高等学校教学用书

过程装备力学分析

李福宝　主编

冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

高等学校教学用书

过程装备力学分析

李福宝　主编

北　京
冶 金 工 业 出 版 社
2010

内 容 提 要

全书共分 8 章，主要内容包括：弹性理论基本方程；薄壳理论；厚壁圆筒力学分析；薄板理论；开孔应力分析；外压容器力学分析；卧式容器力学分析；直立设备力学分析。

本书可供力学、土木建筑、机械制造等专业的师生参考阅读，也可供从事相关专业的技术人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

过程装备力学分析/李福宝主编. —北京：冶金工业出版社，2010.2

高等学校教学用书

ISBN 978-7-5024-5176-9

Ⅰ.①过… Ⅱ.①李… Ⅲ.①化工过程—化工设备—工程力学—分析 Ⅳ.①TQ051

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 019312 号

出 版 人 曹胜利

地 址 北京北河沿大街嵩祝院北巷 39 号，邮编 100009

电 话 (010) 64027926 电子信箱 postmaster@cnmip.com.cn

责任编辑 郭冬艳 美术编辑 李 新 版式设计 孙跃红

责任校对 石 静 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-5176-9

北京印刷一厂印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销

2010 年 2 月第 1 版，2010 年 2 月第 1 次印刷

850mm×1168mm 1/32；6.5 印张；172 千字；197 页；1-2500 册

18.00 元

冶金工业出版社发行部 电话：(010)64044283 传真：(010)64027893

冶金书店 地址：北京东四西大街 46 号(100711) 电话：(010)65289081

（本书如有印装质量问题，本社发行部负责退换）

前　言

随着石油化工行业的发展，过程装备技术显得越来越重要，特别是基础理论的研究给过程装备技术以理论上的支撑。本书以弹性理论为基础，以过程装备技术中典型单元为研究对象，研究其力学特性。主要内容包括弹性理论基本方程、薄壳理论、厚壁圆筒的力学分析、薄板理论、开孔应力分析、外压容器力学分析、卧式容器力学分析、直立设备力学分析。本书可供力学、土木建筑、机械制造等专业的本科及研究生参考使用，也可供从事相关专业的工程技术人员参考使用。

全书共8章，其中第1、3、7、8章由李福宝编写，第2、4章由李勤编写，第5、6章由王德喜编写，李福宝负责全书统稿。

本书在编写过程中得到了很多专家、学者的支持，也得到很多同志的帮助，借此表示深深的谢意！

限于编者水平，书中难免有错误和疏漏之处，敬请读者指正。

编　者

2009年12月

目　录

1 弹性理论基本方程

弹性理论所研究的对象是理想弹性体，即弹性体中的变形是应力的单值函数，在外载荷取消后变形即消失。而在塑性理论中，所研究的物体在足够大的应力作用下会引起残余变形，即使载荷卸除后残余变形仍不消失。弹性理论的任务是研究理想弹性体在外力作用下所产生的应力和变形以及与变形有关的位移；而塑性理论则是研究物体处于全部或局部塑性状态时的应力和变形问题。

1.1 空间问题

1.1.1 力的概念

弹性理论中常用的物体量有外力、应力、变形和位移。

1.1.1.1 外力

作用于物体的外力可以分为体力和面力。所谓体力，是分布在物体体积内的力，例如重力和惯性力；所谓面力，是作用在物体表面上的力，例如流体的压力和接触力。以 X、Y、Z 表示体力在 x、y、z 坐标轴上投影。

1.1.1.2 应力

在物体内某一点 P 取一个无穷小的平行六面体，它的棱边平行于坐标轴，而长度为 $PA=\mathrm{d}x$，$PB=\mathrm{d}y$，$PC=\mathrm{d}z$，如图 1-1 所示，将每一个面上的应力分解为一个正应力和两个剪切力，分别与三个坐标轴平行。正应力用 σ 表示，为了表明这个应力的作用面和作用方向，再加上一个下标，例如：正应力 σ_x 是作用在垂直于 x 轴的面上，同时也沿 x 轴方向作用的。剪应力用字母 τ 表示，并加上两个下标。前一个下标表明作用面垂直于哪一个

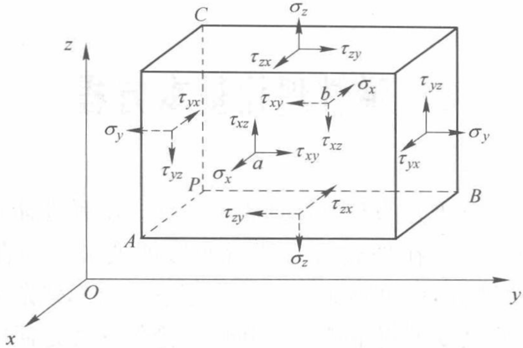

图 1-1 弹性体内某一点 P 的应力

坐标轴，下标中的第二个字母表明作用方向沿着哪一个坐标轴，例如：剪应力 τ_{xy} 是作用在垂直于 x 轴的面上，而沿 y 轴方向作用的。

如果某一个面上的外法线与坐标轴的正方向相同，则这个面上的应力就以沿着坐标轴正方向为正，沿坐标轴负方向为负；反之，如果某一个面上的外法线与坐标轴的负方向相同，则这个面上的应力沿着坐标轴负方向为正，沿坐标轴正方向为负。图 1-1 中所示的应力全都是正的。

一般而论，应力是位置坐标的函数。因此，作用在这六面体两对面上的应力不完全相同，而有微小的差量，例如：过点 APC 所得的面的正应力是 σ_y，由于坐标 y 的改变，作用在过 B 点的面上正应力则是 $\sigma_y + \dfrac{\partial\sigma_y}{\partial y}\mathrm{d}y$，依此类推。

1.1.1.3 剪应力互等定律

根据平衡条件：$\Sigma M = 0$，可列出微元体的平衡方程。

首先，连接六面体前后两面中心的直线 ab，并以此为矩轴，$\Sigma M_{\mathrm{ab}} = 0$：

$$\left(\tau_{yz} + \frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}z\,\frac{\mathrm{d}y}{2} + \tau_{yz}\mathrm{d}x\mathrm{d}z\,\frac{\mathrm{d}y}{2}$$

$$-\left(\tau_{zy}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\frac{\mathrm{d}z}{2}-\tau_{zy}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\frac{\mathrm{d}z}{2}=0$$

化简后，得： $\tau_{yz}+\frac{1}{2}\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}\mathrm{d}y-\tau_{zy}-\frac{1}{2}\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}\mathrm{d}z=0$

略去微量以后，得： $\tau_{yz}=\tau_{zy}$

同样可以得出： $\tau_{zx}=\tau_{xz}$，$\tau_{xy}=\tau_{yx}$

这就证明了剪应力互等定律：作用在两垂直于该两面交线的剪切力是互等的（大小相等，符号也相同，同指向或背离交线），因此，剪切力记号的两个下标先后次序可以对调。

1.1.2 空间问题的平衡方程

以 x 轴为投影轴，列出 $\Sigma F_x=0$，X 表示单位体积的体力在 x 坐标轴上的投影，得：

$$\left(\sigma_x+\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}\mathrm{d}x\right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z-\sigma_x\mathrm{d}y\mathrm{d}z+\left(\tau_{yx}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}z\mathrm{d}x-\tau_{yx}\mathrm{d}z\mathrm{d}x+$$

$$\left(\tau_{zx}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y-\tau_{zx}\mathrm{d}x\mathrm{d}y+X\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=0$$

同理：$\Sigma F_y=0$ 和 $\Sigma F_z=0$，可以得出与上式相似的两个方程式。整理后得：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\dfrac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\dfrac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}+X=0\\[2ex]\dfrac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\dfrac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}+\dfrac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+Y=0\\[2ex]\dfrac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\dfrac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\dfrac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+Z=0\end{cases}\tag{1-1}$$

这就是空间问题的平衡方程式。σ_x，σ_y，σ_z，$\tau_{yz}=\tau_{zy}$，$\tau_{zx}=\tau_{xz}$，$\tau_{xy}=\tau_{yx}$，这六个量完全可以确定空间某一点 P 的应力状态，称之为该点的应力分量。

式（1-1）的三个平衡方程式中包括六个应力分量，求解必

须借助变形与位移关系，即几何方程和物理方程才能完成。

1.1.3 空间问题的几何方程

取弹性体内任意一点 P 微小平行六面体在 x-y 平面的投影如图 1-2 所示。PA、PB 是弹性体受力前的线段，受力以后，P、A、B 分别移动到 P'、A'、B'。设 $PA=\mathrm{d}x$，$PB=\mathrm{d}y$ 以及 P 点在 x 方向的位移分量是 u，则 A 点在 x 方向的位移分量是 $u+\frac{\partial u}{\partial x}\mathrm{d}x$。因此，线段 PA 的正应变是：

$$\varepsilon_x=\frac{\left(u+\frac{\partial u}{\partial x}\mathrm{d}x\right)-u}{\mathrm{d}x}=\frac{\partial u}{\partial x}$$

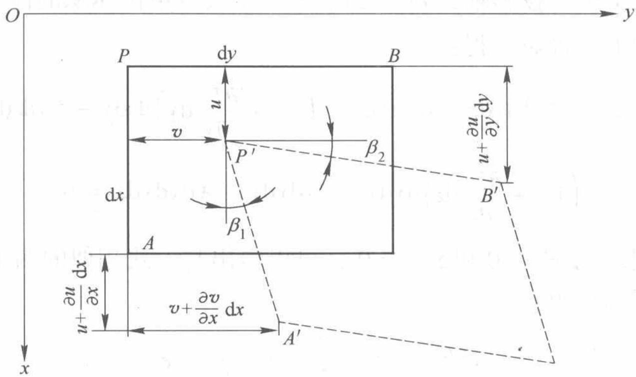

图 1-2　点 P 在 x-y 平面的位移

同样，P 点在 y 方向的位移分量为 v，线段 PB 的正应变是：

$$\varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y}$$

其次，利用图 1-2 可求出线段 PA 与 PB 之间的直角改变，也就是剪应变 γ_{xy}。这个应变是由两部分组成的，一部分是 x 方向的线段 PA 向 y 方向的线段 PB 的转角 β_1，另一部分是 y 方向的线段 PB 向 x 方向的线段 PA 的转角 β_2。从图 1-2 可以看出：

$$\beta_1 = \frac{\left(v + \frac{\partial v}{\partial x}dx\right) - v}{dx} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\beta_2 = \frac{\partial u}{\partial y}$$

可见，线段 PA 与 PB 之间的剪应变是：$\gamma_{xy} = \beta_1 + \beta_2 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$。

同理，根据弹性体内任一点 P 的微六面体在 y-z 平面和 x-z 平面上的投影，可求得在 z 方向的正应变和相应的剪应变：

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},\ \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z},\ \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

式中，w 为 P 点在 z 方向的位移分量。

综合以上各式，空间问题的几何方程为：

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x},\ \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y},\ \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \tag{1-2}$$

至于弹性体变形前后体积的改变与位移分量之间的关系可从下列步骤求得：无穷小的平行六面体，它的棱边长度是 dx、dy、dz。变形前的体积是 $dxdydz$；变形后体积为 $(dx + \varepsilon_x dx)(dy + \varepsilon_y dy)(dz + \varepsilon_z dz)$。因此，它的体积应变是 e，即每单位体积的体积改变：

$$\begin{aligned} e &= \frac{(dx + \varepsilon_x dx)(dy + \varepsilon_y dy)(dz + \varepsilon_z dz) - dxdydz}{dxdydz} \\ &= (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) - 1 \end{aligned} \tag{1-3}$$

略去高阶微量（两个或三个应变的乘积）得：

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \tag{1-3a}$$

或
$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \tag{1-3b}$$

1.1.4 空间问题的物理方程

对于完全弹性体其各向同性，根据胡克定律导出应力分量与形变分量之间的关系式，有：

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{1}{E} + [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y = \dfrac{1}{E} + [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z = \dfrac{1}{E} + [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{yz} = \dfrac{1}{G}\tau_{yz},\ \gamma_{zx} = \dfrac{1}{G}\tau_{xz},\ \gamma_{xy} = \dfrac{1}{G}\tau_{yx} \end{cases} \tag{1-4}$$

这是空间问题的物理方程。其中 G 是剪性弹性模数，E 是弹性模数，μ 是泊松系数。三者之间的关系为：

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

式（1-4）的应变分量与应力分量关系，也可以表示成为应力分量与应变分量的关系（空间问题物理方程的另一形式）：

$$\begin{cases} \sigma_x = 2G\left(\varepsilon_x + \dfrac{\mu}{1-2\mu}e\right) \\ \sigma_y = 2G\left(\varepsilon_y + \dfrac{\mu}{1-2\mu}e\right) \\ \sigma_z = 2G\left(\varepsilon_z + \dfrac{\mu}{1-2\mu}e\right) \\ \tau_{yx} = G\gamma_{xy},\ \tau_{zy} = G\gamma_{yz},\ \tau_{xz} = G\gamma_{zx} \end{cases} \tag{1-5}$$

式（1-1）、式（1-2）、式（1-4）共十五个方程，包含十五

个未知量：

$$\sigma_x,\ \tau_{xy},\ \varepsilon_x, \gamma_{xy},\ \mu,\ \sigma_y,\ \tau_{yz},\ \varepsilon_y,\ \gamma_{xz},\ v,\ \sigma_z,\ \tau_{zx},\ \varepsilon_z,\ \gamma_{zy},\ w$$

在每个具体问题的求解过程中，应当再给出弹性体表面上的边界条件，作为这些方程的补充。

1.2 平面问题

任何一个弹性体都是空间问题，一般的外力都是空间力系。但是，当弹性体具有某种特殊形状并且受到某种特殊的体力和面力时，空间问题可以简化为平面问题，只需考虑平行于某一平面的应力或者位移。

1.2.1 平面应力问题与平面应变问题

平面问题可分为平面应力问题和平面应变问题。

1.2.1.1 平面应力问题

当弹性体的一个方向的尺寸很小，如薄板，如图 1-3a 所示。只在边缘上受到平行于板面并且不沿厚度变化的面力，同时，体力也平行于板面并且不沿厚度变化。设薄板厚度为 s，由于上下板面无外载荷作用，因而上下板面上的应力分量为零，即：

$$(\sigma_z)_{z=\pm\frac{s}{2}}=0,\ (\tau_{zx})_{z=\pm\frac{s}{2}}=0,\ (\tau_{zy})_{z=\pm\frac{s}{2}}=0$$

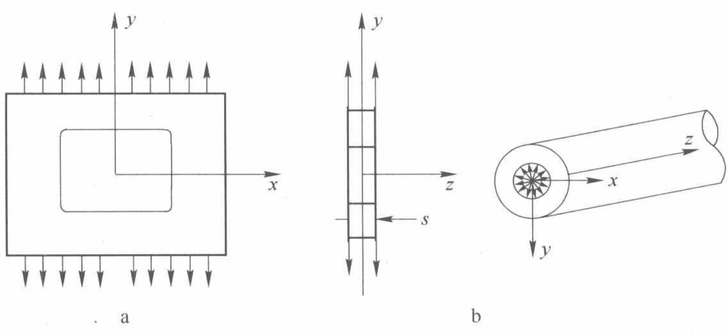

图 1-3 平面问题示例

因为板很薄，外力又不沿厚度变化，应力沿着板的厚度又是

连续分布的，所以，可以认为在整个薄板的所有各点都有：

$$\sigma_z = 0,\ \tau_{zx} = \tau_{xz} = 0,\ \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

这样，只剩下平行于 x-y 面的三个应力分量：σ_x，σ_y，$\tau_{xy} = \tau_{yx}$。同时，由于板很薄，这三个应力变量以及应变分量和位移分量也都可以认为是不沿厚度变化，而且它们只是 x 和 y 的函数，与 z 无关，这类问题称为平面应力问题。

1.2.1.2　平面应变问题

当弹性体的一个方向尺寸很大，例如无限长的管子（圆柱形筒体），如图 1-3b 所示。则圆柱体在任一点的应力变量、应变分量和位移分量都不沿 z 方向变化，只是 x 和 y 的函数，与 z 无关。在这一情况下，由于在 z 方向圆柱体的结构形式和受力都相同，因此任一横截面都可以看做是对称面，而对称面在 z 方向的位移必须为零，所以圆柱体内任一点都只有 x、y 方向的位移 u、v。这类问题称为平面应变问题。

1.2.2　平面问题的三大方程

（1）平衡微分方程式：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y = 0 \end{cases} \tag{1-6}$$

（2）几何方程式：

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{\partial u}{\partial x} \\[2ex] \varepsilon_y = \dfrac{\partial v}{\partial y} \\[2ex] \gamma_{xy} = \dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y} \end{cases} \tag{1-7}$$

（3）物理方程式：

1）在平面应力情况下，因 $\sigma_z=0$，故：

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \\ \varepsilon_y = \dfrac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \\ \varepsilon_x = -\dfrac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \\ \gamma_{xy} = \dfrac{2(1+\mu)}{E}\tau_{xy} \end{cases} \tag{1-8}$$

或

$$\begin{cases} \sigma_x = \dfrac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) \\ \sigma_y = \dfrac{E}{1-\mu^2}(\mu\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ \tau_{xy} = \dfrac{E}{2(1+\mu)}\gamma_{xy} \end{cases} \tag{1-8a}$$

2）在平面应变情况下，因为 σ_z 不等于零，而物体所有点都不沿 z 方向移动，所以 z 方向的线段没有正应变，也就是 $\varepsilon_z=0$，故有：

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = 0$$

即：

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y)$$

物理方程式为：

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \dfrac{1-\mu^2}{E}\left(\sigma_x - \dfrac{\mu}{1-\mu}\sigma_y\right) \\ \varepsilon_y = \dfrac{1-\mu^2}{E}\left(\sigma_y - \dfrac{\mu}{1-\mu}\sigma_x\right) \\ \gamma_{xy} = \dfrac{2(1+\mu)}{E}\tau_{xy} \end{cases} \tag{1-9}$$