

灰色系统与农业论文集

CONTRIBUTIONS TO GREY SYSTEMS & AGRICULTURE

第一次灰色系统与农业学术讨论会

一九八四年十二月 太原

PDG

编 者 的 话

第一次“灰色系统与农业”学术讨论会是由灰色系统理论的创立者、华中工学院邓聚龙教授倡议，在山西省农业科学院和山西省农业区划委员会的积极支持下，于1984年12月下旬在太原召开。这次会议对于诞生在祖国大地上的这颗科学幼苗无疑是十分重要的。

灰色系统理论，以它新颖的思想和研究成果，不仅得到了国内外有关学者的高度评价和极大的关注，而且吸引着各个领域的科研、工程技术人员及大专院校师生。灰色系统理论问世的两年多来，邓聚龙教授和陈绵云老师应邀赴各地做学术报告，为报刊撰写学术论文，举办灰色系统理论培训班，为这一新生学科的创立与发展做了大量工作。他们辛勤的劳动和智慧的种子，必然会培育出丰满的果实。灰色系统理论不仅成功地应用于工程控制、经济管理、未来学研究、社会系统、生态系统等领域中，而且在复杂而多变的农业系统，包括水利、气象、生物防治、农机决策、农业区划、农业经济等的研究工作中也得到了较为广泛地应用。并已取得了令人鼓舞的研究成果，大大丰富了灰色系统的理论和实践。“灰色系统与农业”学术讨论会就是在这样的基础上召开的。

这次学术讨论会有来自全国廿余个省市的教授专家科研人员及灰色系统的热心者参加，先后收到了60余篇学术论文和研究成果报告。为使灰色系统理论通过学术交流能够在更为广泛的领域中得到应用和进行更为深入地研究，我们将会议交流的论文汇编成论文集。收入论文集的成果，大都是经邓聚龙教授审阅并推荐的，具有一定的学术水平和实用意义。对于从事这方面研究的同志有一定参考价值和指导作用。

“论文集”的编印能够在短短两个月的时间完成，得到了山西省农科院、山西省农业区划委员会领导的大力支持，与组织这次会议的山西省农科院农业资源综合考察研究所做了大量工作，以及承担印刷的太原吹塑复印公司的协作配合是分不开的，在此一并致以谢意。

由于时间短促，编者水平有限，错误和不妥之处一定不少，恳请批评指正。

编 者

一九八四、十二

灰色系统与农业论文集

目 录

编者的话

中 文 部 分

灰色系统在农业中的应用.....	邓聚龙	(1)
灰色系统及其研究方向.....	陈绵云	(7)
灰色系统的某些问题.....	詹一辉	(15)
拓扑空间与灰色决策.....	邓聚龙	(18)
灰函数及其关联度.....	黄 悅	(23)
关于灰色系统理论中关联度分析的一些讨论.....	朱纪善	(27)
灰色转移概率与马氏实用予测决策.....	陈绵云	(33)
灰色系统的稳定性和镇定问题.....	陈绵云	(42)
灰色非线性规划.....	邓聚龙	(50)
灰色系统软件研究.....	王学萌等	(54)
灰色线性定常系统的极点灰区配置.....	周朝顺	(56)
灰色线性定常系统的反馈镇定.....	周朝顺	(63)
棉蚜虫生物防治系统的灰色模型.....	李宝林等	(68)
灰色系统理论及其在生态系统研究中的应用.....	李百炼	(74)
黑龙江省海伦县农机经营的灰色决策.....	戴有忠	(85)
应用灰色系统理论对山西农业经济发展的分析.....	梁吉义等	(96)
汾河上游输沙量与降雨径流的灰色关联分析.....	樊兰英	(99)
用灰色系统理论对农机化影响因素的关联分析与发展予测.....	林 伟	(105)
微型计算机控制的流量伺服系统.....	李从心等	(111)
农业区划中的多目标灰色局势决策.....	王学萌	(118)
灌溉渠道衬砌的灰色和模糊决策.....	邓 琦	(128)
水文非线性系统概念性模型.....	夏 军	(134)
利用月平均云量构造郑州地区月降水量予测.....	冯宛平等	(147)
灰色系统予测在天气予报中的应用.....	冯宛平等	(154)
灰色生成数与云南春雨予报.....	吴寿梁	(160)
汾河上游治理的灰色予测模型.....	王广任等	(173)
初霜灰色灾变予测.....	刘 万等	(179)

区域经济优势的灰色决策	罗建军等(187)
用灰色聚类法对土壤养分的综合评价	刘执鲁等(196)
灰色动态模型(GM)及在粮食长期预测中的应用	邓聚龙(204)
山西省粮食产量灰色预测模型	张炳祥等(211)
吕梁地区粮食灰色预测	王明星等(215)
应用灰色系统理论对应县粮食产量的长期预测	杨满(218)
应用灰色系统理论进行农业投入产出仿真	罗庆成(222)
农付型生产灰色动态经济模型的研究	阎文宾等(230)
晋西黄土上陵区一个典型经济模型的研究	阎文宾等(236)
农牧灰色系统模型的建立与优化	谢远涛(245)
栾城协调发展灰色关联模型及其分析	杨亚光(254)
山西省离石县粮食生产的灰色分析	李羊生(263)
武汉市自行车销售的灰色预测	陈汉(265)
应用灰色系统理论对湖北省全民所有制工业技术进步的预测	蒙万融(268)
“灰色系统理论”方法论试探	程飙(273)
“灰色系统在冬季长跑中的应用浅谈	徐明(281)
试用灰色系统 $GM(1,1)$ 模型对我省省内市场乳制品销售预测	阎文宾等(282)
县级农业区域划分的灰色多元分析	王学萌等(289)

灰色系统在农业中的应用

邓 聚 龙

华中工学院，武汉，中国

〔摘要〕 本文对灰色系统在农业方面的应用作了概述，其中包括灰色系统的基本内容如关联度，预测、生成数与生成过程，灰色建模与决策。文中还举出了一些灰色系统的应用实例：灌溉决策、生物防治、粮食预测，农业经济模型等。

关键词

灰色系统，灰色农业系统，系统理论，农业。

引 言

一些抽象系统，如生物系统、农业系统、社会经济系统由于缺乏物理原型，被称为本征性灰系统，这意味着这类系统模型信息、系统参数等不完全。因此在缺少信息情况下如何建模，如何预测、决策，是灰色系统的基本内容。

基 本 内 容

为了分析灰色系统因素的关联程度，提出了关联度的概念。

令 x 与 x_i 是参考序列与因素序列，

$$x = \{x(k)\} = \{x(1), \dots, x(N)\}$$

$$x_i = \{x_i(k)\} = \{x_i(1), \dots, x_i(N)\}$$

x 与 x_i 是可比较的，为此按照最大平行区段，将 x_i 移向 x 。若 x 与 x_i 是不可比较的，便用初值 $x(1)$ 及 $x_i(1)$ 除所有的值，得

$$\{y(k)\} = \left\{ \frac{x(1)}{x(1)}, \dots, \frac{x(N)}{x(1)} \right\}$$

$$\{y_i(k)\} = \left\{ \frac{x_i(1)}{x_i(1)}, \dots, \frac{x_i(N)}{x_i(1)} \right\}$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

• 1 •

则 k 点的关联度为 $\xi_i(k)$

$$\xi_i(k) = \frac{\min_i \min_k |y(k) - y_i(k)| + \rho^* \max_i \max_k |y(k) - y_i(k)|}{|\bar{y}(k) - y_i(k)| + \rho^* \max_i \max_k |\bar{y}(k) - y_i(k)|}$$

取 $Y_{ki} \in [\min\{\xi_i(k-1), \xi_i(k)\}, \max\{\xi_i(k-1), \xi_i(k)\}]$
 $E_{ki} = \{x | x \in X, \xi_{ki}(x) = y_{ki}\}$

记 E_{ki} 的测度为 $m(E_{ki})$, 则 x 与 x_i 的关联度为

$$\gamma_i = \frac{\sum_{k=1}^n Y_{ki} m(E_{ki})}{\sum_{k=1}^n m(E_{ki})}$$

若 $y_i > y_i$ 或 $y_i \geq y_i$ 则记 $y_i \asymp y_i$, $y_i \asymp y_i$, 称序列 $\{y_i, y_i, y_k\}$ 为偏序, 并满足

- 1° 自反性 $y \asymp y, \forall y \in Y$
- 2° 传递性 $y_i \asymp y_j, y_j \asymp y_k \Rightarrow y_i \asymp y_k$
- 3° 反对称性 $y_i \asymp y_j, y_j \asymp y_i \Rightarrow y_i = y_j$

对于两个比较的序列 y_i 与 y , 其关联度非唯一, 然而必须保序。

按照灰色系统的观点, 任何随机过程与变量都被看作是灰色过程与灰色变量。我们用“生成”的方式来发现潜在规律, 一般有两种生成运算, 即

累加生成运算(简记为 AGO), 如

$$x^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^k x^{(0)}(m)$$

$x^{(0)}$ 是原始序列, $x^{(1)}$ 是 $1-AGO$, 一般来说, 有

$$x^{(m)}(\otimes) = T^m x^{(0)}(\otimes)$$

T 是映射, \otimes 是灰数。还有

逆累加生成(简记为 $LAGO$)

$$\begin{aligned} \alpha^{(0)}[x^{(m)}(\otimes, k)] &= x^{(m)}(\otimes, k) \\ \alpha^{(1)}[x^{(m)}(\otimes, k)] &= \alpha^{(0)}[x^{(m)}(\otimes, k)] - \alpha^{(0)}[x^{(m)}(\otimes, k-1)] \\ &\dots &&\dots \\ \alpha^{(i)}[x^{(m)}(\otimes, k)] &= \alpha^{(i-1)}[x^{(m)}(\otimes, k)] - \alpha^{(i-1)}[x^{(m)}(\otimes, k-1)] \end{aligned}$$

我们称 $\alpha^{(i-1)}$ 到 $\alpha^{(i)}$ 为 $1-LAGD$ 。

对于灰数 \otimes , 用闭包 S_i 描述, S_i 的白化函数记为

$$-\left| \frac{k}{\hat{x}_i} \right| \mid \hat{x}_i - x \mid$$

$$f_i(x) = e$$

则称 \otimes 为灰色生成数，称 $\rho_i = |\hat{x}_i|/k$ 为值灰度。且 \otimes 是用 S_K 与 S_{K+1} 的交表示的，

$$\begin{aligned}\{\hat{x}\} &= \{\hat{x} \mid \hat{x} \in S_K \cap S_{K+1}\} = S(\hat{x}_0, S_0) \\ \hat{\otimes} &= \hat{x}_0 + \inf \{\hat{x}\}\end{aligned}$$

称 $\hat{\otimes}$ 为灰色的最大信息生成数，若

$$\otimes_1 \in [a, b], \quad \otimes_2 \in [c, d], \quad \otimes_3 \in [e, f]$$

且 \otimes_i 的值灰度 $\rho_i \rightarrow \infty$ 则称

$$\otimes_1 * \otimes_2 = \otimes_3$$

为生成区间。从而有下述定理：

定理 灰区间四则运算是封闭的。

定理 灰区间不能自己抵消。

定理 灰区间矩阵是非奇异的。

为了建立灰色系统的模型，作者提出了灰色动态模型简记为 GM

定理 对含 h 个变量的本征灰系统，对原始数列 $x_i^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, N$ ，作 $m-AGO$ 得 $x_i^{(m)}(k), k = 1, 2, \dots, N, i = 1, 2, \dots, h$

给定参考数列 $\{s\}$ ，若有 $\xi > 0$ ，便有 m ，在 $m \geq \xi$ 时 $x_i^{(m)}$ 将灰色收敛于 $x, x \in [s]$ ， x 可以用 $GM(n, h)$ 模型描述，即

$$\frac{d^a x_1^{(m)}}{dt^{a-1}} + a_1 \frac{d^{a-1} x_1^{(m)}}{dt^{a-2}} + \dots + a_{a-1} x_1^{(m)} = \sum_{i=1}^{h-1} b_i x_{i+1}^{(m)}$$

$$m = 1, 2, \dots$$

$$\hat{a} = [a_1 \dots a_{a-1}; a_a b_1 \dots b_{h-1}]^T$$

$$\hat{a} = [(A : B)^T (A : B)]^{-1} (A : B)^T y_N$$

$$A = - \left[\begin{array}{cccc} \otimes(\alpha^{(a-1)}, 2) & \otimes(\alpha^{(a-2)}, 2) & \dots & \otimes(\alpha^{(1)}, 2) \\ \otimes(\alpha^{(a-1)}, 3) & \otimes(\alpha^{(a-2)}, 3) & \dots & \otimes(\alpha^{(1)}, 3) \\ \dots & \dots & & \dots \\ \otimes(\alpha^{(a-1)}, N) & \otimes(\alpha^{(a-2)}, N) & \dots & \otimes(\alpha^{(1)}, N) \end{array} \right]$$

$$B = \left[\begin{array}{cccc} -\otimes(\alpha^{(0)}, 2) & x_2^{(m)}(2) & \dots & x_h^{(m)}(2) \\ -\otimes(\alpha^{(0)}, 3) & x_2^{(m)}(3) & \dots & x_h^{(m)}(3) \\ \dots & \dots & & \dots \\ -\otimes(\alpha^{(0)}, N) & x_2^{(m)}(N) & \dots & x_h^{(m)}(N) \end{array} \right]$$

$$y_N = [\otimes(\alpha^{(a)}, 2), \otimes(\alpha^{(a)}, 3), \dots, \otimes(\alpha^{(a)}, N)]^T$$

$\otimes(\alpha^{(i)}, k)$ 是 $m-AGO$ 白化值的灰数，若对 $\otimes(\alpha^{(i)}(x_1^{(1)}, k))$ 取边界白化值，对 $\otimes(\alpha^{(0)}(x_1^{(1)}, k))$ 取最大信息白化值，则 $GM(1, h)$ 可以用下述关系表示。

$$A = 0$$

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(1) + x_1^{(1)}(2)), x_2^{(1)}(2), \dots, x_n^{(1)}(2) \\ \dots & \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(N-1) + x_1^{(1)}(N)), x_2^{(1)}(N), \dots, x_n^{(1)}(N) \end{pmatrix}, \quad y_N = \begin{pmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(N) \end{pmatrix}$$

作为 $GM(1, 1)$ ，有

$$A = 0, \quad B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(1) + x_1^{(1)}(2)), & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(x_1^{(1)}(N-1) + x_1^{(1)}(N)), & 1 \end{pmatrix}, \quad y_N = \begin{pmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(N) \end{pmatrix}$$

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} + ax_1^{(1)} = u$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T y$$

以 $GM(1, 1)$ 为基础可以得到预测模型。

灾变预测，记灾变值为 ξ ，给定区间

$$D_\xi = [0, \xi] \quad \text{或} \quad [\xi, \infty)$$

便有

$$x_\xi = \{x^{(0)}(t_k) | x^{(0)}(t_k) \in D_\xi, K \in \{1, 2, \dots\}\} = \{x_\xi(K)\}$$

$$\{t_\kappa\} = \{t_\kappa | x^{(0)}(t_\kappa) \in D_\xi, K \in \{1, 2, \dots\}\}$$

$$T_{t_\kappa}: \{x_\xi(k)\} \longrightarrow \{t_\kappa\}$$

$$T_{t_N}: \{t_\kappa\} \longrightarrow \{K | K=1, 2, \dots, N\}$$

$$P_{t_N} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & N \\ t_1 & \dots & t_N \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} 1 & \dots & N \\ t(1) & \dots & t(N) \end{pmatrix}$$

得灾变预测模型为

$$\frac{dt^{(1)}}{d\xi} + at^{(1)} = u, \quad t^{(1)}(K) = \sum_{m=1}^K t^{(0)}(m)$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T y_N$$

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(t^{(1)}(1) + t^{(1)}(2)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(t^{(1)}(N-1) + t^{(1)}(N)) & 1 \end{pmatrix}, \quad y_N = \begin{pmatrix} t^{(0)}(2) \\ \vdots \\ t^{(0)}(N) \end{pmatrix}$$

灰色决策 灰色决策以局势和局势效果测度为基础，效果测度由 $GM(1, 2)$ 模型决定。
令 a_i 为事件， b_i 为对策，则称

$$S_{ij} = (a_i \ b_i)$$

为 $i j$ 局势。记第 K 个准则局势 S_{ij} 的效果测度为 $\gamma_{ij}^{(K)}$ ，对于 $i=1, 2, \dots, n$ ， $j=1, 2, \dots, m$ 与 $K=1, 2, \dots, r$ ，有决策矩阵 γ 为

$$\gamma^{(k)} = \begin{pmatrix} \gamma_{11}^{(k)} \dots \gamma_{1m}^{(k)} \\ \vdots \\ \gamma_{n1}^{(k)} \dots \gamma_{nm}^{(k)} \end{pmatrix}, \quad K=1, 2 \dots r$$

对 $r_{ij}^{(k)}$ 作生成运算，包括 $\forall k$ ，则生成后决策阵 γ 为

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1m} \\ & \ddots & \\ \gamma_{n1} & \cdots & \gamma_{nm} \end{pmatrix}$$

则最优对策 b_i^* (用于对付事件 a_i) 是

$$b_i^* = \max_j \gamma_{ij}$$

最适合用对策 b_i 对付的事件 a_i^* 为

$$a_i^* = \max_i \gamma_{ii}$$

农业灰色系统应用实例

粮食的灰色预测 给出粮食产量序列 $X^{(0)}(K)$ ，对它作 1—AGO 运算，得 $X^{(1)}(K)$ ，构造 $X^{(1)}(K)$ 的 GM (1, 1) 模型，便得到山西省粮食预测模型 (张炳祥，罗建军)

$$x^{(1)}(k+1) = C_1 e^{0.0291K} - b_1 + (c_2 e^{0.004387K} + b_2) \cdot \delta(k-p)$$

$$\delta(k-p) = \begin{cases} 1, & k \geq p \\ 0, & k < p \end{cases}$$

$$C_1 = 2107.536815, \quad C_2 = -117.0329$$

类似地，还有全国的粮食预测模型。这些预测模型的精度都超过了 99%。

生物防治模型 用灰色机理模型可建立棉蚜虫、瓢虫、菜蚜虫之间的生物群体模型 (李宝林)，记 x_1 为瓢虫， x_2 为菜蚜虫， x_3 为棉蚜虫，得模型

$$x(k+1) = Ax(k)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ -a_{21} & a_{22} & \otimes_{23} \\ -a_{31} & \otimes_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad x(K) = \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{pmatrix}$$

若认为棉蚜虫在第二阶段被瓢虫消灭，则瓢虫与棉蚜虫的比例 λ 应满足

$$\lambda \in \left[\frac{1}{a_{31}(a_{11}+a_{33})} (a_{33}^2 - a_{31}a_{12}\lambda^0), \quad \frac{a_{33}^2}{a_{31}(a_{11}+a_{23})} \right]$$

$$\lambda^0 = \frac{x_2(0)}{x_3(0)} \quad \lambda = 120$$

按照上述关系，1982，1983 年生物防治的棉田 6 千亩及 1, 2000 亩均获丰收。

灌溉决策 按灰色决策得到了人民胜利渠的灌溉决策。事件是全年 12 个月，对策是“不灌”、“渠灌”、“井灌”，准则是“地下水位控制 (防次)”、“适灌”、“经济”，则决

策矩阵(邓琦、冯清玺)为

$$\gamma^{(k)} = \begin{bmatrix} \gamma^{(k)}_{11} & \cdots & \gamma^{(k)}_{13} \\ \vdots & & \\ \gamma^{(k)}_{12,1} & \cdots & \gamma^{(k)}_{12,3} \end{bmatrix}, k=1, 2, 3$$

关于灌溉的最佳决策是

1月——不灌	2月——井灌
3月——不或渠灌	4月——渠灌
5月——“不灌”	6月——“渠灌”
7月——“不灌”	8月——“井灌”
9月——“不灌”	10月——“渠灌”
11月——“不灌”	12月——“井灌”

采用上述灌溉决策，地下水位的控制得到了几十年少有的好成绩，使6,6000农田增产。

气象预报 对气象灾变时间集、 $\{t^{(1)}(K)\}$ 建立GM(1,1)模型，预测了河南及山西的气象灾变(冯宛平、刘执鲁、王明星等)

参 考 文 献

- [1] 邓聚龙 “灰色系统的动态模型GM及在粮食预测中的应用” 《大自然探索》(1984) 3
- [2] 李宝林 邓聚龙 “灰色系统理论在棉蚜虫防治生物模型建立方面的应用” 《大自然探索》，(1984) 3
- [3] DENG JU-LONG, DENG QI “The Grey and Fuzzy Strategy of People's Victory Channel” 《Sino-U.S. Symposium on fuzzy methodology and modern analysis》 with application to electric power systems Beijing, China (1984) 7
- [4] 邓聚龙 “社会经济灰色系统” 《中国社会科学杂志》 5 (1984)
- [5] 邓聚龙 “粮食的灰色模糊预测” 《华中工学院学报》 2 (1983)
- [6] DENG JU-LONG DENG “The control problems of grey systems” 《SYSTEMS CONTROL LETTERS》 3 (1982)

灰色系统及其研究方向

华中工学院 陈 绵 云

〔摘要〕 我国学者邓聚龙教授的奠基性论文“灰色系统的控制问题”于1982年正式发表以来，灰色系统理论及其应用的研究工作有着可喜的进展。本文试论：什么是灰色系统？灰色系统理论产生的背景，灰色系统的研究方向。

“哲学家们只是用不同的方式解释世界，而问题在于改变世界。”在自然科学技术领域里，最明显体现马克思这句名言的恐怕要算系统控制理论。系统控制理论研究控制系统，研究怎样认识、利用、改造自然控制系统认识和设计、制造或建立人造控制系统，用以达到人们的目的。

同任何科学技术理论一样，系统控制理论总是随着生产和社会的发展而向前发展的。1982年问世的正在深化研究的灰色系统理论，就是系统控制理论发展的产物。

一、什么是灰色系统？

人们对世界组成的科学见解，经历了一个漫长的形式过程，并随着社会生产和科学技术的发展而不断发展着。最早的科学见解，认为世界是物质的，是由物质组成的。后来人们发现，物质总是不断运动的、不断变化的，而且物质的运动总是伴随着能量，没有无能量的物质，也没有脱离物质的能量。于是，人们又认为世界是由物质和能量组成的。这仍然是一种古典的看法。人们进而研究了生物体和自动控制系统之后，提出了新的问题，生物体和自动控制系统都是有组织的系统，而且随着时间的推移能够保持组织状态，为什么？靠物质的新陈代谢和能量的相互转换是不可能的，必然存在新的东西。这个新的东西被人们称之为“信息”（Information）。信息不是物质，也不是能量，但它不能脱离物质和能量而存在。于是，人们对世界组成的新见解，也就是现代的见解，认为世界由物质、能量和信息这三种既相互区别又相互依存的成份所组成。当然，从马列主义的广义物质观来看，这三种成份都是物质。

组成世界的物质、能量和信息的性质，决定了世界事物的性质。客观世界中的任何事物都是发展变化的，它们相互关联而又相互制约。我们要对某客观事物有一个本质的正确认识，就必须对它有一个综合的全面了解，必须把握它的整体。这就是系统的观点。系统就是一个包含若干相互关联相互制约的任意种类元素组成的具体某种功能的整体。这里的“元素”是泛指的事物，它可以是电子、原子、物体、企业、人、……等等。“系统”也是泛指的事物。例如：一部机床，一个车间，一个工厂，一个企业，可以各自看成为一个系统；一个生产组，一个生产队，一个公社，一个经济区，也可以各自看成为一个系统；还可以把整个企业这个系统或整个经济区这个系统相对细分为巨系统、大系统、小系统和子系统。同样，一个生物体（包括人）是一个系统，一个社会组织是一个系统，地球是一个系统，太阳系是一个系统，

河系是一个系统，……等等。任何一个系统 总是
包含着若干系统，同时又被另外的若干系统所包含
和包围。

图1是一个抽象的系统与其外界之间的关系。
记外界对系统的作用为 u ，系统对外界的作用为 y 。
严格说来， u 和 y 有无穷个，是分布作用的。但在特
定情况下，可以被认为是有限个，是集中作用的。
三者的相对平衡关系，可以概括地表示为：

$$\Sigma U = \Sigma Y \quad (1)$$

一般，系统是复杂的多层次的子系统的集合。这些
子系统之间的结合方式和相互矛盾又相互协调的关
系决定着整个系统的性能，系统性能的变更又受到
外界作用的影响或激励。这是因为，物质代谢、能量转换和信息传递，既存在于系统内部又存
在于系统与其外界之间。在一定条件下，一个系统的性能或本质是会转化的，可以转化为新的
系统。新系统与其外界之间又将建立起新的相对平衡关系。

人们研究系统总是有目的的，总希望系统能够控制到满足人们的要求，然而图1的系统，可
能是有序的系统，也可能是无序的系统。后者容易瓦解，前者也不一定存在控制。例如，行
星系统属于有序系统，随着时间的推移，熵不断增加，有序度不断瓦解，最后走向毁灭。从现
在的科学考证来看，太阳也是如此。正如恩格斯预言，在遥远的未来，太阳也将走向毁灭。
只有能从系统外界吸收负熵以补偿自身增熵所失去的秩序，甚至不断增加秩序的系统，才
有强大的生命力。这种系统呈现有组织状态，并且随时间的推移仍能保持这种状态。调节控制
是一种获取、传递、加工、储存和使用信息的过程，是系统得以保持组织状态的根本所在。
因此，我们说一个存在控制的系统，即控制系统，必是一个有组织有秩序的系统。其调节控制
能力越强，组织程度就越高，自主性就越强，就越能适应环境的变化，越有生命力。大自然构
造了许许多多极好的控制系统。例如：人体是一个最好的大系统，人和许多动物的眼球跟踪目
标的快速跳动器官是一个时间最优控制系统，等等。人们研究自然控制系统，可以有意识地利
用它、改造它和仿效研制很好的人造控制系统或自动控制系统，用以达到人们的目的。

迄今为止，描述、设计系统的理论、方法是五彩缤纷的。灰色系统理论认为：内部特性
可知的系统是白色系统，内部特性未知的系统是黑色系统，内部特性部分可知、部分未知的
系统是灰色系统。邓聚龙教授通俗地解释道：“一个工厂是一个系统，工厂的人员、设备、
技术条件是已知的，根据这些已知的数据可算出工厂的产量产值，这样的系统我们称为白
色系统。宇宙间，银河系以外的某星球，虽然知道它存在，但不知道其重量是多少？体积多大？
距地球多远？是否发光？是恒星还是行星？这就是黑色系统。人体是一个系统，人体的外形
参数，如身高、体重、年龄等是已知的，某些内部参数，如体温、血压、脉搏、……等也是
已知的，这些是白色参数。但有更多的参数是不知道的。比如人体究竟有多少穴位，每一个穴
位有那些物理的、化学的、生物的性能，这些穴位与人体的那些部位有关，它们起什么作用，
……等都是未知的，或是不可知的，是黑色参数。系统中既有白色又有黑色的参数就称为灰
色系统。

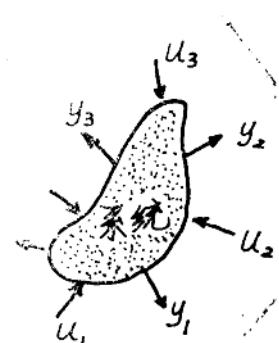


图 1

二：灰色系统理论产生的背景

系统控制理论的形成，可以追溯到很早以前。应该说。早在两千年前我国西汉时期的指南车、十八世纪英国的蒸汽机调速器等等发明成果就有理论问题。但作为独立的学科出现于世，还是本世纪三十年代的事。半个世纪以来发展很快，迄今描述、设计系统的理论、方法五彩缤纷。从实质性的基本点来看，现有的系统控制理论可以划分为：经典控制理论、现代控制理论、模糊控制理论和闻世不久的灰色系统理论。

经典控制理论又称自动调节原理，它在第二次世界大战期间，针对提高武器发射命中率的需要而获得迅速的发展，并达到了成熟的阶段。经典控制理论从系统的输入输出的关系来研究系统，研究的主要对象是单输入单输出的线性定常系统，系统数学模型的基本形式是传递函数，主要的分析方法是频率法和根轨迹法，广泛应用于工业生产实践。在一般情况下，图2 线性定常系统的输入

$$\frac{u(t)}{U(s)} \xrightarrow{G(s)} \frac{y(t)}{Y(s)}$$

图 2

$U(t)$ 和输出 $y(t)$ 的关系，可用下列微分方程来表示：

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + a_{n-2} y^{(n-2)}(t) + \cdots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + b_{m-2} u^{(m-2)}(t) + \cdots + b_1 u'(t) + b_0 u(t), \quad (2)$$

式中 $a_0, a_1, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m$ 均为常数 m, n 为正整数， $n \geq m$ 。

系统的传递函数就是

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}, \quad (3)$$

$G(s)$ 表达系统本身的特性。对 $G(s)$ 的分析研究，就能够统一处理不同物理性质的线性定常系统。

依经典控制理论，设计具有试凑的特点，无法设计出高精度的最优控制系统、适应控制系统和其它复杂系统。于五十年代末和六十年代初在经典控制理论基础上针对导弹、航天、航空、航海的制导、导航、控制发展起来的现代控制理论，能够用于设计各种高精度的复杂系统。现代控制理论从系统的内部特性（结构、参数）来研究系统，用“状态”来描述系统的行为，系统数学模型的基本形式是状态方程，主要的分析方法是状态空间分析法。它运用现代数学方法从理论上解决问题，依据它所设计出来的控制系统用数字计算机来实现。记系统内部的状态变量为 X ，如图 3 所示。系统的输出量 y 是 X 的外部体现，但 X 不一定是输出量，也不一定是可达

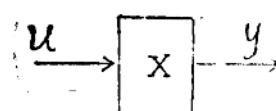


图 3

的、可测的、可观的、可控的。状态变量的选择具有自由性。一般， X, Y, U 是时间 t 的矢量函数，且不一定同维，记 $x \in R^n$, $y \in R^m$, $u \in R^l$ 。考虑到实际系统的非线性，系统可用状态微分方程和观测方程

$$X(t) = F\{x(t), u(t)\} \quad (4)$$

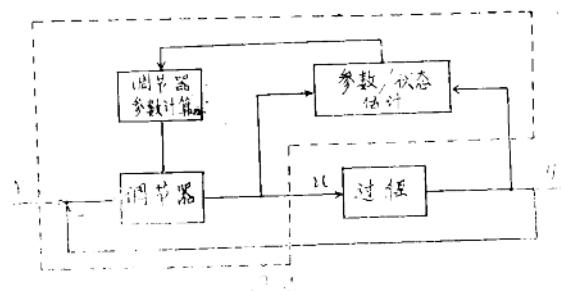
$$y(t) = G\{x(t), u(t)\} \quad (5)$$

来描述。在常见的线性定常情况下，系统状态微分方程和观测方程的形式是：

$$X(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (6)$$

$$y(t) = Cu(t) \quad (7)$$

现代控制理论能够处理各种各样的问题，例如：用极点配置技巧能够处理多变量线性系统特性的问题，用极大值原理能够解决某些最优控制问题，用Kalman滤波器能够解决有噪音的随机系统状态估计问题，等等。它既能解决某些类型的确定性非线性问题，也能解决某些类型的随机性非线问题。它已在宇航工程上获得巨大成功，在许多工业生产上也很见成效。它和计算机的发展，使人们有条件研制出各种类型的现代控制系统。例如，图4所示的自寻最优适应系统。为了区别，图3所示的系统在此称为过程。 r 是指令量或目标量。系统由被控过程和由虚线内各部分组成的控制器组成，控制器的特性遵循某种最优准则，在较为恶劣的环境下， y 能够以最好的方式和足够的精度达到目标量 r 或跟随 r 变化。



上述理论有一个基本的共同点，就是它们都依赖于系统的正确而精密的数学模型。否则，一切都是徒劳的。为了获得精确的数学模型，基于概率论和数理统计方法的辨识自适应技术得到了发展，在一定条件下可以求得数学模型中的未知参数，因而开拓了现代控制理论的实际应用。

然而，有许多生产过程，例如炼钢炉，水泥窑，玻璃工业中的挤压，等等，很难或不能求得精确的数学模型。虽然辨识和自适应技术可部分地补偿这种不足，但如果不能按照理论结构有效地建立过程模型，还是达不到令人满意的控制效果。况且随着生产和社会的发展，人们研究的对象越来越复杂，越来越广泛，例如许多大型工业系统，生物系统，经济系统，社会系统，乃至未来系统，等等，建模已成难题。得不到精确的数学模型，现代控制理论那种精湛的数学处理方法就无从实用，因而就无法求得控制。依靠现有的工程辨识办法建模也是有条件的，且不说通过这种辨识建立的系统并不是真正的原系统，而是原系统的同构和仿真。

实际上，有许多场合，系统的未知参数不宜用或无法用现有的工程辨识办法来辨识。例如：工程系统中的辨识总要对系统加入试验信号，若对经济系统、社会系统也如此试验，就有可能给人们带来灾乱。未来学研究的对象是还未发生或还未出现的事物，根本无法辨识。面对这种很难或不能求得精确数学模型而又不宜于用或无法用现有辨识办法建模的系统，自动化和控制论工作者不得不探索新的处理途径。

1965年美国学者L·A·Zadeh教授首创“模糊集”理论。他把G·Cantor集合的概念拓广为模糊集合的概念，他定义的隶属函数就是用数学方法或精确方式来描述模糊量或定性信息的关键所在。1974年英国E·H·Mamdani首先把模糊集理论用于锅炉和蒸气机的控制，获得了良好的效果。这一开拓性的试验工作和1974—1977年的工业应用成果和论文，包括英国R·M·Tong的理论性论文，标志着模糊控制理论的形成和初期成就。模糊控制引以自豪的主要特点是：

- ①不需要被控对象的精确数学模型，不要求建模；
- ②模糊控制器是通用的；
- ③按语言变量控制；
- ④具有较强的鲁棒性（*Robustness*）。

这些特点集中起来，就是模糊控制能够模拟人的思维方法，对一些无法构造数学模型的系统进行控制。尽管模系控制还有许多理论问题和实施问题有待解决，它的优点，尤其是它那用隶属函数表达定性信息的能力和简单明了的执行方法，使它获得了愈加广泛地应用和发展。

模糊控制理论未立足于对被控对象的完善描述，它的那些特点中隐含有它的弱点，主要是信息利用率不高，控制粗糙，精度低。显然，这在高精度要求的场合，它是难以胜任；也谈不上对被控制对象运动规律的深刻阐明。模糊控制理论研究的是模糊系统，特别是模糊化的复杂系统和人充当系统元素的那些系统，而经典控制理论和现代控制理论研究的则是分明系统。三者也有一个基本共同点，就是它们研究的系统都属于信息（分明信息或模糊信息）完全确知的系统，即白色系统。显然，前面提出的实质性问题仍然有待解决。广而言之，人们研究客观系统往往处于既确知又不确定的状况，如何寻求问题的答案？长期从事自动化、系统工程和控制论研究的我国学者邓聚龙教授，1979年开始研究参数不完全大系统、未知参数系统的控制问题，1982年正式发表奠基性论文“灰色系统的控制问题”，（“*Control Problems of grey systems*”，《*Systems & Control Letters*》，North-Holland Publishing Company, Vol.1, No.5 (1982)）首创“灰色系统”理论。控制论发展史上有“白箱”、“黑箱”、“灰箱”之说。“箱”意味着有界的范围，箱内的结构参数全知者称为白箱，全未知者称为黑箱，介于二者之间称为灰箱。已有的理论只能对白箱求解控制问题。对于黑箱，只好从外部，从箱的输入输出关系（因果关系）来研究它，使之变白。黑箱原理至今仍在系统辨识、建模、仿真和大系统研究中占有重要的地位。灰箱问题实际上没有引起人们的注意，一般总是把灰箱当作黑箱处理，灰箱中可利用的白色信息未能发挥作用。邓聚龙教授把灰箱的概念拓广为灰色系统的概念，主张从系统（研究对象）的内部特性（结构、参数）来研究系统，允许系统中存在灰色参数，并充分利用系统中部分存在的白色信息来求解控制问题。灰色系统用灰色参数、灰色方程、灰色矩阵来描述，只知道部分数学特性。而不知道具体数值的参数，称为灰色参数，用 \otimes 代表。例如，一棵生长着的大树，其重量

就是灰色参数，是有下限的灰色参数。因为这棵树的重量一定大于零，其它不知道，也无法用量具来称。若将这棵树从土地内挖出来用量具称，固然可以得到一个重量的具体数值，但它不能说是“生长着”的大树的重量。具有白色系数和灰色系数的方程，称为灰色方程。例如

$$\otimes X + 3 = 0, \quad (8)$$

是一个灰色代数方程：

$$\otimes \frac{dx(t)}{dt} + a = bu(t) \quad (9)$$

是一个灰色微分方程。行列数确定而含有灰色元的矩阵，称为灰色矩阵。例如，

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \otimes_{13} \\ 4 & \otimes_{22} & \otimes_{23} \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad (10)$$

一般，灰色矩阵为

$$A = [\otimes_{ij}]_{m \times n} \quad (11)$$

表示。 A 中有 $m \times n$ 个元素，若其中有 N_G 个灰色元素，则

$$d_g = \frac{N_G}{m \times n} \quad (12)$$

定义为 A 的灰色度，

$$d_w = 1 - \frac{N_G}{m \times n} \quad (13)$$

定义为 A 的白色度。显然，若(2)一(7)式中含有灰色参数或灰色元素，那这些数学模型描述的系统就是灰色系统，而白色系统只是灰色系统的特例。

由上述以见，灰色系统理论是在经典控制理论、现代控制理论（包括大系统理论）、模糊控制理论，即白色系统控制理论的基础上针对一类要求高而又难于用或无法用传统方法建模的系统发展起来的。灰色系统理论用它的“灰”，使客观系统在模型中得到逼近真实地反映，使数学处理服从技术要求，因而可以求得适应性强的灵活控制。

三、灰色系统的研究方向

现在，我们从理论体系上探讨问题。前已述及，一般，系统是复杂的多层次的子系统的集合。当我们局限于某一确定层次考虑问题时，当其它层次（内、外层次）相对稳定时，我们可以观测到反映该层次某种变化规律的确定量。然而，其它层次不可能对该层次没有作用只是我们对它没有考虑或处于无知而已。它层次对该层次的作用，致使我们可观测到的确定量成为不确定量，这个不确定量只是隐含而不能确切体现该层次特有的某种规律。当我们在复杂程度更高的层次里考虑问题时，所观测到的这个非确定量就是较高层次的确定量，体现

较高层次的某种变化的规律。因此，确定量与非确定量是相对而言的，它们都是在一定条件下体现客观事物变化规律的量。例如：一个人抱着真实无误的态度说出自己的现时年龄，这应该是一个信得过的数据。灰色系统理论认为这是一个灰色量。若这个人是1944年出生的，他说他今年40岁。当我们以年为单位来考虑问题时，他说的是完全正确的，“40岁”确切体现他的年纪；当我们以“月”、“日”、“时”为单位来考虑问题时，这个人说出自己的年龄的时刻正好是他出生的时刻，“40岁”是准确的，否则就是不准确的；当我们以“毫秒”、“微秒”为单位来考虑问题时，这个人根本无法说出自己的准确年龄。一个县的粮食产量，当只考虑这个县能够控制土壤、水利、化肥等因素时，应该是一个确定量，但其它层次的作用总使这个粮食产量成为非确定量。白色量是灰色量的特例，确定量是非确定量的特例。人们很早就注意了非确定量的研究，科学技术发达的今天使这个研究特别突出。在概率论和数量统计方法中研究随机量（随机变量、随机过程），在模糊集理论中研究概念的量化（隶属函数），二者从不同角度研究非确定量。灰色系统理论认为非确定量是灰色量。“灰”者实也，“灰”者变也，“灰”者活也。灰变量，灰色元素，灰色系统，以及随之发展的灰色数学，更加深刻、更加逼近真实地描述客观事物，反映事物的运动规律。任何事物都有质和量的问题，二者统一；任何科学都应有定性分析和定量分析，二者统一。但由于事物的复杂性、多变性，难以进行量的研究时只能进行定性分析。对于某一特定事物来说，情况总是会转化的，随着认识的深化，总可以进行定量分析。定性分析是定量分析的基础。从灰色系统理论的特性来看，它可以促进从定性分析到定量分析这种转化，可以充当定性分析和定量分析相结合，乃至社会科学和自然科学相结合的工具。邓聚龙教授所著《灰色系统》中论述的五步建模方法，就属于这样一种工具。

未来学是预测性、综合性的科学。科学预测是它的基础内容。计量未来学和发展着的系统控制理论的关系极为密切，现代控制理论中就有预测的内容。计量未来学应把中、长期预测作为研究的重点，人们已经探索出了众多的基于概率和数理统计理论或模糊集理论预测方法，但用于中、长期预测，一般达不到良好的预测效果。灰色计量未来学把预测问题作为一个未来系统进行研究。记未来系统的预测状态为 $\hat{X}_G(k|j)$ ：

$$\begin{aligned}\hat{X}_G(k|j) &= \psi_G(Z_{WG}(i)|Z_W(i) \in W, \\ i &= 1, 2, \dots, j; Z_G(i) \in G, j < i \leq k)\end{aligned}\quad (14)$$

式中 $Z_W(i)$ 为已知的观测量构成的白色模块， $Z_G(i)$ 为预测量构成的灰色模块。显然，未来系统是一个灰色系统。

按照灰色模块理论建立的我国粮食长期预测模型为

$$\begin{aligned}\hat{X}(k) &= c_1 e^{0.0278(k-1)} - b_1 + (c_2 e^{-0.005677(k-1)} \\ &\quad + b_2) \delta(k-p),\end{aligned}\quad (15)$$

$$\delta(k-p) = \begin{cases} 1 & k \geq p \\ 0 & k < p \end{cases}$$

用这个模型算得我国2000年的粮食产量预测值为1099.1亿斤。以1982年的预测情况来看，预测精度达千分之四。

灰色系统理论视不确定量为灰色量，认为低层次系统的不确定量是相当的高层次系统的