

数学手册

(增订本)

煤炭工业出版社

数 学 手 册

(增订本)

原北京矿业学院高等数学教研组编著
四川矿业学院数学教研组增订

煤炭工业出版社

数 学 手 册

(增订本)

原北京矿业学院高等数学教研组编著
四川矿业学院数学教研组增订

*

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平北路16号)

兰州新华印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本 850×1168 1/64 印张 8

字数341千字 印数 1—400,600

1976年2月第1版 1976年2月第1次印刷

书号15035·2080 定价0.65元

毛主席语录

自然科学是人们争取自由的一种武装。人们为着要在社会上得到自由，就要用社会科学来了解社会，改造社会进行社会革命。人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

增订本说明

一、本手册包括初等数学、高等数学及部分应用数学的基本公式。这次增订，除对原有内容进行修改外，还增加了富里哀变换、矩阵、计算方法、概率论与数理统计及有关数表等内容。在增订中，仍力求保持简明扼要和便于使用的特点。为了节省篇幅，定理或公式中存在的条件和明显的要求都尽量少写或不写，并且尽可能减少文字叙述。

二、本手册可供工农兵，上山下乡知识青年，大中学校工农兵学员、学生、教师和工程技术人员参考使用。

三、本手册出版以来，得到广大读者很多帮助和鼓励，同时也提出许多宝贵意见，在此表示感谢。这次增订，我们虽然作了一些努力，但由于水平所限和时间仓促，必定还存在不少问题，恳切地希望读者批评指正。

四川矿业学院(即原北京矿业学院)数学教研组

1975年7月

目 录

一、初 等 代 数

1. 数的系统及基本运算律	1
2. 乘法及因式分解公式	2
3. 分 式	2
(1)基本性质[2] (2)分式运算[2] (3)分项分式[3]	
4. 根 式	4
5. 比 例	5
6. 不等式	6
7. 行列式	7
(1)二阶行列式[7] (2)三阶行列式[8] (3)高阶行列式[10]	
8. 一次方程组的解	11
9. 一元二次方程	12
(1)根[12] (2)根与系数的关系[12] (3)判别式[12]	
10. 一元三次方程与四次方程	12
11. 数 列	14
(1)等差数列[14] (2)等比数列[14] (3)某些数列的前 n 项和[15]	
12. 指 数	16
13. 对 数	17

- (1)定义[17] (2)性质[17] (3)运算法则[17] (4)换底公式[17] (5)常用对数求法[17]
14. 复数18
- (1)虚数单位的乘方[18] (2)复数的三种表示式及其相互关系[18] (3)复数的运算[18]
15. 排列、组合与二项式公式19
- (1)排列[19] (2)全排列[20] (3)组合[20] (4)二项式公式[20] (5)多项式公式[21]

二、初等几何

1. 任意三角形21
- (1)面积[21] (2)外接圆半径[22] (3)内切圆半径[22]
2. 四边形面积23
- (1)矩形[23] (2)平行四边形[23] (3)菱形[23] (4)梯形[24] (5)任意四边形[24]
3. 正多边形25
- (1)正三角形(等边三角形)[26] (2)正方形[26] (3)正五边形[27] (4)正六边形[27] (5)正 n 边形[27] (6)有关正多边形的数值表[27]
4. 圆28
- (1)圆周长[28] (2)圆弧长[28] (3)圆面积[28] (4)扇形面积[29] (5)弓形[29] (6)环形面积[30]
5. 旋转体30
- (1)圆柱[30] (2)圆锥[30] (3)圆台[31] (4)球[31] (5)球缺(球冠)[31] (6)球台[32] (7)球面锥体[33]

6. 棱柱及棱锥	33
(1)棱柱体积[33] (2)棱锥体积[33] (3)正棱锥侧面积[33] (4)棱台[33]	
7. 正多面体的表面积及体积数值表	34

三、平面三角

1. 弧与度的关系	34
2. 三角函数	35
(1)定义[35] (2)基本关系[37] (3)三角函数在各象限的正负号[39] (4)各三角函数用某一个三角函数表示的公式表[40]	
3. 任意角三角函数诱导公式表	41
4. 特殊角的三角函数值	42
5. 三角函数的图形	44
6. 两角和的三角函数	47
7. 倍角的三角函数	47
8. 半角的三角函数	48
9. 三角函数的和差与积的关系	49
10. 三角补充公式	50
11. 斜三角形的边角关系及其解法	50
(1)正弦定理[50] (2)余弦定理[50] (3)正切定理[51]	
(4)半角公式[51] (5)斜三角形解法[52]	
12. 反三角函数	53
13. 传动皮带的长度	57

四、球面三角

1. 球面三角形的基本性质59
2. 球面三角形的边角关系59
 - (1)正弦定理[59] (2)边的余弦定理[60] (3)角的余弦定理[60] (4)边的正弦与其相邻角余弦的乘积定理[60] (5)角的正弦与相邻边余弦的乘积定理[60] (6)余切定理[60]
3. 解球面直角三角形的公式61
4. 解球面斜三角形的公式62
 - (1)半角函数公式[62] (2)半边函数公式[63] (3)二角和、差之半的正弦余弦公式[64] (4)二角(边)和、差之半的正切公式[64] (5)正切定律[65] (6)球面三角形解法[65]
5. 球面三角形的角超与面积66

五、平面解析几何

1. 三个基本问题67
 - (1)两点距离[67] (2)定比分点[67] (3)三角形及多边形的面积[68]
2. 直线的斜率 k 69
3. 直线方程70
 - (1)一般式[70] (2)斜截式[70] (3)点斜式[70] (4)截距式[70] (5)两点式[70] (6)法线式[70]
4. 点线距离71

5. 二直线夹角及平行垂直条件71
6. 圆72
 - (1)圆的方程[72] (2)过 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) 三点的圆的方程[72] (3)圆 $x^2 + y^2 = R^2$ 上一点 (x_1, y_1) 处的切线方程[72]
7. 椭圆72
 - (1)椭圆的方程[72] (2)椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 在点 (x_1, y_1) 处的切线方程[73] (3)椭圆面积[73]
8. 双曲线73
 - (1)双曲线的方程[73] (2)双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线方程[75] (3)双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 在点 (x_1, y_1) 处的切线方程[75]
9. 抛物线75
 - (1)抛物线方程[75] (2)抛物线 $y^2 = 2px$ 在点 (x_1, y_1) 处的切线方程[78] (3)抛物拱形[78]
10. 一般二次方程的图形78
11. 坐标变换79
 - (1)移轴[79] (2)转轴[80] (3)极坐标与直角坐标的关系[80]
12. 极坐标的曲线方程81
 - (1)圆的方程[81] (2)直线方程[82] (3)圆锥曲线方程[83]

13. 曲线的参数方程 84
 (1) 直线[84] (2) 圆[84] (3) 椭圆[85] (4) 弹道曲线
 [85]
14. 重要曲线表 86
 (1) 立方抛物线[86] (2) 半立方抛物线[86] (3) 抛物
 线[87] (4) 箕舌线[87] (5) 叶形线[88] (6) 双纽线
 [88] (7) 蔓叶线[89] (8) 环索线[89] (9) 摆线[89]
 (10) 内摆线[90] (11) 外摆线[91] (12) 心脏线[91]
 (13) 星形线[92] (14) 悬链线[92] (15) 概率曲线[93]
 (16) 圆的渐开线[93] (17) 曳物线[94] (18) 阿基米得
 螺线[95] (19) 等角螺线[95] (20) 三叶玫瑰线[96]
 (21) 四叶玫瑰线[96] (22) $\rho = a \sin \frac{\theta}{2}$ [97]

六、立体解析几何

1. 两个基本问题 97
 (1) 两点距离[97] (2) 定比分点[97]
2. 射影定理 98
3. 直线的方向 98
 (1) 方向角[98] (2) 方向余弦[98] (3) 方向数 l, m, n
 [99] (4) 通过两点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 的直
 线的方向数与方向余弦[99]
4. 平面 99
 (1) 方程[99] (2) 点面距离[100]
5. 直线方程 100

- (1)交面式[100] (2)参数式[101] (3)对称式[101]
 (4)射影式[101] (5)两点式[101]
6. 线面间相互关系 101
 (1)夹角 θ [101] (2)平行条件[102] (3)垂直条件[102]
 (4)二直线共面[102] (5)点或线与线的距离[103]
7. 重要曲面 103
 (1)球面[103] (2)椭球面[103] (3)单叶双曲面[104]
 (4)双叶双曲面[104] (5)椭圆抛物面[104] (6)双曲抛
 物面[105] (7)旋转面[105] (8)柱面[105] (9)锥面[106]
8. 空间曲线 107
 (1)一般方程[107] (2)参数方程[107] (3)圆柱螺线
 [107] (4)圆锥螺线[107]

七、矢 量

1. 矢量代数 108
2. 矢量微分 114
3. 矢量积分 116

八、微 分 学

1. 基本初等函数 116
 (1)幂函数[116] (2)指数函数[118] (3)对数函数
 [118] (4)三角函数[119] (5)反三角函数[119]
2. 双曲函数 120
3. 极 限 121

- (1)有极限的变量与无穷小的关系[121] (2)极限存在
 准则[121] (3)极限运算定理[122] (4)几个基本极
 限[122] (5)几个重要极限[122]
4. 连续 124
5. 导数与微分 124
 (1) 定义[124] (2)几何意义[124] (3)微分法则[125]
 (4)导数及微分公式[126] (5)高阶导数[128]
6. 导数与微分的应用 130
 (1)切线方程[130] (2)法线方程[130] (3)切距[130]
 (4)法距[130] (5)两线夹角[130] (6)函数的增减性
 [131] (7)极值的充分条件[131] (8)曲线的凸凹及拐
 点[131] (9)渐近线[131] (10)微分在近似计算上的
 应用[132]
7. 弧的微分与曲率 133
8. 中值定理 135
 (1)洛尔定理[135] (2)拉格朗日定理[135] (3)柯西
 定理[135] (4)台劳公式[136] (5)罗彼塔法则[137]
9. 多变量函数 138
 (1)偏导数[138] (2)偏微分[138] (3)全微分[138]
 (4)复合函数微分法[138] (5)全导数[139] (6)隐函
 数微分法[139] (7)混合偏导数的性质[140] (8)方向
 导数[140] (9)曲面的切平面及法线方程[141] (10)
 曲线的切线及法平面方程等[142] (11)曲率与挠率
 [144] (12)中值定理[145] (13)台劳公式[145] (14)
 二元函数的极值[147] (15)多元函数的极值[147] (16)
 条件极值[148]

九、积 分 学

1. 不定积分法则 149
2. 不定积分表 150
3. 定积分概念 183
 - (1) 定积分与不定积分的关系[183] (2) 定积分性质[184]
 - (3) 积分中值定理[185] (4) 积分不等式[185]
 - (5) 含参变数积分的导数[185]
4. 定积分计算法 186
 - (1) 基本公式[186] (2) 配元法[186] (3) 置换法[186]
 - (4) 分部积分法[187] (5) 奇偶性的利用[187]
5. 广义积分存在准则 187
6. 定积分表 188
7. 椭圆积分 192
8. Γ -函数 195
9. B-函数 197
10. 二重积分 199
 - (1) 直角坐标[199] (2) 极坐标[200] (3) 变量替换公式[201]
 - (4) 几何意义[202]
11. 三重积分 202
 - (1) 直角坐标[202] (2) 柱坐标[203] (3) 球坐标[203]
 - (4) 变量替换公式[204] (5) 几何意义[205]
12. 曲线积分 205
 - (1) 对弧长的曲线积分[205] (2) 对坐标的曲线积分[206]
 - (3) 两种类型曲线积分的关系[206] (4) 曲线积

- 分的性质[207] (5)格林公式[207] (6)等价命题[207]
13. 曲面积分 208
- (1)对曲面面积的曲面积分[208] (2)对坐标的曲面积分[208] (3)奥斯特洛格拉得斯基公式[209] (4)斯托克斯公式[209]
14. 积分的应用 210
- (1)几何应用[210] (2)物理应用[217]

十、级数

1. 级数概念 220
2. 收敛级数的基本性质 221
3. 正项级数收敛法 221
4. 任意项级数收敛法 223
5. 收敛级数的运算 224
6. 幂级数 225
- (1)收敛半径 R 的公式[225] (2)幂级数的性质[225]
- (3)幂级数的运算[226] (4)台劳级数[226] (5)常用函数的幂级数展开式[227]
7. 三角级数 233
- (1)富氏级数定义[233] (2)富氏级数的收敛性[234]
- (3)函数展为富氏级数示例[234] (4)参考级数[237]
- (5)三角级数求和公式[238]
8. 无穷乘积 241

十一、常微分方程

1. 一阶微分方程 244
 - (1) 变量分离型[244] (2) 齐次型[244] (3) 一次型[245]
 - (4) 全微分型[245] (5) 拉格朗日方程[246]
 - (6) 克莱洛方程[247] (7) 黎卡笛方程[247]
2. 变系数二阶线性方程 247
3. 二阶特殊型 248
4. 其它二阶可解类型 249
5. 常系数线性方程 250
 - (1) 二阶齐次方程[250] (2) 二阶非齐次方程[250] (3) 高阶齐次方程[252]
 - (4) 用记号 D 求非齐次方程的特解[252] (5) 欧拉方程[253]
6. 多变量常微分方程 254
 - (1) 全微分方程[254] (2) 一阶一次联立微分方程[254]
 - (3) 二阶常系数线性联立微分方程[255]

十二、偏微分方程

1. 偏微分方程的解 255
2. 一阶线性方程 256
3. 二阶线性方程 257
 - (1) 双曲型方程[257] (2) 椭圆型方程[260] (3) 抛物型方程[263]

十三、复变函数

1. 解析函数概念 265
2. 解析函数的四个等价条件 266
3. 保角变换 267
4. 分式线性变换 267
 - (1) 平移变换[267] (2) 旋转变换[267] (3) 相似变换[268]
 - (4) 反演变换[269] (5) 分式线性变换[269]
5. 复变函数的积分 270
6. 解析函数积分的基本定理及基本公式 270
7. 解析函数的级数展式 271
 - (1) 幂级数的收敛半径[271] (2) 台劳级数[272] (3) 几个初等函数的台劳级数展式[272]
 - (4) 罗朗级数[274] (5) Z-变换[274]
8. 留 数 275
 - (1) 留数的求法[275] (2) 留数定理[276]
9. 两个公式 277
 - (1) 测地投影公式[277] (2) 欧拉公式及其推论[277]

十四、场 论

1. 数量场 $u = u(x, y, z)$ 的梯度 278
2. 矢量场 $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ 的散度 279
3. 矢量场 $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ 的旋度 279
4. 势量场 280