

21

GAOZHIGAOZHUANGUHUJIAOCAI

世纪高职高专规划教材 // 土建类

建筑工程测量

实训指导

常红星 赵阳 汪荣林 主编



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

建筑工程测量实训指导

主编 當红星 赵 阳 汪荣林

副主编 费 奔 刘 芳 赵艳敏 郝志峰

参 编 卢丰华 吴 轩



北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 提 要

本教材根据《城市测量规范》(CJJ 8—1999)、《工程测量规范》(GB 50026—2007)和《建筑变形测量规范》(JGJ 8—2007)编写而成。全书共分为十三章,主要包括:建筑工程测量概论;水准测量;角度测量;直线定向与距离测量;测量误差;小区域控制测量;地形图的测绘与应用、工程施工测量;民用建筑施工测量;工业建筑施工测量;线路测量和桥梁施工测量;建筑物变形观测与竣工图编绘;全站仪的认识与使用。

本教材具有依据明确、内容翔实、通俗易懂、实例具体、技巧灵活、可操作性强等特点,适合高职高专工程管理类专业的师生使用,也适用于其他相关专业教学及岗位培训。

版权专有 傲权必究

图书在版编目(CIP)数据

建筑工程测量实训指导/常红星,赵阳,汪荣林主编. —北京:北京理工大学出版社,2009. 6

ISBN 978 - 7 - 5640 - 2413 - 0

I. 建… II. ①常… ②赵… ③汪… III. 建筑测量-高等学校:技术学校-教学参考资料 IV. TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 109545 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68944990(批销中心) 68911084(读者服务部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京通州京华印刷制版厂

开 本 / 787 毫米×960 毫米 1/16

印 张 / 15

字 数 / 317 千字

版 次 / 2009 年 6 月第 1 版 2009 年 6 月第 1 次印刷

责任校对 / 陈玉梅

定 价 / 27.00 元

责任印制 / 母长新

对本书内容有任何疑问及建议,请与本书编委会联系。邮箱:bitdayi@sina.com

图书出现印装质量问题,请与本社市场部联系,电话:(010)68944990

出版说明

建筑业作为我国国民经济发展的支柱产业之一，长期以来为国民经济的发展做出了突出的贡献。随着社会的发展、城市化进程的加快以及建筑领域科技的进步，市场竞争将日趋激烈，对建筑行业人才质量的要求也越来越高。而加强土建类高等职业教育，在促进建筑行业的发展、提高建筑行业人才的质量等方面都会起到很大的作用。

高等职业教育的教材建设对于保证高职教育的标准与规格，规范高职教育的行为与过程，突出高职教育特色都有着非常重要的现实意义。为充分发挥高等职业教育在建筑工程领域的作用，更好地为行业服务，培养具有较强实际操作能力的“岗位职业能力型”人才，北京理工大学出版社通过对建筑工程职业岗位的调查分析和论证，邀请国内部分高等院校老师和具有丰富实践经验的工程师、技术人员组成编写组，编写了这套“21世纪高职高专规划教材（土建类）”。本系列教材以“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”为宗旨，考虑土建类专业教材“教”与“学”的要求，从建筑工程施工管理工作对人才的要求出发，紧紧围绕培养目标，较好地处理了基础课与专业课的关系、理论教学与实践教学的关系、统一要求与体现特色的关系以及传授知识、培养能力与加强素质教育的关系等。

本系列教材特点如下：

一、作者队伍由教师、工程师组成，专业优势突出

本系列教材作者队伍均来自教学一线和工程实践一线，其一是具有丰富教学经验的教师，因此教材内容更加贴近教学实际需要，方便“老师的教”和“学生的学”，增强了教材的实用性；其二是建筑设计与建筑施工管理的工程师或建筑业专家，在教材的编写内容上也更加贴近工程实践需要，从而保证了学生所学到的知识就是工程建设岗位所需要的知识，真正做到“学以致用”。

二、教材理论够用，重在实践

本系列教材严格依据高等职业教育人才培养目标进行定位，以适应社会需求为目标，以培养技术能力为主线，在内容选择上充分考虑土建工程专业的深度和广度，以“必需、够用”为度，以“讲清概念、强化应用”为重点，深入浅出，注重实用。本系列教材除设置主干课程以外，还设置了以实践为主旨，配合主干课程学习的实践、实训指导，注重对学生实践能力的培养。

三、教材体例设计独特，方便教学

本系列教材内容在体例设计上新颖独特，每章前面设置有【学习重点】和【培养目标】，对本章内容和教学要求作出了引导；每章后面设置有【本章小结】，对本章的重点内容进行

了概括性总结。此外，每章后面还设置了【思考与练习】，供学生课后练习使用，构建了一个“引导—学习—总结—练习”的教学全过程。

四、教材内容新颖，表现形式灵活

本系列教材在编写过程中，突出一个“新”字，教材以现行国家标准、行业标准为依据，编入了各种新材料、新工艺、新技术；对理论性强的课程，采用图片、表格等形式加以表现，使枯燥无味的理论学习变得轻松易懂，在方便教学的同时激发学生的学习兴趣。

五、教材具有现代性，内容精简

本系列教材编写过程中，编委会特别要求教材不仅要具有原理性、基础性，还要具有现代性，纳入最新知识及发展趋势。对教学课程的设置力求少而精，并通过整合的方法有效地进行精减。这样做不只是为了精减学时，更主要的是可淡化细节，强化理论、注重实践，有助于传授知识与能力培养的协调和发展。

六、教材内容全面，适用面广

本系列教材的编写充分考虑了我国不同地域各高校的办学条件，旨在加强学生能力的培养，尤其是在实践能力的培养方面进行了慎重考虑和认真选择，同时也充分考虑了土建类专业的特点；教材可供各高等职业教育院校土木工程、建筑工程及其他相关专业学生使用，也可作为建筑工程施工及技术管理人员的参考用书。

高等职业教育教材建设是高等职业院校教育改革的一项基础性工程，同时也是一个不断推陈出新的过程。要真正做到出精品教材，出特色教材，一方面需要编者的努力，另一方面也需要读者提出宝贵的意见和建议。我们深切希望本系列教材的出版能够推动我国高等职业院校土建类专业教学事业的发展，并对我国高等职业院校土建类专业教材的改革起到积极的、有效的推动作用，为培养新世纪工程建设的高级人才做出贡献。

在本系列教材编写过程中，得到了不少高校教师的大力支持，受到了诸多工程建设一线工程师的指点和帮助，在此特向他们致以衷心的感谢！同时，对参与编写本系列教材和为本系列教材出版作出努力的全体人员表示感谢！

北京理工大学出版社

前　　言

建筑工程测量属于工程测量学的范围，在工程建设中有着广泛的应用；它服务于建筑工程建设的每一个阶段，贯穿于工程建设的始终。建筑用地的选择，道路管线位置的确定等，都要利用测量所提供的资料和图纸进行规划设计；施工阶段则需要通过测量工作来衔接，以配合各项工序的施工；竣工后的竣工测量，可为工程的验收、日后的扩建和维修管理提供资料；而在工程管理阶段，须对建筑物进行变形观测，以确保工程的安全使用。因此，建筑工程测量的精度和速度直接影响到整个工程的质量和进度，其地位举足轻重。

“建筑工程测量”是一门操作性很强的技术性课程，它注重理论与实践相结合，在指导学生掌握基本理论和方法的基础上，重视对学生基本测量技能的训练。通过本课程的学习，学生可掌握基本的测量仪器的操作方法和施工测量方法，提高在工程实践中应用测量知识的能力，培养在工程实践中发现问题、解决问题的能力，以达到能够活学活用、胜任实际测量工作的目的。

高等职业教育教材建设作为高等职业院校教育改革的一项基础性工程，同时也是一个不断推陈出新的过程。本教材作为建筑工程测量的实训指导用书，即以推动我国高等职业院校土建类专业教学事业的发展为前提，以培养技术性专门人才为宗旨进行编写，在内容选取上，以适应社会需求为目标，以培养技术能力为主线，以“必需、够用”为度，以“讲清概念、强化应用”为重点，深入浅出，注重实用。学生通过对实训内容的学习可增长工程实践知识，增强综合运用所学理论、知识与技能分析和解决工程实际问题的能力，同时通过学习和实践，使理论深化、知识拓宽、专业技能延伸。

本教材的编写较好地适应了高等职业技术教育的特点和需要，体现实训指导的特点，注重原理性、基础性，突出针对性、适用性和实用性。

本教材通过大量实例指导学生掌握测量仪器使用、水准测量、角度测量、直线定向与距离测量、小区域控制测量、地形图测绘、工程施工测量、民用建筑施工测量、工业建筑施工测量、线路测量和桥梁施工测量、建筑物变形观测与竣工图编绘的应用技能；并针对每章内容设立了实训课程，明确给出了实训课程的目的、要求、人员组织、仪器和用具的准备、场地布置、实训内容、注意事项等内容，加强对学生实践能力的训练，便于组织教学和培养学生分析问题、解决问题的能力。

本教材由常红星、赵阳、汪荣林主编，费奔、刘芳、赵艳敏、郝志峰副主编，卢丰华、吴轩参与编写。本教材主要作为高职高专院校土建学科相关专业教材，也可供从事土建专业的设计人员和施工人员参考使用。

本教材在编写过程中，参阅了国内同行多部著作，部分高职高专院校老师提出了很多宝贵意见供我们参考，在此，对他们表示衷心的感谢！

本教材的编写虽经推敲核证，但限于编者的专业水平和实践经验，仍难免有疏漏或不妥之处，恳请广大读者指正。

编 者



目 录

第一章 建筑工程测量概论	(1)
第一节 建筑工程测量的任务和作用.....	(1)
第二节 地面点位的确定.....	(2)
第三节 用水平面代替水准面.....	(6)
第四节 工程测量.....	(7)
第二章 水准测量	(9)
第一节 水准测量的仪器和工具.....	(9)
第二节 水准测量原理和方法	(13)
第三节 水准测量误差	(16)
第四节 水准仪的使用	(18)
课程实训	(23)
第三章 角度测量	(28)
第一节 水平角观测	(28)
第二节 竖直角观测	(31)
第三节 经纬仪的使用	(34)
第四节 水平角观测误差	(39)
课程实训	(40)
第四章 直线定向与距离测量	(43)
第一节 直线定向	(43)
第二节 钢尺量距	(44)
第三节 视距测量	(49)
第四节 测距仪测距	(51)



第五节 坐标的正算与反算	(52)
课程实训	(53)
第五章 测量误差	(56)
第一节 偶然误差特性	(56)
第二节 衡量精度的指标	(57)
第三节 算术平均值及其误差	(58)
第四节 误差传播定律	(60)
第六章 小区域控制测量	(63)
第一节 平面控制测量	(63)
第二节 高程控制测量	(71)
课程实训	(75)
第七章 地形图的测绘与应用	(78)
第一节 地形图的测绘	(78)
第二节 地形图的识读与应用	(85)
第三节 地形图在工程建设中的应用	(87)
课程实训	(92)
第八章 工程施工测量	(96)
第一节 测设的基本工作	(96)
第二节 点位的测设方法	(102)
第三节 建筑基线及建筑方格网	(106)
课程实训	(110)
第九章 民用建筑施工测量	(114)
第一节 建筑施工测量前的准备工作	(114)
第二节 建筑物定位与放线	(115)



第三节 建筑物基础施工测量.....	(119)
第四节 墙体施工测量.....	(120)
第五节 高层建筑施工测量.....	(122)
课程实训.....	(129)
第十章 工业建筑施工测量.....	(132)
第一节 厂房控制网的建立.....	(132)
第二节 厂房柱列轴线与柱基测设.....	(134)
第三节 厂房预制构件安装测量.....	(135)
第四节 特殊结构形式的施工放样.....	(138)
课程实训.....	(140)
第十一章 线路测量和桥梁施工测量.....	(142)
第一节 中线测量.....	(142)
第二节 圆曲线的测设.....	(149)
第三节 缓和曲线的测设.....	(152)
第四节 断面图的测量.....	(162)
第五节 道路工程的施工放样.....	(174)
第六节 管道工程施工测量及竣工测量.....	(183)
第七节 桥梁工程施工放样及竣工测量.....	(189)
课程实训.....	(196)
第十二章 建筑物变形观测与竣工图编绘.....	(202)
第一节 建筑物变形观测.....	(202)
第二节 竣工总平面的编绘.....	(213)
第十三章 全站仪的认识与使用.....	(215)
第一节 全站仪概述.....	(215)
第二节 全站仪的使用.....	(216)



附录	(221)
附录一	测量中常用的度量单位 (221)
附录二	水准仪基本技术参数及用途 (222)
附录三	中华人民共和国测绘法 (223)
参考文献	(230)

第一章 建筑工程测量概论

第一节 建筑工程测量的任务和作用

课程目的及要求：通过对建筑工程测量任务和作用的了解，让学生对测量知识的整体构架有充分的认识，有利于对后面的知识进行更深刻、更系统的学习。

一、建筑工程测量的任务

建筑工程测量的对象主要是民用建筑、工业建筑和高层建筑，也包括道路、管线和桥梁等配套工程。建筑工程测量的主要任务有以下几项。

1. 测图

测图指使用测量仪器和工具，依照一定的测量程序和方法，通过测量和计算，得到一系列测量数据，或者把局部地球表面的形状和大小按一定的比例尺和特定的符号缩绘到图纸上，供规划设计以及工程施工结束后，绘制竣工图；供日后管理、维修、扩建使用。

2. 用图

用图指识别地形图、断面图等的知识、方法和技能。用图是先根据图面的图式符号识别地面上地物和地貌，然后在图上进行测量，从图上取得工程建设所必需的各种技术资料，从而解决工程设计和施工中的有关问题。

3. 放样

放样是测图的逆过程。放样是将图纸上设计好的建（构）筑物按照设计要求通过测量的定位、放线、安装，将其位置和高程标定到施工作业面上，作为工程施工的依据。

4. 变形观测

对某些有特殊要求的建（构）筑物，在施工过程中和使用期间，还要测定有关部位在建筑荷载和外力作用下，随着时间推移而产生变形的规律，监视其安全性和稳定性，观测成果是验证设计理论和检验施工质量的重要资料。

二、建筑工程测量的作用

建筑工程测量贯穿于建筑工程建设的始终，服务于施工过程中的每一个环节，并且测量的精度和进度直接影响到整个工程质量与进度。建筑工程测量在工程建设中起着重要的作用，具体如下：

（1）建筑用地的选择，道路、管线位置的确定等，都要利用测量所提供的资料和图纸进行规划设计。



- (2) 施工阶段需要通过测量工作来衔接，配合各项工序的施工，才能保证设计意图的正确执行。
- (3) 竣工后的竣工测量，为工程的验收、日后的扩建和维修管理提供资料。
- (4) 在工程管理阶段，对建（构）筑物进行变形观测，确保工程安全使用。

第二节 地面点位的确定

课程目的及要求：通过对本节的学习，掌握基准面与基准线的相关知识；了解大地水准面和参考椭球面的概念，能够熟练的确定地面点位并完成其测量工作。

一、确定地面点位的原理

1. 基准面

由几何学原理可知，点组成线，线组成面，面组成体。构成物体形状的最基本元素是点。在测量上，把地面上的固定性物体称为地物，如房屋、道路等；地面起伏变化的形态称为地貌，如高山、丘陵、平原等。地物和地貌总称为地形。以地形测绘为例，虽然地面上各种地物种类繁多，地势起伏千差万别，但它们的形状、大小及位置完全可以看成是由一系列连续不断的点所组成的。

放样是在实地标定出设计建（构）筑物的平面位置和高程的测量工作。与测图过程相反，其实质也是确定点的位置。所以，点位关系是测量上要研究的基本关系。

确定地面点的位置，是将地面点沿铅垂线方向投影到一个代表地球表面形状的基准面上，地面点投影到基准面上后，要用坐标和高程来表示点位。测绘过程及测量计算的基准面，可认为是平均海洋面的延伸，穿过陆地和岛屿所形成的闭合曲面，这个闭合的曲面称为大地水准面。大范围进行测量工作时，以大地水准面作为地面点投影的基准面。如果在小范围测量，可以把地球局部表面当作平面，用水平面作为地面点投影的基准面。

2. 基准线

由于地球的质量巨大，使得地球上任何一点都要受到地心吸引力的作用，同时地球又不停地作自转运动，这个点又受到离心力的作用，这两个力的合力称为重力，重力的作用线又称为铅垂线。铅垂线具有处处与水准面垂直的特性，因此人们常把铅垂线作为测量工作的基准线。

3. 参考椭球面

由于地球内部的质量分布不均匀，所以铅垂线的方向常产生不规则的变化，这样大地水准面将会成为复杂的曲面，不利于测量数据的处理工作。为此，人们采用一个与大地水准面非常接近的规则的几何曲面来表示地球的形状与大小，这就是地球参考椭球面，地球参考椭球面便可作为测量计算工作的基准面。图 1-1 所示即为地球参考椭球面。



地球参考椭球面的形状与大小由其长半径 a 和短半径 b (或扁率 α) 决定。我国目前采用的椭球参数是 1975 年国际大地测量与地球物理联合会通过并推荐的值。

$$a=6\ 378\ 140\ m$$

$$b=6\ 356\ 755\ m$$

$$\alpha=\frac{a-b}{a}=\frac{1}{298.257}$$

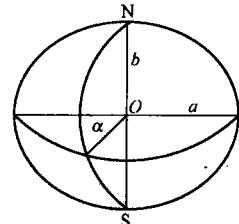


图 1-1 参考椭球面

由于地球椭球的扁率很小，当测区面积不大时，可以把地球看做是圆球，其半径为

$$R=\frac{2a+b}{3} \quad (1-1)$$

二、地面点平面位置的确定

在确定点的三个独立的量中，确定点在参考椭球面上的铅垂投影位置的量称作坐标，确定点沿投影方向到大地水准面的距离称作高程，这里的坐标和高程是确定地面点位置的方法。

(一) 地面点在投影面上的坐标

1. 大地坐标

地面点在参考椭球面上投影位置的坐标，可以用大地坐标系统的经度和纬度表示。如图 1-2 所示， O 为地球参考椭球面的中心， N 、 S 为北极和南极， NS 为旋转轴，通过旋转轴的平面称为子午面，它与参考椭球面的交线称为子午线，其中通过原英国格林尼治天文台的子午线称为首子午线。通过 O 点并且垂直于 NS 轴的平面称为赤道面，它与参考椭球面的交线称为赤道。地面点 P 的经度，是指过该点的子午面与首子午线之间的夹角，用 L 表示，经度从首子午线起算，往东自 $0^\circ \sim 180^\circ$ 称为东经，往西自 $0^\circ \sim 180^\circ$ 称为西经。地面点 P 的纬度，是指过该点的法线与赤道面间的夹角，用 B 表示，纬度从赤道面起算，往北自 $0^\circ \sim 90^\circ$ 称为北纬，往南自 $0^\circ \sim 90^\circ$ 称为南纬。

2. 平面直角坐标

当测量区域较小时，可直接用与测区中心点相切的平面来代替曲面，然后在此平面上建立一个平面直角坐标系。因为它与大地坐标系没有联系，故称为独立平面直角坐标系，也叫假定平面直角坐标系。

如图 1-3 所示，平面直角坐标系规定南北方向为纵轴 x ，东西方向为横轴 y ； x 轴向北为正，向南为负， y 轴向东为正，向西为负。地面上某点 A 的位置可用 x_A 和 y_A 来表示。平面直角坐标系的原点 O 一般选在测区的西南角，使测区内所有点的坐标均为正值。

为了定向方便，测量上的平面直角坐标系与数学上的平面直角坐标系的规定不同， x 轴与 y 轴互换，象限的顺序也相反。因为轴向与象限顺序同时都改变，测量坐标系的实质与数学上的坐标系是一致的，因此数学中的公式可以直接应用到测量计算中。

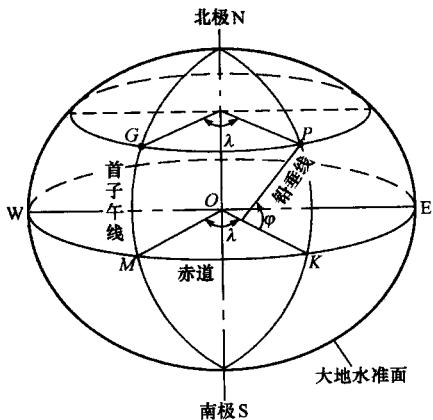


图 1-2 天文地理坐标

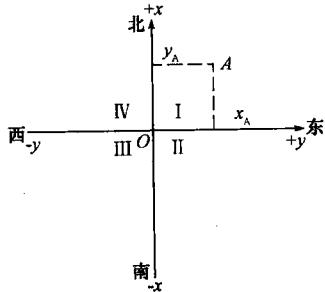


图 1-3 独立平面直角坐标系

3. 建筑坐标

在建筑工程中，有时为了便于对建（构）筑物平面位置进行施工放样，将原点设在建（构）筑物两条主轴线（或某平行线）的交点上，以其中一条主轴线（或某平行线）作为纵轴，一般用 A 表示，顺时针旋转 90° 方向作为横轴，一般用 B 表示，建立一个平面直角坐标系，称为建筑坐标系，如图 1-4 所示。

(二) 地面点的高程

1. 绝对高程

地面点到大地水准面的铅垂距离，称为该点的绝对高程，简称高程，用 H 表示。如图 1-5 所示，地面点 A 、 B 的高程分别为 H_A 、 H_B 。数值越大表示地面点越高，当地面点在大地水准面的上方时，高程为正；反之，当地面点在大地水准面的下方时，高程为负。

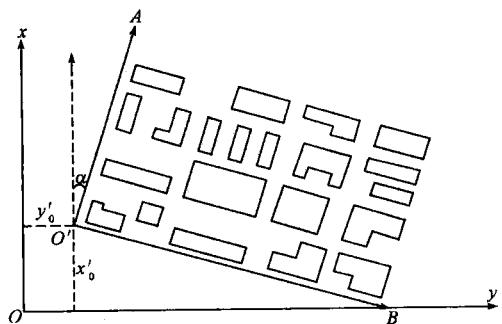


图 1-4 建筑坐标系

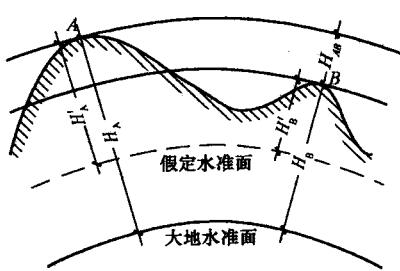


图 1-5 高程和高差

2. 相对高程

如果有些地区引用绝对高程有困难时，可采用相对高程系统。相对高程是采用假定的水准面作为起算高程的基准面。地面点到假定水准面的垂直距离叫该点的相对高程。由于高程基准面是根据实际情况假定的，所以相对高程有时也称为假定高程。如图 1-5 所示，地面点 A、B 的相对高程分别为 H'_A 和 H'_B 。

3. 高差

两个地面点之间的高程差称为高差，用 h 来表示。高差有方向性和正负，但与高程基准无关。如图 1-5 所示，A 点至 B 点的高差为：

$$h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A \quad (1-2)$$

当 h_{AB} 为正时，B 点高于 A 点；当 h_{AB} 为负时，B 点低于 A 点。高差的方向相反时，其绝对值相等而符号相反，即：

$$h_{AB} = -h_{BA} \quad (1-3)$$

三、确定地面点位的基本测量工作

在实际工作中地面点位的确定不是直接测量坐标和高程而是通过测量地面点与已知坐标和高程的点之间的几何关系，再经过计算间接得到所测点的坐标和高程。

如图 1-6 所示，I 和 II 是已知坐标点，它们在水平面上的投影位置为 1, 2，地面点 A、B 是待定点，它们投影在水平面上的投影位置是 a, b。如果观测了水平角 β_1 、水平距离 L_1 ，可用三角函数计算出 a 点的坐标，同理，观测水平角 β_2 和水平距离 L_2 ，也可计算出 b 点的坐标。

在测绘地形图时，可在图上直接用量角器根据水平角 β ，做出 I 点至 a 点的方向线，在此方向线上根据距离 L 和一定的比例尺，即可定出 a 点的位置，同理可在图上定出 b 点的位置。

故水平角测量和水平距离测量是确定地面点坐标或平面位置的基本测量工作。

若 I 点的高程已知为 H_I ，观测了高差 h_{IA} ，则可利用高差计算公式转换后计算出 A 点的高程：

$$H_A = H_I + h_{IA} \quad (1-4)$$

同理，若观测了高差 h_{AB} ，可计算出 B 点的高程。

所以，地面点间的水平角、水平距离和高差是确定地面点位的三个基本要素，我们把水平角测量、水平距离测量和高程测量称为确定地面点位的三项基本测量工作，再复杂的测量任务，都是通过综合应用这三项基本测量工作来完成的。

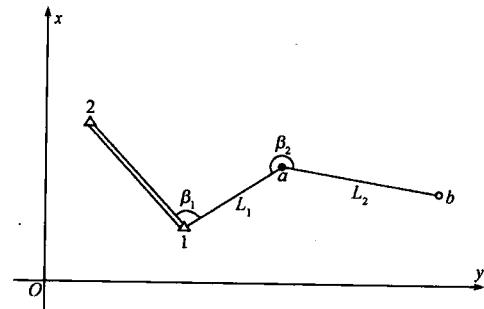


图 1-6 基本测量工作

第三节 用水平面代替水准面

课程目的及要求：通过对本节的学习，掌握水平面代替水准面须满足的条件，并能达到在实际工作中熟练应用的能力。

一、平面代替曲面所产生的距离误差

如图 1-7 所示，地面上 C、D 两点，沿铅垂线投影到大地水准面上得 a、b 两点，用过 a 点与大地水准面相切的水平面来代替大地水准面，D 点在水平面上的投影为 b'。设 ab 的长度（弧长）为 \hat{L} ，ab' 的长度（水平距离）为 L' ，两者之差即为平面代替曲面所产生的距离误差，用 ΔL 表示。

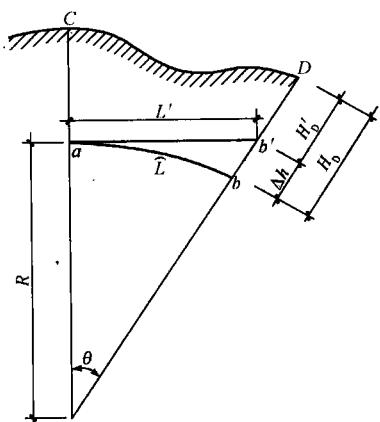


图 1-7 水平面代替水准面的影响

$$\Delta L = L' - \hat{L} = R \tan \theta - R\theta = R (\tan \theta - \theta) \quad (1-5)$$

式中， θ 为弧长 \hat{L} 所对应的圆心角。

将 $\tan \theta$ 用级数展开并略去高次项得：

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \dots \approx \theta + \frac{1}{3}\theta^3 \quad (1-6)$$

又因

$$\theta = \frac{\hat{L}}{R} \quad (1-7)$$

则有距离误差

$$\Delta L = \frac{\hat{L}^3}{3R^2} \quad (1-8)$$

距离相对误差

$$\frac{\Delta L}{\hat{L}} = \frac{\hat{L}^2}{3R^2} \quad (1-9)$$

以不同的 \hat{L} 值代入上式，求出距离误差和相对误差的结果见表 1-1。

表 1-1 平面代替曲面所产生的距离误差和相对误差

距离 \hat{L}/km	距离误差 $\Delta L/\text{m}$	距离相对误差 $\Delta L/\hat{L}$
10	0.008	1 : 125 000 0
25	0.128	1 : 195 000
50	1.027	1 : 487 00
100	8.212	1 : 122 00

从表 1-1 可见，当距离 \hat{L} 为 10 km 时，所产生的距离相对误差为 1 : 125 000 0，小于目前最精密的距离测量误差 1 : 100 000 0。因此，对距离测量来说，可以把 10 km 为半径的范围作为水平面代替水准面的限度。