



新课程

◎丛书主编 / 赵雄辉 申建春

教学资源库

• 数学教学资料 (7 年级)

◎本册主编 / 曾红斌

◆ 湖南师范大学出版社



前言

国家新一轮的课程改革已经全面启动,面对适应未来教育发展方向的全新教育课程,第一线的教师已经感受到身边原来已有的资料难以适应课程改革的需要,急需有一套联系教材内容的资料供教学时参考。这就是我们要编写这套新课程教学资源库丛书的初衷。

本丛书以新颁行的课程标准为依据,结合市场上已经进入施行阶段的几种国标教材,重新拓展延伸教学内容,补充大量丰富的教学资料,以期成为一种课程资源。实际上,课程资源这个概念已经为广大的课程改革实验教师和教育管理人员所接受,它对当前的教育教学有着十分重要的作用和影响。

课程资源可以开发课程功能。新课程强调课程要全面提高学生的素质,要从文化的角度、从情感与态度及价值观的角度上发展学生。课程资源恰恰是学科文化的交叉、思想火花的闪烁、思维层面的提升。教师恰当地运用生动、有趣的课程资源,可以满足学生好奇、探索的心理需求,激发他们学习的兴趣,并且使学科教学更有生气,更具灵气。

课程资源可以转变学生的学习方式。这次课程改革的核心是转变学生的学习方式,培养富有探索精神和实践能力的公民。课程资源为学生的学习提供了丰富的素材,为改变学习方式提供了材料支持,使学生由被动学习转为主动学习有了更坚实的基础。

课程资源可以开阔教师视野。教师所处的工作环境有很大的差别,工作的条件也不一样,有的教师很难接触到最新的资料,有的很难见到除了教材以外的资料,而新课程改革需要教师博览群书,掌握十分丰富的材料,课程资源就满足了这一

要求。

当然,课程资源并不是教材内容的翻版,其内容涵盖广泛,它的建设也不可能一蹴而就。

首先,课程资源发展了教材。教材是重要的课程资源,但仅有教材也是不够的,需要其他资料对它补充、完善与发展,课程资源恰恰能起到这种作用。它提供了反映社会发展各个方面的资料,内容绚丽多彩,为学生的观察、实验、操作、调查、讨论等提供了广阔的空间。

其次,课程资源的内容也非常丰富,包括了依据课程标准所开发的各种教学材料以及可以利用的各种教学资源、工具和场所。

最后,课程资源建设是一个时间比较长的的工作。我国的课程改革刚刚才起步,课堂教学到底应该如何进行,需要引进哪些资源作为教材的补充……许许多多的问题,需要实验教师在实验中探讨与总结,积累比较丰富的经验,为课程资源的建设作出贡献。

我们组织了在新课程实验第一线的教研工作者、教师编写了这套新课程教学资源库丛书,就是为了适应课程改革需要而进行的探索性工作。本丛书共分教学资料和教学案例两个类别,前者是按新课程标准所要求的学科教学内容,分学段按板块进行相关资料的收集,后者则是按新课程标准的要求,以新的教学理念为指导,设计具有典型意义的教学案例,并加以评析,为从事新课程教学的老师提供参考和借鉴。在编写过程中,我们参考了大量已经出版的书籍、报刊杂志,以及与教育有关的网站。引用的资料大部分在“参考文献”中列出,如果还有没有列出的,请作者同我们联系。在此,我们对所有的原创作者表示衷心的感谢。同时,欢迎广大教师在使用这套丛书时,提出批评意见。

编者

2003年9月

目 录

第一篇 数与代数

一、课程目标 1

二、素材推荐 3

数学的产生 3

数学符号 6

自然数 8

4 个 4 的游戏 9

$0=1?$ 10

趣谈“幂” 10

两个趣例教乘方 14

用字母的奇妙! 14

折纸与乘方 16

组成最大的数 16

个位数是 5 的两位数的平方 17

大数目 18

用诡辩辨明数学道理 19

幻方趣谈 20

绝对值 25

玩扑克引出方程 31

教方程插入诗文题 32

- 方程小史 33
 化归思想 34
 《九章算术》 35
 数学神童维纳的年龄 36
 7大数学难题等待你摘取皇冠 37
 丢番图的墓志铭 38
 生活中的正负数 40
 遗忘曲线 41
 有形状的数 42
 民谣中的数学题 43
 用逻辑推理救命 45
 足球与数学 46
 以华人命名的数学成果 48
 获沃尔夫奖惟一华人数学家——陈省身 49
 数学家的故事——苏步青 50
 数学奇才、计算机之父——冯·诺依曼 51
 名人的“数学语言” 55
 现想现“卖” 57
 数学之最 60
 数字与诗联 61
 迷人的猜想 64
 与水有关的数据 65
 用分类思想解题 66
 要打多少场比赛？ 68

三、开拓思维 69

- 几个人在听课？ 69
 驴子和骡子驮货 70

各收几何?	71
五家共井	71
小偷偷米	72
百鸡问题	73
舟妹对歌	75
比较大小	76
数字拼盘	76
24 点游戏	77
给限制就成立	78
构造方程	78

第二篇 空间与图形

一、课程目标	80
--------	----

二、素材推荐	83
--------	----

黄金数	83
《几何原本》	85
《几何学》	86
平面上点的距离	88
拿破仑与几何学	89
平行公理	91
趣味曲线	92
漂亮的多角星	94
埃舍尔的镶嵌图形	95
三角形的稳定性	97
玩纸条	100
角的度量	103
几何就在身边	104

尺规作用与“几何作图三大难题” 105

中国的七巧板 107

有趣的几何图画 109

有趣的折纸 111

古代著名数学家——刘徽 111

三、开拓思维 113

多边形的三角分割 113

几何图形的计数与分类讨论 114

六个正方形与一个长方形 116

区域数的探索 117

动手折一折 118

找对称轴 119

有多少对同旁内角 120

第三篇 统计与概率

一、课程目标 122

二、素材推荐 124

由博弈产生的科学——概率 124

概率与频率 127

红军将领真年轻 128

统计世界 129

色盲：男多于女 130

游戏公平吗？ 132

电视节目的收视率 134

赛马与对策论 135

ICM 百年历程 135

曾被邀请作 45 分钟报告的祖国大陆数学家 140

为什么没有数学诺贝尔奖 144

菲尔兹奖、沃尔夫奖简介 145

国际数学家大会的“少年数学论坛” 148

双目失明的数学巨匠——欧拉 149

自学成才的数学家华罗庚 150

三、开拓思维 152

增长的 GDP 152

谁获胜 152

轿车销量 153

有多少懒子 154

可靠吗？ 154

选择付费的方式 155

木筷的用量 155

谁的水平高 157

游戏公平吗？ 158

掷骰子画画 159

第四篇 课题学习

一、课程目标 160

二、素材推荐 161

电池的利与弊 161

制作包装盒 162

学校图书馆的书 163

视力 164

调查家庭姓氏 164

图形的收集与设计	165
观察水的沸腾的实验	166
土地资源分析	167
空地该如何绿化	168

参考文献

第一篇 数与代数

一、课程目标

《数学课程标准》(实验稿)对义务教育第三学段的数学课程提出了“学段目标”与年级的“具体目标”,对这些内容,根据7年级数学的学习内容,确定相应的教学目标,以便教师们在教学中使用。

I. 四个领域的目标

知识技能	· 让学生从事多种数学活动,经历从具体情境中抽象出符号的过程,认识有理数、代数式、方程 · 掌握必要的运算(包括估算)技能 · 探索具体问题中的数量关系和变化规律,并能运用代数式、方程等进行描述
数学思考	· 能对具体情境中较大的数字信息作出合理的解释和推断 · 经历运用数学符号描述现实世界的过程,建立符号感,能用代数式、方程刻画事物间的相互关系,发展抽象思维 · 能用实例对一些数字猜想作出检验,从而增加猜想的可信程度或推翻猜想,发展合情推理
解决问题	· 能结合具体情境发现并提出数学问题 · 经历从实际问题中建立数学模型、估计、求解、验证等过程,形成解决问题的一些基本策略,提高运用代数知识与方法解决问题的能力 · 尝试从不同角度寻求解决问题的方法,并能有效地解决问题,尝试评价不同方法之间的差异 · 体会在解决问题的过程中与他人合作的重要性 · 通过对解决问题过程的反思,获得解决问题的经验

- 体验数、符号是刻画现实世界数量关系的重要语言,方程是现实世界的数学模型,感受数学的价值
- 认识通过观察、实验、归纳、类比、推断可以获得数学猜想,体验数学活动的探索性和创造性,感受数学的严谨性和数学结论的确定性
- 乐于运用数学的思维方式观察、分析社会并解决实际问题,用科学的观点认识、观察世界
- 有学好数学的自信心,敢于面对数学活动中出现的困难,有独立克服困难和运用知识解决问题的成功体验
- 了解数学对促进社会进步和发展人类理性精神的作用

II. 具体目标

1. 有理数

(1)理解有理数的意义,能用数轴上的点表示有理数,会比较有理数的大小。

(2)借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求有理数的相反数与绝对值(绝对值符号内不含字母)。

(3)理解乘方的意义,掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步为主)。

(4)理解有理数的运算律,并能运用运算律简化运算。

(5)能运用有理数的运算解决简单的问题。

(6)能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断。

2. 代数式

(1)在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义。

(2)能分析简单问题的数量关系,并用代数式表示。

(3)能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义。

(4)会求代数式的值;能根据特定的问题查阅资料,找到所需要的公式,并会代入具体的值进行计算。

3. 整式

(1)了解整数指数幂的意义和基本性质,会用科学记数法表示

数(包括在计算器上表示)。

(2)了解整式的概念,会进行简单的整式加、减运算;会进行简单的整式乘法运算(其中的多项式相乘仅指一次式相乘)。

(3)会推导乘法公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$,了解公式的几何背景,并能进行简单计算。

说明:不同版本的教材,在内容安排上有所区别,所以,在列出目标时考虑了这个因素。

二、素材推荐

3

数学的产生

当今的世界,是一个充满了数学的世界,我们每天都在学数学,用数学。比如说,数数、算账等等,但你知道数学是怎样发展形成的吗?它最早又是个什么样子?如果你还不知道,那么读完本文以后,你就能有个大概的了解了。

早在人类社会的最初阶段,由摘野果和猎获野禽野兽,逐渐形成有无、大小等概念。由于人与人之间相互交往,有的结绳记事,有的靠扳自己的手指进行计数,所以“手”是人类最早的计算机,十进制就是从利用10个手指头进行计算中逐渐形成的。当计数大于10的时候,人们用石子代替手指,第一堆的10个小石子,每一个代表一个手指;第二堆的10个较大的石子,每一个代表第一堆的10个小石子(即10个手指);第三堆的10个大石子,每一个代表第二堆的10个较大的石子,代表第一堆的100个小石子……为了方便,后来又进一步用珠子代替石子,用绳子将珠子穿成一串

一串的,系在一个长方形的框子上,多位数都可以用珠子表示出来,这就是古代的算盘。计算的结果,人们就逐渐形成了“逢十进一”的概念,形成了“十进制”记数法。后来,人们逐渐用不同的符号表示每一串珠子的个数,其中阿拉伯人用0,1,2,3,4,5,6,7,8,9这10个符号,来表示每串珠子拨动的个数。这些符号,叫做数字;用这些数字表示多位数的方法,叫做十进制记数法(17世纪时,莱布尼兹创造了二进制记数法,被今天的电子计算机广泛地使用)。这样,只要用0~9这10个阿拉伯数字,采用个位、十位、百位、千位、万位等等与“逢十进位”的办法,就可以表示出任意大的数目了。

随着人们生产、生活的发展,数字计算的内容也逐渐丰富,许多数学家对此作出了杰出的贡献。

15世纪,德国数学家魏德美创造了加号“+”,在横线上加一竖,表示增加的意思。后来,他把加号“+”减去一竖,作减号“-”,表示减少的意思。

18世纪,美国数学家欧德莱最先把“ $\times$ ”作为乘号,表示增加的另一种方法,因此把加号斜起来写。

18世纪,瑞士人哈纳创造了除号“ $\div$ ”,他用一道横线把两个圆点分开,表示分解的意思。

16世纪,英国学者列科尔德创造等号“=”,他用两条平行而又相等的直线,来表示两数相等;数学家魏治德创造了中括号“[]”和大括号“{}”,他还是代数学的创始人之一。

17世纪,德国的莱布尼兹首创“ $\cdot$ ”为乘号;比号“ $:$ ”为比或除;“ Σ ”为总和,他还是微积分的创始人之一。英国的牛顿也创造了微积分,并首先用“ $\int$ ”作积分符号,这是把“summe”的第一个字母“s”拉长而来,表示取极限的意思。

17世纪初,印度和穆斯林的数学家逐渐用文字代替数进行运算,形成了代数学。

19 世纪中叶,英国数学家布尔用代数方法研究逻辑问题,创造了逻辑代数。

17 世纪中叶,西方商业规模扩大,科学进步很快,计算机械也逐步发展。

1642 年,法国巴斯加最先创造了手摇计算机,能计算八位数的加减法,叫做加算机。

1671 年,德国的莱布尼兹,研究出以梯形轴构造原理的四则计算机,用反复续加(减)法,进行乘除法运算。

1851 年,英国的 V. Schilt,最先创造键盘式计算机,放在伦敦博览会上展览。

1878 年,俄国的车比雪夫,设计了一个自动计算机。

1936 年,英国的图灵写了一篇论文,设计一个“万能计算机”。

1941 年,马西里开始设想电子算法,初步奠定了电子计算机的逻辑设计基础。

1946 年,美国为了研制氢弹,诞生了第一部电子计算机,它的名字叫做“埃尼阿克”。它由几万只电子管构成,既笨重,占地又多。这种用电子管制成的计算机,叫做电子计算机的第一代,能每秒运算 5000 次。

过了两年,第二代电子计算机诞生了。它是用晶体管制造的,不但体积小、重量轻、寿命长,而且耗电少,速度高。

1964 年,出现了集成电路,在一块几平方毫米的硅片上,集中几十个电子元件,管和导线都变成电路,刻在密密麻麻的硅片上,这种电子计算机的体积更小了,每秒可运算 150 000 000 次,这是电子计算机的第三代。

现在的电子计算机更发展了,在用途上,不只是进行运算,它的应用已有三千多种。从科学计算到数据处理,从生产过程控制到军事指挥,从国民经济各部门到社会生活的各个领域,计算机都发挥着愈来愈大的作用。

数学符号

不识字当然不能读文章、写文章,不懂数学符号就无法学数学。有时往往因对符号的含意理解不清而弄出错误。

数学和其他学科一样,除了利用文字表示意思外,还有一套独特的符号。例如,10的算术平方根记为 $\sqrt{10}$,三角形用“ $\triangle$ ”来表示。

数学符号的使用极大地推动了数学的发展。法国数学家维叶特因为运用了一套比较合理、简明的数学符号,将圆周率的计算推进到第九位小数。数学符号使数学研究成果便于传播与保存,假如没有数学符号,我们要在中小学阶段学完人类积累了几千年的初等数学知识,那是非常困难的,甚至是不可能的,更不用说还要在大学阶段学习一些高等数学知识了。一些新兴的数学分支,如泛函分析,若不使用数学符号那简直是不可想像的。

数学符号大量采用拉丁字母和希腊字母。

数学符号大约有以下几种来源:

1. 直接用字母表示。如我们常用拉丁字母前面的字母 a 、 b 、 c 、 d 等表示已知数,用后面的字母 w 、 x 、 y 、 z 等表示未知数。又如,我们常用希腊字母 α 、 β 、 γ 表示角或矢量。

2. 由字母或单词演变而来。有的采用单词的第一个字母,如求和缩写符号“ $\sum$ ”就是希腊文“ $\sigma\upsilon\mu\mu\alpha\rho\omega$ ”(意为“增加”)这个单词首字母的大写。有的利用缩写法,如“ $\min$ ”就是“minimal”(意为“极小”)的缩写,又如“ $\log$ ”是“logarithm”(意为“对数”)的缩写。

3. 用字母与其他符号相结合。例如,“ $\sqrt{\quad}$ ”是由“root”(意为“根”)与线括号“ $\sqrt{\quad}$ ”结合而成的,函数符号“ $f(x)$ ”也是如此。

4. 人为地创造或从其他符号袭用的。如“ $>$ 、 $<$ 、 ∞ 、 $n!$ ”。

数学符号是在数学发展的过程中不断提出,并逐步改造完善的。如在 17 世纪有近 10 种乘号同时使用,后来只保留“ $\times$ ”与“ $\cdot$ ”两种较简便的乘号,而其他乘号则被淘汰了。又如“ $n!$ ”最早为“ $\underline{n}$ ”,书写上不如“ $n!$ ”方便,又有被误认为角的可能,虽然现在仍有人用,但用的人越来越少了。

不少数学家对数学符号的确立做出了贡献,下面略举几例。

德国数学家、微积分的创始人之一莱布尼兹首创了“ dx ”、“ dy ”、“ $\int y dx$ ”等微积分符号。几何学中的相似符号“ $\sim$ ”和全等符号“ $\cong$ ”也应归功于他。他还提出用“ $\cap$ ”表示相乘,用“ $\cup$ ”表示相加。这两个符号现在用于集合论中,等号“ $=$ ”虽然在维叶特的著作中已经出现,但它并不表示“相等”,而表示两个量的差别,后来也是由于莱布尼兹的倡议,这个符号才用来表示相等。

瑞士数学家、彼得堡科学院院士欧拉首先使用“ $\sin x$ ”、“ $\cos x$ ”等三角函数符号。函数符号“ $f(x)$ ”、自变量增量符号“ Δx ”、自然对数的底“ e ”、连加号“ $\sum$ ”、虚数单位“ i ”符号也是欧拉首创的。1737 年欧拉使用“ π ”表示圆周率。

导数符号 $f'(x)$ 、 y' 是法国数学家拉格朗日创造的,偏导数符号 $\frac{\partial}{\partial x}$ 是法国数学家勒让德首先使用的。定积分符号 $\int_a^b f(x) dx$ 的发明人是法国数学家富里哀,集合论中的符号“ $\in$ ”是意大利数学家皮亚诺在 1889 年首先使用的。

由于他们的功绩,人们永远感谢他们。

自然数

建立自然数概念通常有基于基数与基于序数两种方法。

基于基数的自然数概念可溯源于原始人类用匹配方法记数。古希腊人用小石卵记畜群的头数或部落的人数。现在使用的英语 calculate(计算)一词是从希腊文 calculus(石卵)演变来的。中国古代《易·系辞》中说,“上古结绳而治,后世圣人易之以书契”。这都是匹配计算法的反映。

集合的基数具有元素“个数”的意义,当集合是有限集时,该集合的基数就是自然数。由此可通过集合的并、交运算定义自然数的加法与乘法。

为了记数,必须有某种数制,即建立一个依次排列的标准集合,随后对其一有限集合记数。就是将该集合中每个元素顺次与标准集合中的项对应,所对应的最后的项,就标志着给定集合元素的个数。这种想法导致 G·皮亚诺于 1889 年建立了自然数的序数理论。

皮亚诺规定自然数集满足下列五条公理,这里“集合”、“含有”、“自然数”等是不加定义的。

- (1)是自然数;
- (2)不是任何其他自然数的后继;
- (3)每个自然数都有一个后继(a 的后记为 $a/$);
- (4) $a/ = b$ 蕴含 $a = b$;
- (5)设 S 是自然数的一个集合,如果 S 含有 1,且 S 含有 $a/$ 蕴含 S 含有 1,则 S 含有任何自然数。

公理(5)就是熟知的数学归纳法公理。一切自然数集记为 $\{1,$