

高級中學學生用

高中代數學

編著者 傅 溥

世界書局印行

中華民國二十二年三月初版

高級中學
教科書

高中代數學(全一冊)

(每冊定價銀一元九角五分)

(外埠酌加郵費匯費)

編者 傅

出版者 世界書局

印刷者 上海大連海路
世界書局

發行所 世界書局

上海四馬路



版權所有 不准翻印

例 言

1. 本書係依照教育部頒布之高中暫行課程標準，及根據編者多年之教授經驗編纂而成，專供高級中學普通科，及與此同程度學校之用。

1. 本書程度係與初中相啣接，假定學生已具有相當之數學知識，故有多數名詞解釋在後而引用反在前者，職是之故。

1. 本書起首數章重在復習，故對於計算之法則及定理，僅揭其綱要而略其證明。

1. 學語譯名我國極不統一，本書所採用者均係通行已久之名詞，茲更於卷尾附一中英學語對照表，俾使學者參閱，且可作翻讀西文原書之助。

1. 初等方程式及聯立方程式最足以磨練學生之思想，惟其計算方法學生大率已於初中時習得之，故本書僅側重於其解法之原理，而於討論方面則於可能範圍內詳為敘述。

1. 圖表為代數學與幾何學互相融合而成者，本書於不與解析幾何學相重複之範圍內，特闢一章敘述之，俾學

者得知代數學與幾何學之溝通情形。

1. 確率不僅在數學上占有重要之位置，即於吾人之實際生活上亦頗為必要，故本書特闢一章於可能範圍內詳加敘述，學者如能融會貫通之，則於複雜社會之生存上當可得多少之助益。

1. 本書問題雖僅只五百餘題，然選擇精當難易適度，學者如能一一演習之，則對於代數學一科可謂已入門牆，編者他日有暇當一一演出藉供學者自修之助。

1. 本書付印倉促，謬誤之處在所難免，海內明達如承見教，則不勝感謝之至。

世界書局

高中教科書

科目	書名	編著人	冊數	定價
國文	高中國文 (甲種) 道林紙印	徐朱 蔚劍 南芒	三冊	第一冊一元六角 第二三冊各二元
	高中國文 (乙種) 新聞紙印	徐朱 蔚劍 南芒	三冊	第一冊一元二角 第二三各一元四角
黨義	高中黨義	郭魏 伯冰 榮心	三冊	第一二冊各九角 第三冊九角五分
英語	高中英語標準讀本	林漢達	三冊	第一冊九角五分
	世界高中英文選	黃梁就明	三冊	每冊 角
	高中英文文法	黃梁就明	二冊	每冊 角
	高中英文作文修辭	黃梁就明	一冊	角
算學	高中代數學	傅溥	一冊	一元九角五分
	高中平面幾何學	傅溥	一冊	一元五角五分
	高中立體幾何學	傅溥	一冊	角
	高中解析幾何學	傅溥	一冊	九 角

目 次 第 三 章

第一章 數及其計算 1

- 1. 自然數 1
- 2. 加法 3
- 3. 乘法 4
- 4. 減法及負數 6
- 5. 負數之計算 8
- 6. 除法 10
- 7. 分數 12
- 8. 冪與根 15
- 9. 無理數 18
- 10. 虛數 20

第二章 式及其計算 23

- 11. 代數式 23
- 12. 加法及減法 25
- 13. 乘法 27

14. 除法 31

15. 有理分數式之計算 35

第三章 倍式及約式 41

16. 因子分解 41

17. 最高公約式 48

18. 最低公倍式 51

第四章 有理整式 55

19. 有理整式之值 55

20. 必要條件與充分條件 56

21. 剩餘定理 57

22. 綜合除法 62

第五章 對稱式及交代式 67

23. 對稱式 67

24. 交代式 69

25. 循環順序 71

第六章 方程式 75

26. 方程式 75

27.	方程式解法之原理	77
28.	一元一次方程式	80
29.	一元一次方程式之討論	82
30.	一元二次方程式	85
31.	一元二次方程式之討論	91
32.	一元二次方程式之根僅有二個	94
33.	一元二次方程式之根與係數之關係	96
34.	二次方程式之根之對稱式	100
35.	兩個二次方程式具有公共根之條件	106
36.	分數方程式	112
37.	無理方程式	116
38.	高次方程式	121

第七章 聯立方程式

127

39.	聯立方程式	127
40.	聯立方程式解法之原理	129
41.	聯立方程式之解法	132
42.	聯立二元一次方程式	138
43.	聯立二元一次方程式之討論	141
44.	二元一次同次方程式	146
45.	聯立三元一次方程式	147

46. 聯立 n 元一次方程式 150
47. 未知數之數與方程式之數之關係 155
48. 由一次及二次方程式組成之聯立二元方程式 158
49. 聯立二元二次方程式 163
50. 聯立二元二次方程式之特例 166

第八章 不等式 175

51. 關於不等式之基礎定理 175
52. 絕對不等式與條件不等式 178
53. 不等式之解法 179
54. 絕對不等式 182
55. 分數之定理 185
56. 相加平均與相乘平均 188

第九章 應用問題 195

57. 應用問題之解法 195
58. 方程式應用問題例解 196
59. 聯立方程式應用問題例解 201
60. 不等式應用問題例解 204

第十章 函數 211

61.	函數與極限	211
62.	二次三項式之值之研究	214
63.	二次方程式之根與與數之比較	219
64.	極大極小	221
	第十一章 圖表	227
65.	坐標	227
66.	函數之圖表法	228
67.	極大極小之圖的解法	232
68.	方程式實根之圖的解法	233
	第十二章 數學的歸納法	239
69.	數學的歸納法	239
	第十三章 順列及組合	243
70.	順列及組合	243
71.	求由 n 個物件中取出 r 個之順列之數	244
72.	求由 n 個物體中取出 r 個之組合之數	247
73.	求由全體不相異之 n 個物體中一次取出 r 個所得之組合及順列數	248
74.	允許同一物件得重複取出時之順列及組合數	250

75. 類似問題	252
----------------	-----

第十四章 二項定理及多項定理 ... 257

76. 二項定理	257
77. $(1+x)^n$ 展開式中之最大係數及最大項	261
78. 二項係數之性質	263
79. 一般之二項定理	267
80. 多項定理	269

第十五章 確率 275

81. 確率之第一定義	275
82. 確率之第二定義	279
83. 反排事象之確率	281
84. 獨立事象及從屬事象之確率	281
85. 例解	283
86. 關於獨立試行之定理	287
87. 期望金額	290
88. 大數之法則	290
89. 原因之確率	294
90. 證言之確率	297

第十六章 對數 303

91. 對數之性質	303
92. 對數表	305
93. 對數表之用法	308
94. 對數之計算	310

第十七章 級數 315

95. 等差級數	315
96. 等比級數	318
97. 調和級數	323
98. 二項級數	326
99. 指數級數	329
100. 對數級數	331

第十八章 級數之和 337

101. 二三簡單級數之和	337
102. 積彈	343
103. 擬形數與多角形數	345

附 錄

1. 對數表
2. 中英學語對照表

高中代數學

第一章 數及其計算

1 自然數 一物與多物之觀念，爲吾人所共有者。於此有甚多同種類之物體時，設於其中任取一物，則所取之物數謂之一；次於殘餘之物體中再任取一物，則此所取之一物與前所取之一物合併後之數，謂之加一於一，或稱其物之數爲二，即二爲加一於一之略稱；再於殘餘之物體中更任取一物，此所取之一物與前所取二物合併後之數，謂之加一於二，或稱其物之數爲三，即三爲加一於二之略稱；詳言之則爲加一於一後再行加一之略稱也。如此以推，加一於三謂之四，加一於四謂之五，加一於五謂之六，……如斯吾人即得數之觀念。

不論其物數如何之多，吾人仍能設想再行添加一物於其中，故任取何數，吾人亦能得一較其數多一之數。

一，二，三，四，……等數，謂之自然數，通常皆以 1, 2, 3, 4, ……等符號以表之。依自然數之順序整列成

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ……

系統時，謂之自然數列。自然數列如吾人依次唱之，則後唱

者較前唱者其數為大，前唱者較後唱者其數為小。例如 7 較 5 為大，而 5 較 7 為小。是由此定義，當易得知下述之事實。

第一：有相異之 a, b 二數時，則 a 較 b 為大，或較 b 為小，二者必居其一。

第二：有 a, b, c 三數， a 較 b 為大，而 b 復較 c 為大時，則 a 較 c 為大。

a, b 二數相等，或 a 等於 b ，或 b 等於 a 者；其意為 a 不大於 b ，亦不小於 b ，畢竟二數同為一數之謂也。為簡單表示 a, b 二數相等起見通常皆用下列之記法以表之。

$$a=b, \quad \text{或} \quad b=a.$$

如此，凡以符號 $=$ 表示其兩側之二數相等者，謂之等式

又 $a > b$ 表示 a 較 b 為大，

$a < b$ 表示 a 較 b 為小，

$a \neq b$ 表示 a 不等於 b ，

$a \nless b$ 表示 a 不大於 b ，

$a \nless b$ 表示 a 不小於 b ，

$a \gtrsim b$ 表示 a 較 b 為大或較 b 為小，

$a \geq b$ 表示 a 較 b 為大或與 b 相等，

$a \leq b$ 表示 a 較 b 為小或與 b 相等。

如上所示，用各種符號以表示二數大小之關係者，謂之

不等式於等式或不等式,其符號 $=$ 或 $>$, $<$ 等之右側及左側所書者,各謂之等式或不等式之右邊及左邊。

2. 加法 加 3 於 5 云者,其意爲於自然數列中求其位於 5 後之第三位數爲何數之謂。即於自然數列中,由 6 數起,順次唱數其後之三數 6, 7, 8 而求得其數爲 8 是也。此種算法,通常皆以符號 $+$ 表之,而書作

$$5+3=8.$$

一般所謂加 b 於 a 者,皆爲於自然數列中求其 a 後之 b 位數爲何數之謂也。因自然數列中無最後之符號,故吾人常能求得此 a 與 b 相加之結果之數,謂之 a 與 b 之和,通常皆以 $a+b$ 以表之。因 $a+1, a+2, \dots$ 各表位於 a 後之第一數,第二數 \dots ,故數列 $a+1, a+2, \dots$ 所表示者,爲自然數列中 a 後之所有部分。隨之位於 a 後之任意一數,可以 $a+d$ 之形式以表之。此處之 d 爲某一定之自然數。

將大數唱數而加之,甚爲煩難。故必須暗記小數之和而適用下述之加法法則以求大數之和。

加法爲交換的及結合的算法,即應遵從下述二種法則之算法。

交換法則 $a+b=b+a.$

即加 b 於 a 之結果與加 a 於 b 之結果相同。

結合法則 $a+(b+c)=(a+b)+c$

這即加 c 於 b 所得之和於 a 之結果，與於加 b 於 a 之和中再行加 c 之結果相同。

將上述之法則反復適用之，可推知下述事項之真確。即任意有限個數之和，當其加合時，不論其排列之順序如何或任意分羣以加合之，其結果皆屬相同。例如

$$a+b+c+d=a+d+b+c=b+a+d+c$$

是。又由和之定義，及等式或不等式之規則，復可推得下列之事實。

(1) 若 $a=b$ ，則 $a+c=b+c$ 。

(2) 若 $a<b$ ，則 $a+c<b+c$ 。

(3) 若 $a>b$ ，則 $a+c>b+c$ 。

反之，

(4) 若 $a+c=b+c$ ，則 $a=b$ 。

(5) 若 $a+c<b+c$ ，則 $a<b$ 。

(6) 若 $a+c>b+c$ ，則 $a>b$ 。

再由(1)(2)(3)諸式，亦可推得下列之事實。

(7) 若 $a=b$ ， $c=d$ ，則 $a+c=b+d$ 。

(8) 若 $a<b$ ， $c<d$ ，則 $a+c<b+d$ 。

(9) 若 $a>b$ ， $c>d$ ，則 $a+c>b+d$ 。

3. 乘法 以 b 乘 a 云者，係以 b 個 a 數相加而求其之謂也。此和謂之以 b 乘 a 之積，通常皆以 $a \times b$ ， $a \cdot b$ 或