一个数减去 n 个数的和，等于从这个数连续减去各个加数”使运算简便。这个法则的具体表达就是：“当括号前面是负号时，要去掉括号，就要把括号内各项改变符号”。

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 原式} &= (-66) \times \left(+\frac{1}{2}\right) + (-66) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\
 &\quad + (-66) \times \left(-\frac{5}{11}\right) \\
 &= (-33) + (+22) + (+30) \\
 &= 19.
 \end{aligned}$$

说明：本题利用乘法分配律较之先算括号内的加法计算简便。

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 原式} &= (-7.2) \times [(-4.73) + (+3.73)] \\
 &= (-7.2) \times (-1) \\
 &= 7.2.
 \end{aligned}$$

说明：本题反用乘法分配律计算简便。

例 9 计算： $\sqrt{2} + \frac{1}{7} - \left(4.831 - \frac{7}{11}\right)$ ，精确到 0.01。

分析：要求精确到 0.01，计算时各实数都首先精确到 0.001，然后计算，最后将结果按四舍五入精确到 0.01。

$$\begin{aligned}
 \text{解：原式} &\approx 1.414 + 0.143 - 4.831 + 0.636 \\
 &= 2.193 - 4.831 \\
 &= -2.638 \approx -2.64.
 \end{aligned}$$

(四) 复习题

1. 指出下列各实数中哪些是自然数?哪些是整数?哪些是正数?哪些是负数?哪些是有理数?哪些是无理数?

$$-3, 3.14, \pi, -\sqrt{2}, -\frac{2}{3}, 0, \sqrt{9}, \sin 30^\circ, \\ \operatorname{tg} 60^\circ, 3.2 \times 10^{21}.$$

2. 在每题后面的不同答案中, 选择你认为正确的, 填在括号内。

(1) 数轴上原点及原点左边所有的点所表示的数是 ()。

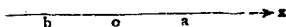
(全体负数; 全体负有理数; 零和全体负整数; 零和全体负实数)

(2) 0.5 的倒数是 ()。 ($\frac{1}{5}$; 5; 2; $\frac{1}{2}$)

(3) 若 $|\frac{a}{a}|=1$, 则 a ()。 ($a=0$; $a>0$; $a<0$)

(4) 一个数的绝对值比它本身大, 则这个数是 ()。
(正数, 负数, 零)

(5) 实数 a, b 在数轴上的对应点如图所示, 则 $\sqrt{a^6 b^6}$
= ()。



$$(a^3 b^3; a^4 b^4; -a^3 b^3; \pm a^3 b^3)$$

3. 下列各题, 你认为对的在括号内划 $\checkmark$, 你认为错的, 改正后写在括号内。

(1) 不论 a 是什么实数, a^2 永远大于零。 ()

(2) $\sqrt[6]{(-2)^2} = \sqrt[3]{-2}$ 。 ()