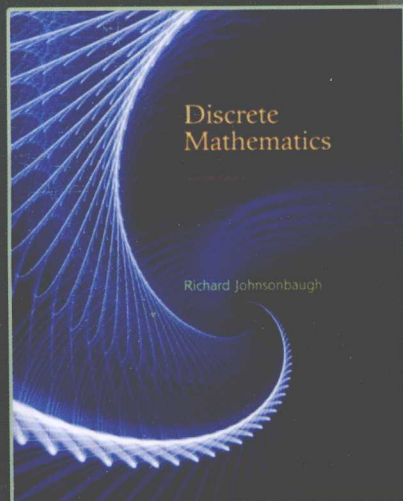


离散数学

(第七版)

Discrete Mathematics, Seventh Edition



[美] Richard Johnsonbaugh 著

黄林鹏 陈俊清 王德俊 王欣 等译



国外计算机科学教材系列

离散数学

(第七版)

Discrete Mathematics

Seventh Edition

[美] Richard Johnsonbaugh 著

黄林鹏 陈俊清 王德俊 王欣 等译

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书从算法分析和问题求解的角度,全面系统地介绍了离散数学的基础概念及相关知识。书中通过大量实例,深入浅出地讲解了数理逻辑、组合算法、图论、Boole代数、网络模型、形式语言与自动机理论、计算几何等与计算机科学密切相关的前沿课题,既着重于各部分内容之间的紧密联系,又深入探讨了相关的概念、理论、算法和实际应用。本书内容叙述严谨、推演详尽,各章配有相当数量的习题与书后的提示和答案,为读者迅速掌握相关知识提供了有效的帮助。

本书既可作为计算机科学及计算数学等专业的本科生和研究生教材,也可作为工程技术人员和相关人员的参考书。

Authorized translation from the English language edition, entitled DISCRETE MATHEMATICS, SEVENTH EDITION, 9780131593183 by Richard Johnsonbaugh, published by Pearson Education, Inc, publishing as Prentice Hall, Copyright © 2009 Pearson Education, Inc.

All rights reserved. No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or by any information storage retrieval system, without permission from Pearson Education, Inc.

CHINESE SIMPLIFIED language edition published by PEARSON EDUCATION ASIA LTD., and PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY Copyright © 2009.

本书中文简体字版专有出版权由 Pearson Education (培生教育出版集团)授予电子工业出版社。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书贴有 Pearson Education (培生教育出版集团)激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字:01-2008-2493

图书在版编目(CIP)数据

离散数学:第7版/(美)约翰逊鲍夫(Johnsonbaugh, R.)著;黄林鹏等译.

北京:电子工业出版社,2009.9

(国外计算机科学教材系列)

书名原文:Discrete Mathematics, Seventh Edition

ISBN 978-7-121-09455-2

I. 离… II. ①约… ②黄… III. 离散数学-教材 IV. O158

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第152371号

责任编辑:冯小贝

印刷:北京市天竺颖华印刷厂

装订:三河市鑫金马印装有限公司

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

开本:787×1092 1/16 印张:47.5 字数:1338千字

印次:2009年9月第1次印刷

定价:72.00元

凡所购买电子工业出版社的图书有缺损问题,请向购买书店调换;若书店售缺,请与本社发行部联系。联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

出版说明

21 世纪初的 5 至 10 年是我国国民经济和社会发展的关键时期,也是信息产业快速发展的关键时期。在我国加入 WTO 后的今天,培养一支适应国际化竞争的一流 IT 人才队伍是我国高等教育的重要任务之一。信息科学和技术方面人才的优劣与多寡,是我国面对国际竞争时成败的关键因素。

当前,正值我国高等教育特别是信息科学领域的教育调整、变革的重大时期,为使我国教育体制与国际化接轨,有条件的高等院校正在为某些信息学科和技术课程使用国外优秀教材和优秀原版教材,以使我国在计算机教学上尽快赶上国际先进水平。

电子工业出版社秉承多年来引进国外优秀图书的经验,翻译出版了“国外计算机科学教材系列”丛书,这套教材覆盖学科范围广、领域宽、层次多,既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择和自由组合使用。这些教材涉及的学科方向包括网络与通信、操作系统、计算机组织与结构、算法与数据结构、数据库与信息处理、编程语言、图形图像与多媒体、软件工程等。同时,我们也适当引进了一些优秀英文原版教材,本着翻译版本和英文原版并重的原则,对重点图书既提供英文原版又提供相应的翻译版本。

在图书选题上,我们大都选择国外著名出版公司出版的高校教材,如 Pearson Education 培生教育出版集团、麦格劳-希尔教育出版集团、麻省理工学院出版社、剑桥大学出版社等。撰写教材的许多作者都是蜚声世界的教授、学者,如道格拉斯·科默(Douglas E. Comer)、威廉·斯托林斯(William Stallings)、哈维·戴特尔(Harvey M. Deitel)、尤利斯·布莱克(Uyless Black)等。

为确保教材的选题质量和翻译质量,我们约请了清华大学、北京大学、北京航空航天大学、复旦大学、上海交通大学、南京大学、浙江大学、哈尔滨工业大学、华中科技大学、西安交通大学、国防科学技术大学、解放军理工大学等著名高校的教授和骨干教师参与了本系列教材的选题、翻译和审校工作。他们中既有讲授同类教材的骨干教师、博士,也有积累了几十年教学经验的老教授和博士生导师。

在该系列教材的选题、翻译和编辑加工过程中,为提高教材质量,我们做了大量细致的工作,包括对所选教材进行全面论证;选择编辑时力求达到专业对口;对排版、印制质量进行严格把关。对于英文教材中出现的错误,我们通过与作者联络和网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订。

此外,我们还将与国外著名出版公司合作,提供一些教材的教学支持资料,希望能为授课老师提供帮助。今后,我们将继续加强与各高校教师的密切联系,为广大师生引进更多的国外优秀教材和参考书,为我国计算机科学教学体系与国际教学体系的接轨做出努力。

电子工业出版社

教材出版委员会

主 任	杨芙清	北京大学教授 中国科学院院士 北京大学信息与工程学部主任 北京大学软件工程研究所所长
委 员	王 珊	中国人民大学信息学院院长、教授
	胡道元	清华大学计算机科学与技术系教授 国际信息处理联合会通信系统中国代表
	钟玉琢	清华大学计算机科学与技术系教授、博士生导师 清华大学深圳研究生院信息学部主任
	谢希仁	中国人民解放军理工大学教授 全军网络技术研究中心主任、博士生导师
	尤晋元	上海交通大学计算机科学与工程系教授 上海分布计算技术中心主任
	施伯乐	上海国际数据库研究中心主任、复旦大学教授 中国计算机学会常务理事、上海市计算机学会理事长
	邹 鹏	国防科学技术大学计算机学院教授、博士生导师 教育部计算机基础课程教学指导委员会副主任委员
	张昆藏	青岛大学信息工程学院教授

译者序

离散数学以研究离散量的结构和相互间的关系为主要目标,包括数理逻辑、集合论、数论、图论、组合学和计算几何等,是计算机科学与技术专业的一门重要基础课。

本书的第一版出版于20世纪80年代,那时许多大学需要一门涉及组合数学、算法和图论等内容的课程来拓宽学生的数学知识和处理抽象概念的能力。该书的出版满足了这种需求,并对以后离散数学课程的发展产生了深远的影响。本版本的离散数学教材,不仅包括了算法、组合数学、集合、函数、数学归纳法等内容,同时还涉及证明的理解和构造技术,通过学习,学生可提高数学涵养,从而更好地理解后续课程的内容。

自本书第四版引进国内以来,译者就一直使用该教材用于离散数学课程的教学。从内容上来看,这是一本深入浅出的好教材,不要求学生掌握任何预备知识,可广泛应用于普通高等院校、成人教育、远程教育和高等专科学校计算机相关专业的离散数学教学。可以说这是国内目前可见的最明了、简单的离散数学教材,可适用于任何层次的学生以不同的途径学习,包括自学和网络教学。

本书由上海交通大学计算机系的黄林鹏教授与陈俊清、王德俊和王欣等共同翻译,由黄林鹏审校。此外还要感谢彭冲、徐小辉、伍建、张迎春、冯志宇、杨欢和林海源等的帮助。

这里还要提一下我的研究生导师左孝凌教授,他在20世纪80年代撰写的离散数学教材曾再版30余次,影响了几代学子。译者在1986—1988年间作为他的研究生,在他的指导下开始学习离散数学知识,在此饮水思源,并表示感谢。

由于译者水平所限,错误难免,译文不当之处难免,敬请读者将意见发送到lphuang@sjtu.edu.cn,译者将不胜感激。

黄林鹏
上海交通大学

前 言

这本新版的离散数学书籍是基于作者多年来的教学经验并根据读者意见修改而成的,可作为一个或两个学期的离散数学课程的教材,本书不需要读者事先掌握形式化方法,也不需要具备微积分的知识,当然更不需要计算机科学的前期知识。本书包括例题、练习、图表、问题求解要点,每个章节还包括复习、注释、自测题和上机练习等,这些丰富的材料可帮助读者快速掌握离散数学的基本知识。与本书配套的材料还包括教学参考书和 Web 站点。

在 20 世纪 80 年代初期,几乎没有离散数学入门课程的合适教材。但那时许多大学需要一门涉及组合数学、算法和图论等内容的课程来拓宽学生的数学知识和处理抽象概念的能力。本书第一版(1984 年)的出版满足了这种需求,并对离散数学课程的发展产生了深远的影响。此后,离散数学课程得到了包括数学和计算机等专业的许多学科的认可。美国数学学会(MAA)的一个专门小组曾提议离散数学应作为一学年的课程讲授。电气和电子工程师协会(IEEE)的教育委员会也建议在大学一年级开设离散数学课程。随后,美国计算机学会(ACM)和 IEEE 给出了离散数学课程的推荐性大纲。本版和前面各版一样,不仅包括了算法、组合数学、集合、函数、数学归纳法等被这些组织所认可的内容,同时还涉及证明的理解和构造技术,学生通过学习可提高数学上的涵养。

逻辑和证明方面的修改

本书第 7 版的修改来自于许多读者对本书先前版本的意见和要求。对第 6 版的最大修改是第 1 章~第 3 章。本书第 6 版的第 1 章“逻辑和证明”,在第 7 版中被分为两章:“集合与逻辑”(第 1 章)和“证明”(第 2 章)。除了集合一节,第 6 版中的第 2 章(“数学的语言”)和第 3 章(“关系”)被合并为第 7 版中的第 3 章(“函数、序列和关系”)。

“集合”一节现在是本书的第 1 节。这种改变使本书可以自始至终使用与集合相关的术语。现在可以在例题和练习的证明中使用集合的概念,由此可以给出比先前版本更有意思的例子,甚至可以在完整讨论证明和证明技术之前就可以使用集合来引入证明的概念(例如,证明两个集合是相等的,证明一个集合是另一个集合的子集)。

对于证明构造的内容也大大拓宽了。2.1 节和 2.2 节是和数学系统、证明技术相关的新章节。除此之外,还有关于等价性证明和存在性证明(包括构造和非构造存在性证明)的扩展内容。几乎每一个证明都有前导性的讨论章节和/或相关的图解。问题求解部分包括了如何进行证明,如何书写证明,以及证明中常见的错误等额外的建议和例子。有两个新的问题求解部分,一个是关于量词的,另一个与证明有关(参见证明实数的若干性质)。

关于证明的论据和规则的讨论则被移到关于命题的讨论之后。与量词有关的推理规则被整合进量词一节。

例题和练习的数量也有了大量的提升。在第 6 版,前 3 章大约有 1370 个例题和练习。而在第 7 版,前 3 章大约有 1640 个例题和练习。当然,不仅数量增加了,质量也得到了提高。对于第 6 版中的大部分例题,第 7 版都进行了讨论并增加了分析内容。

对第6版进行的其他修改

对第6版进行的其他修改如下：

- 在本书前面就引入了整数 ($\mathbf{Z}$, $\mathbf{Z}^+$, $\mathbf{Z}^-$, $\mathbf{Z}_{\text{nonneg}}$)、有理数 (用 $\mathbf{Q}$ 代替 $\mathbf{Z}$)、实数 (用 $\mathbf{R}$ 代替 $\mathbf{Z}$) 的概念描述和记法 (参见 1.1 节 “集合”)。
- 给出定理 5.1.17 和定理 5.1.22 的证明, 本书第 6 版只是给出证明概要, 这两个定理描述了从给定的两个整数的素因子表示法中得出最大公因子和最小公倍数的过程。
- 给出计算两个整数 a 和 b 的最大公因子的递归算法 $\text{gcd}(a, b)$ (参见算法 5.3.9 和算法 5.3.10), 以及如何计算满足 $\text{gcd}(a, b) = sa + tb$ 的整数 s 和 t 的算法。
- 6.1 节增加了包含排斥原理。
- 6.1 节增加了几个实例以说明乘法原理和加法原理的应用。这些例题所处的位置在讲解应该使用哪种原理或混合使用两种原理之前。
- 和广义排列组合有关的章节 (第 6 版中的 6.6 节) 现在放在 6.1 节和 6.2 节之后 (基本原理、排列与组合), 因为广义排列组合的概念和 6.1 节、6.2 节中的内容较为相近。
- 在介绍鸽巢原理 (6.8 节) 之前给出了一些简单、直接的 “热身” 练习。
- 加入更多的 (8.6 节) 图同构的练习。这些练习分为 3 类, 一类要求给出两个给定的图是同构的证明, 另一类要求给出两个给定的图不是同构的证明, 还有一类是要求读者确定是否两个给定的图是同构的并给出证明。
- 9.3 节新增了一些使用回溯法的练习, 包括流行的数独智力游戏。
- 给出更多的例题和练习以提示常见的错误 (例如, 在 2.1 节复习和练习前的 “常见错误” 部分就给出了一些证明中常见的错误, 例 6.2.24 也说明了一个常见的计数错误)。
- 在参考文献中加入了近期的一些书籍和文章。一些参考书籍被更新为最新的版本。
- 例题的数量增加到 650 个 (第 6 版大概有 600 个例题)。
- 练习的数量增加到 4200 个左右 (第 6 版大概有 4000 个练习)。

内容和结构

本书内容包括：

- 集合和逻辑 (包括量词)。实例包括 Google 搜索引擎的使用 (例 1.2.13) 等。本书使用程序逻辑来讨论自然语言到符号表达式的翻译过程。例 1.6.15 讨论了逻辑游戏, 该游戏给出了一种确定量化命题函数的值是否为真的方法。
- 讨论了证明技术 (第 2 章), 包括直接证明、反例、反证法、逆否证明法、分情况证明法、(构造和非构造) 存在性证明和数学归纳法。使用循环不变式作为数学归纳法的应用例子之一。其中包括了一节可选的、简短的对归结证明方法 (自动证明技术的基础) 的讨论。
- 函数、序列、和与积的记法、串和关系 (第 3 章), 包括新的 13 位国际标准书号 (ISBN) 的构造、Hash 函数和伪随机数发生器 (3.1 节) 的介绍、偏序关系在任务调度中的应用 (3.3 节) 和关系数据库 (3.6 节) 等。
- 详细讨论了算法、递归算法和算法分析技术 (第 4 章)。在说明 “大 O ” 和相关记法之前列举了若干例子 (4.1 节和 4.2 节); 对引入该记法的动机进行了简要的介绍。算法的使用将贯穿全书。本书将提到许多现代算法可能不具有传统算法的许多特征 (如许多现代算法不是

通用的、确定的，甚至不是有限的)。为了说明这一点，本章给出了一个随机算法作为例子(例4.2.4)。算法以伪代码的灵活形式给出，它和目前流行的程序设计语言如C、C++和Java相似(本书不要求读者预先具有计算机科学的知识，所使用的伪代码的描述在附录C中给出)。本身介绍的算法包括覆盖算法(4.4节)、计算最大公约数的欧几里得算法(5.3节)、RSA公钥算法(5.4节)、排列组合生成算法(6.4节)、归并排序算法(7.3节)、Dijkstra最短路径算法(8.4节)、回溯算法(9.3节)、深度优先和广度优先算法(9.3节)、树的遍历算法(9.6节)、博弈树求值算法(9.9节)、网络最大流量算法(10.2节)、寻找最小距点对算法(13.1节)和凸包计算算法(13.2节)等。

- 关于函数增长的“大 O ”、 Ω 、 Θ 记法的讨论(4.3节)。使用这些记法可以准确地描述函数的增长及算法的时间和空间复杂度问题。
- 数论的介绍(第5章)。包括一些传统的结论(如整除性、素数个数是无限的、基本的算术定理)和数论算法(如寻找最大公约数的欧几里得算法、基于重复平方法计算数的指数的算法，计算满足 $\gcd(a, b) = sa + tb$ 的整数 s 和 t 的算法，计算一个整数针对某个模的逆的算法等。本章介绍的方法可应用于RSA公钥算法(5.4节)中涉及的计算。
- 排列、组合、离散概率和鸽巢原理(第6章)。可选章节(6.5节和6.6节)介绍了离散概率。
- 递推关系及其在算法分析中的应用(第7章)。
- 图，包括并行计算机体系结构的图型表示和映射、旅行商问题、Hamilton回路、图的同构、平面图(第8章)等。定理8.4.3给出了Dijkstra算法正确性的证明。
- 树，包括二叉树、树的遍历、最小生成树、决策树、排序的时间下界、树的同构(第9章)等。
- 网络最大流量算法和匹配问题(第10章)。
- Boole代数，重点是Boole代数与组合电路的关系(第11章)。
- 介绍了基于有限自动机的建模技术和应用(第12章)。例12.1.11讨论了SR触发电路。例12.3.19以von Koch雪花为例，给出了分形的语法描述。
- 第13章介绍了计算几何学。
- 附录给出了矩阵理论、一些基本的代数概念和伪代码的描述。
- 强调了本书各部分内容之间的相互联系。例如，数学归纳法与递归算法的密切关系(4.4节)；Fibonacci数列在欧几里得算法分析中的应用(5.3节)；本书有许多练习需要数学归纳法的应用；本书还介绍了如何通过定义节点集上的等价关系的方法来刻画图的分支(见例8.2.13后的讨论)的方法，给出了计算 n 个节点的非同构二叉树的个数(定理9.8.12)的技术。
- 强调证明细节的理解和证明的构造。多数定理的证明带有插图注释并(或)有专门的讨论。有独立的小节(问题求解部分)向学生讲解如何进行问题求解及如何进行定理证明。一些章节后的问题求解要点则对本章节涉及的主要技术和方法进行总结。
- 包括了大量的应用描述，特别是离散数学在计算机科学中的应用。
- 利用图表描述概念、表示算法的工作原理、对定理进行阐释，从而使内容讲解更加生动。有些定理的证明辅以图示，从而对证明进行进一步的解释。
- 每节都包含练习。
- 每章的注解部分给出了学习建议和推荐进一步阅读的文献资料目录。
- 每章都包含复习部分。
- 每章都包含自测题。
- 上机练习。

- 参考文献部分包含了 160 多条文献。
- 给出了本书所使用的数学记法和算法符号。

每章内容按下面的方式组织：

概述

章节

章节复习

章节练习

章节

章节复习

章节练习

.....

注释

本章复习

本章自测题

上机练习

章节练习帮助学生复习本章节的重要概念、定义、定理和求解技巧等，书后附有部分章节练习的答案。尽管章节练习是为复习章节准备的，但也可作为课后作业或考试题目。

注释给出了进一步学习的建议。本章复习给出每章的基本概念。在本章自测题中，对应每节给出 4 道练习，相关的答案在书后给出。

上机练习包括项目、一些算法的实现及其他与程序设计有关的活动。本书不要求读者具备程序设计的能力，本书也没有给出程序设计内容的介绍，因而这些练习只是为那些具有程序设计基础并愿意利用计算机来分析离散数学概念的读者准备的。

此外，几乎各章都有问题求解部分。

练习

书中包括 4200 多个练习，其中 145 个是上机练习。超过一般难度的练习题用“*”标出。一些练习（约占三分之一）在书后有提示或答案。其他练习的答案可以在教师手册中找到。有少数练习明确标出需要微积分知识，但书中的主要章节不涉及微积分的概念。因此除了那些有标识的练习之外，其他练习是不需要用到微积分知识的。

例题

本书包括 650 多个例题。这些例题向学生展示如何使用离散数学解决问题、介绍理论的应用、阐述证明过程，从而使有关内容的讲解更加生动。

问题求解

问题求解部分旨在帮助学生对一些问题进行研究和探索，展示如何给出一个问题的证明。问题求解部分的结构不同于本书的正文，是对一个问题进行讨论之后出现的独立一节，其目的是展示另

一种求解问题的方法、讨论如何寻找问题的答案、说明问题求解和证明的技巧，而不是简单地给出一个问题的证明和答案。

问题求解部分由问题陈述开始，接着是讨论解决问题的方法。在得出求解方法以后，进一步说明该如何正确地书写形式化的求解过程。最后，再对使用的求解技巧进行总结。此外，有的问题求解部分还包括注释并讨论其与数学和计算机科学的联系，有的给出问题的背景介绍和进一步阅读的参考文献目录，有的则以练习作为结束。

教师手册

选用本书作为教材的教师可与当地的 Prentice Hall 代表联系，并从出版社那里免费得到配套的教师手册^①。本书没有给出的练习答案可以在教师手册中找到。

网站

本书第 7 版的网站是

<http://condor.depaul.edu/~rjohnson/dm7th>

网站内容包括：

- 对有难度的内容进行进一步的解释，给出了到其他离散数学站点的链接。书中带有“[www]”标识的表示本书网站上有进一步的解释或有一个相关的链接；
- 补充材料；
- 计算机程序；
- 勘误表。

致谢

许多同仁对本书的出版提供了有益的帮助，他们是 Gray Andrus、Kendall Atkinson、Greg Bachelis、André Berthiaume、Gregory Brewster、Robert Busby、David G. Cantor、Tim Carroll、Joseph P. Chan、Hon-Wing Cheng、I-Ping Chu、Robert Crawford、Henry D’Angelo、Jerry Delazzer、Br. Michael Driscoll、Carl E. Eckberg、Herbert Enderton、Susanna Epp、Bob Fisher、Brendan Frey、Dennis Garity、Gerald Gordon、Jerrold Grossman、Reino Hakala、Mark Herbster、Craig Jensen、Steve Jost、Martin Kalin、Aaron Keen、Nicholas Krier、Warren Krueger、Glenn Lancaster、Miguel Lerma、Donald E. G. Malm、Nick Meshes、Truc Nguyen、Suely Oliveira、Kevin Phelps、Jenni Piane、Randall Pruim、Mansur Samadzadeh、Sigrid (Anne) Settle、David Stewart、James H. Stoddard、Chaim Goodman Strauss、Bogdan Suceava、Michael Sullivan、Edward J. Williams、Anthony S. Wojcik 和 Hanyi Zhang 等。感谢所有发来信件和电子邮件的读者。

本版本特别要感谢我在 DePaul 的同事 Greg Brewster，他提供了关于 Internet 地址分配的重要意见。

感谢加州州立大学 Fullerton 分校的 Scott Annnin、Westminster 学院的 Natacha Fontes-Merz、Loyola 大学的 Ronald I. Greenberg、Rice 大学的 John Greiner、哥伦比亚大学的 Eitan Grinspun、

^① 请参见书后的“教学支持说明”。

Fayetteville 州立大学的 Wu Jing、UNC Charlotte 的 Harold Reiter、Ashland 大学的 Christopher N. Swanson，他们浏览了本书初稿并给出意见。

感谢本书编审 Patricia Johnsonbaugh，她仔细阅读了本书的草稿、改进了行文结构，找出了许多不该出现的错误并且协助作者完成了索引的编定。

本书的出版得到了 Prentice Hall 出版社的支持，在此特别感谢副编辑 Dee Bernhard、资深管理编辑 Scott Disanno、编辑部主任 Marcia Horton、编辑助理 Jennifer Lonschein、资深编辑 Holly Stark 和产品编辑 Irwin Zucker。

Richard Johnsonbaugh

目 录

第1章 集合与逻辑	1
1.1 集合	1
1.2 命题	13
1.3 条件命题与逻辑等价	21
1.4 论证和推理规则	31
1.5 量词	36
1.6 嵌套量词	50
注释	60
本章复习	60
本章自测题	62
上机练习	63
第2章 证明	65
2.1 数学系统、直接证明和反例	65
2.2 更多的证明方法	74
2.3 归结证明	87
2.4 数学归纳法	90
2.5 强数学归纳法和良序性	106
注释	113
本章复习	113
本章自测题	114
上机练习	115
第3章 函数、序列和关系	116
3.1 函数	116
3.2 序列和串	136
3.3 关系	147
3.4 等价关系	157
3.5 关系矩阵	167
3.6 关系数据库	171
注释	176
本章复习	176
本章自测题	177
上机练习	178
第4章 算法	180
4.1 简介	180

4.2 算法举例	184
4.3 算法的分析	190
4.4 递归算法	210
注释	217
本章复习	218
本章自测题	218
上机练习	219
第5章 数论简介	220
5.1 因子	220
5.2 整数的表示和整数算法	228
5.3 欧几里得算法	242
5.4 RSA 公钥密码系统	254
注释	256
本章复习	256
本章自测题	257
上机练习	258
第6章 计数方法与鸽巢原理	259
6.1 基本原理	259
6.2 排列与组合	273
6.3 广义的排列和组合	287
6.4 排列组合生成算法	293
6.5 离散概率简介	298
6.6 离散概率论	302
6.7 二项式系数和组合恒等式	312
6.8 鸽巢原理	317
注释	321
本章复习	321
本章自测题	322
上机练习	324
第7章 递推关系	325
7.1 简介	325
7.2 求解递推关系	336
7.3 在算法分析中的应用	353
注释	367
本章复习	368
本章自测题	368
上机练习	369
第8章 图论	370
8.1 简介	370

8.2	路径和回路	380
8.3	Hamilton 回路和旅行商问题	392
8.4	最短路径算法	399
8.5	图的表示	404
8.6	图的同构	408
8.7	平面图	415
8.8	顿时错乱问题	421
	注释	426
	本章复习	426
	本章自测题	427
	上机练习	429
第 9 章	树	431
9.1	简介	431
9.2	树的术语和性质	438
9.3	生成树	444
9.4	最小生成树	451
9.5	二叉树	457
9.6	树的遍历	463
9.7	决策树和最短时间排序	469
9.8	树的同构	475
9.9	博弈树	483
	注释	491
	本章复习	491
	本章自测题	492
	上机练习	495
第 10 章	网络模型	497
10.1	简介	497
10.2	最大流算法	502
10.3	最大流最小割定理	510
10.4	匹配	513
	注释	519
	本章复习	520
	本章自测题	520
	上机练习	521
第 11 章	Boole 代数与组合电路	522
11.1	组合电路	522
11.2	组合电路的性质	528
11.3	Boole 代数	533
11.4	Boole 函数与电路合成	539
11.5	应用	544

注释	552
本章复习	552
本章自测题	553
上机练习	555
第 12 章 自动机、文法和语言	556
12.1 时序电路和有限状态机	556
12.2 有限状态自动机	561
12.3 语言和文法	567
12.4 不确定有限状态自动机	576
12.5 语言和自动机之间的关系	582
注释	587
本章复习	588
本章自测题	589
上机练习	590
第 13 章 计算几何	591
13.1 最小距点对问题	591
13.2 计算凸包的一种算法	596
注释	603
本章复习	603
本章自测题	604
上机练习	604
附录 A 矩阵	605
附录 B 代数学复习	609
附录 C 伪代码	619
部分习题答案	625
参考文献	732
符号表	737

第1章 集合与逻辑

第1章首先介绍集合。集合是一些对象的全体，但不考虑对象出现的顺序。离散数学关心的对象有图（顶点和边的集合）和布尔代数（在其上定义了某种操作的集合）等。本章介绍集合的术语和记法。在讨论证明和证明技术之后，第2章会以更加形式化的方法来处理集合。虽然逻辑和证明将在第1章剩余部分和第2章才介绍，但读者在1.1节就会有所体验。

逻辑是研究推理的。它特别关注推理的正确性。逻辑重点研究命题之间的关系，而不是一个具体命题的内容。作为一个例子，考虑下面的论断：

所有的代数学家都穿凉鞋。

任何一个穿凉鞋的人都是代数学家。

因此，所有的数学家都是代数学家。

从技术上说，逻辑并不能帮助大家确定这些命题是否为真；然而，如果前两个命题为真，逻辑可以保证命题

所有的数学家都是代数学家。

也为真。

[WWW]

逻辑对阅读证明和构造证明都是非常重要的，证明将在第2章中详细介绍。理解逻辑有助于问题的清晰表达。例如，在 Illinois 州的 Naperville 有这样的法令：“一个市民拥有超过三条狗和三只猫是违法的。”那么拥有五只狗、没有猫的市民是否违法呢？请读者思考这个问题，并在阅读完1.2节之后再来分析这个问题（参见1.2节，练习74）。

1.1 集合

在数学的各个分支和数学的实际应用中，集合都是基本的概念。集合是一些对象的全体。对象有时也可看做元素或成员。如果一个集合的元素数目是有限的且不是很多，便可以通过列举出它的所有元素来描述它。例如等式

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad (1.1.1)$$

描述了由1、2、3、4四个元素组成的集合A。一个集合由它的元素所决定而与描述它时列举其元素的特定顺序无关。A也可以写成

$$A = \{1, 3, 4, 2\}$$

组成集合的元素被假设为两两不同的，虽然有时因为某种原因，可把集合中的某些元素重复列举多次，但集合中只包含一个这样的元素。因此，式(1.1.1)中定义的集合A也可写成

$$A = \{1, 2, 2, 3, 4\} \quad [WWW]$$

如果集合是一个包含了很多元素的有限集或是无限集，则可以通过列举集合中每个元素必须满足的性质来描述。例如等式