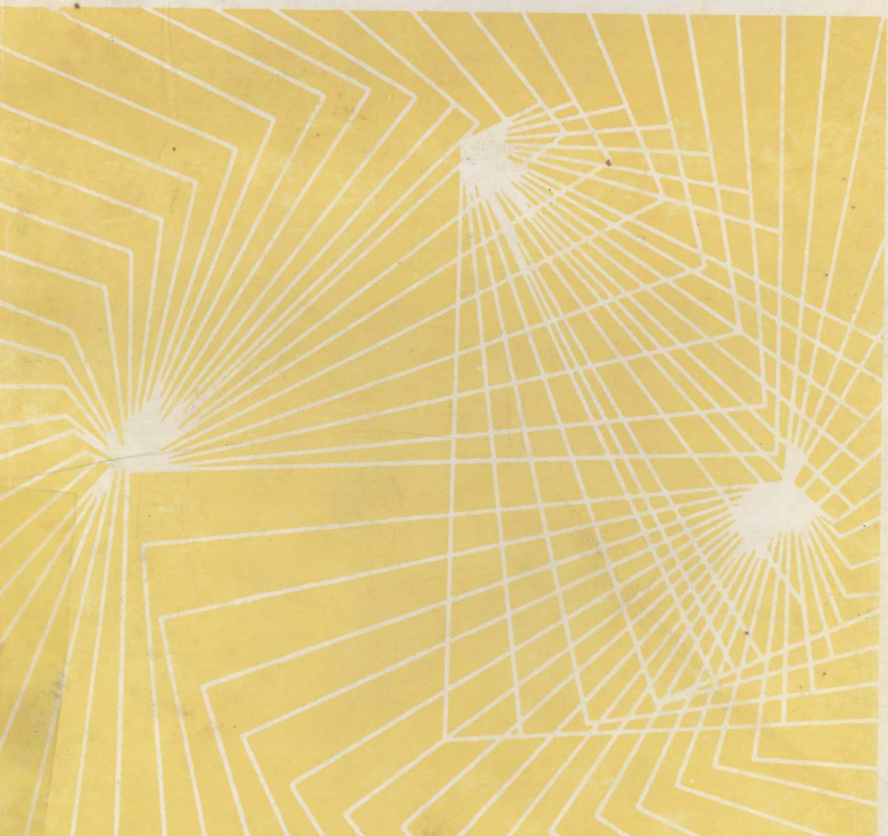
成人高等教育教材

高等数学

（第二册）

吴 满 温向阳 洪潮兴 陈凤平 编

华南理工大学出版社



成人高等教育教材

高等数学

第二册

吴　满　温向阳
洪潮兴　陈凤平　编

华南理工大学出版社

本书是根据全国普通高等理工院校成人教育研究会数学研究组制定的“普通高等理工院校成人教育《高等数学》教学基本要求”，并针对成人教育的特点而编写的。

本书分三册出版，本册内容包括向量代数与空间解析几何、多元函数微积分学、级数与微分方程。

本书内容丰富，叙述详细，且配有大量的例题和习题。除可作为普通高校成人高等教育的教材外，还可作为工程技术人员的参考书。

责任编辑：张巧巧

成人高等教育教材

高等数学

（第二册）

吴　满　温向阳
洪潮兴　陈凤平　编

*

华南理工大学出版社出版发行
（广州　五山）
广东省新华书店经销　华南理工大学印刷厂印刷
开本　787×1092　1/32　印张 16.5　字数 370 千
1990 年 12 月第 1 版　1996 年 12 月第 6 次印刷
印数　25501-30500
ISBN　7-5623-0203-0/O·19
定价：18.00 元

华南理工大学成人教育学院

成人高等教育教材编辑委员会

前　言

成人高等教育是我国高等教育事业的重要组成部分，是普通高等学校的基本任务之一。

我校在稳步发展全日制本科教育、研究生教育的同时，挖掘潜力，充分发挥学科齐全、师资力量雄厚、办学条件好和经验丰富等优势，为适应社会主义建设的需要，于1957年创办了高等函授教育，继而办起夜大学，发展到1987年经国家教委批准正式成立华南理工大学成人教育学院，统筹管理全校的成人高等教育工作。三十多年来，我校的成人高等教育为广东省、海南省、广西壮族自治区培养了一大批科技人才。特别是党的十一届三中全会以来，我校的成人高等教育主动地适应沿海地区改革开放的需要，面向珠江三角洲经济开发区的市、县、乡镇企业，开展多层次、多形式、多规格的普通专科教育，职业技术教育，大学后的继续教育。从1981年至1989年为广东省培养了本、专科毕业生五千多人；岗位培训、专业技术培训、高等教育自学考试辅导，大学后的继续教育等近两万人。这些学生回到生产和工作岗位后，大部分发挥了骨干作用，不少学生担任了工厂企业的领导、工程师、高级工程师等重要职务，为社会主义建设事业做出了较大的成绩，创造了良好的社会效益与经济效益。教材建设是成人高等教育的重要任务之一，对保证教育质量的提高起着十分重要的作用。几年来，我校组织有教学经验的教师编写了适应成人学习特点的“工业与民用建筑”、“电子技术”、“工业管理工程”等三个专业的系列专科教材和自学

辅导书，为促进提高教育质量起了积极的作用。

为了更好地搞好我校成人高等教育的教材建设，提高教材的质量，有组织、有计划地编写出版质量较高的成人高等教育的教材，特成立“华南理工大学成人教育学院成人高等教育教材编辑委员会”。编委会的任务是：一、聘请有丰富教学经验的专家、教授有计划地编写成人高等教育教材、自学指导书；二、挑选国内出版的、质量较高的、适应成人学习的教材。

学校和各系领导、华南理工大学出版社以及广大教师对我校“成人高等教育教材编辑委员会”的工作一贯给予热忱的支持，在此一并致谢。

编者的话

本书是根据全国普通高等理工院校成人教育研究会数学研究组制定的“普通高等理工院校成人教育《高等数学》教学基本要求”，并参照由国家教委批准的高等工业学校《高等数学课程教学基本要求》、广东省高等教育自学考试各专业的《高等数学》考试大纲编写而成。

在编写过程中，我们吸取了我校成人教育学院组织编写过的几套高等数学教材的优点和长处，总结了编者多年来在成人教育的教学经验和体会，并针对其特点，注意精选内容，突出基本概念、基本理论和基本方法，力求做到概念准确、理论正确、说理清楚、叙述通俗易懂且详简适当。当中注意突出体现教学方法和学习方法，例题广泛，以利读者自学。

本书教材部分分三册。第一册内容有函数与极限、一元函数微分学及一元函数积分学；第二册内容有向量代数与空间解析几何、多元函数微积分学、级数与微分方程；第三册内容有线性代数与概率论，并含题解指导。第一、二册的题解指导以《高等数学题解指导》的名称自成一册。

本书可作为各类成人高等教育院校理工科的本科与专科教材，也可作普通高等学校理工科专科及少学时的本科专业的教材，还可作高等教育自学考试人员应考的主要参考书。在采用本书作教材时，可根据不同层次及不同专业对教学内容进行恰当的选取。

本书由“华南理工大学成人教育学院成人高等教育教材编辑委员会”统一领导组织编写。第一、二册及《高等数学

题解指导》由吴满、温向阳、洪潮兴、陈凤平编写，第三册由洪潮兴、谢满耀、温向阳编写。全书由洪潮兴、温向阳统编定稿，由华南理工大学应用数学系研究生数学教研组主任何淑芷主审。

尽管编者竭力求把本书编好的愿望，但由于编者学识有限，书中不妥之处难免，恳请广大读者批评指正。

目　录

第六章　向量代数与空间解析几何

§6-1　三元线性方程组与三阶行列式

一、二元线性方程组与二阶行列式

设有二元线性方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \tag{1}$$

用消元法容易得：

$$\begin{cases} (a_1b_2-a_2b_1)x=c_1b_2-c_2b_1 \\ (a_1b_2-a_2b_1)y=a_1c_2-a_2c_1 \end{cases}$$

为简便起见，记$D=a_1b_2-a_2b_1$，$D_x=(c_1b_2-c_2b_1)$，$D_y=(a_1c_2-a_2c_1)$，则上式可简写为

$$\begin{cases} Dx=D_x \\ Dy=D_y \end{cases} \tag{2}$$

当$D\neq 0$时，可得方程组（1）的唯一解。

$$x=\frac{D_x}{D},\ y=\frac{D_y}{D} \tag{3}$$

为了便于推广和运用，我们将数D、D_x、D_y叫做二阶行列式，并改写为：

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix},\ D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix},\ D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

一般地，我们有如下定义

定义1　设有a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22}四个数，排成两行(横

向）、两列（纵向）的正方形数表

$$A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{pmatrix}$$

数$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$叫做与数表$A$相对应的二阶行列式，并记为

$$|A|=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}.$$

二阶行列式是一个数，它是两项的代数和，每项是取自行列式的不同行不同列的两元素的乘积，位于主对角线（从左上方指向右下方方向）上的一项为正，另一项为负。

行列式D叫做方程组（1）的系数行列式，而D_x、D_y则是用方程组（1）中的常数列分别替换D中的第一列与第二列而得。公式（3），叫解线性方程组的克莱姆法则。

例1 用克莱姆法则解下列线性方程组

$$\begin{cases}7x+24y=3\\ 5x+17y=2\end{cases}$$

解

$$D=\begin{vmatrix}7 & 24\\ 5 & 17\end{vmatrix}=7\times17-5\times24=-1$$

$$D_x=\begin{vmatrix}3 & 24\\ 2 & 17\end{vmatrix}=3\times17-2\times24=3$$

$$D_y=\begin{vmatrix}7 & 3\\ 5 & 2\end{vmatrix}=7\times2-3\times5=-1$$

由（3）式得：

$$x=\frac{D_x}{D}=\frac{3}{-1}=-3,\quad y=\frac{D_y}{D}=\frac{-1}{-1}=1.$$

当$D=0$时，公式（3）不适用，但公式（2）仍然是正确的。这时有两种情形：

（i）D_x、D_y不全为0，不妨设$D_x\neq 0$，则对任意的实数x都不可能使（2）式中的$x\cdot D=D_x$成立，故方程组(1)无解。

（ii）$D_x=D_y=0$，此时有

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}.$$

则方程组（1）的两个方程实质上是一个方程，因此方程组（1）有无穷多组解。

以上讨论的结果在几何上表现为：在平面直角坐标系中，有两条直线$a_1x+b_1y=c_1$及$a_2x+b_2y=c_2$，若$D\neq 0$，二直线有唯一交点；若$D=0$而D_x、D_y不全为0，则二直线平行；若$D=D_x=D_y=0$，则二直线重合。

必须注意，为了使条件整齐对称，我们经常使用连比式。按理说，应限制分母不为0，但在本书中我们统一规定：在连比式中，如果某分母等于0，则认为其分子也等于0。

例2 讨论方程组

$$\begin{cases}3x-5y=7\\-0.6x+y=b\end{cases}$$的解。

解 $D=\begin{vmatrix}3 & -5\\-0.6 & 1\end{vmatrix}=3-3=0$

$D_x=\begin{vmatrix}7 & -5\\b & 1\end{vmatrix}=7+5b$，$D_y=\begin{vmatrix}3 & 7\\-0.6 & b\end{vmatrix}=3b+4.2$

故若$b\neq -1.4$，则$D_x\neq 0$，$D_y\neq 0$，方程组无解。若$b=-1.4$，则$D_x=D_y=0$，方程组有无穷多解。为取出方程组的若干解，可设x取任意实数k，则$y=-1.4+0.6k$，对不同的k值可得不