

嚴 濟 慈 著

高中物理學習題詳解

上 冊

編 演 者 顧 學 成 王 德 勳

新 科 學 書 店 發 行

上海 (1) 福州路六〇六號 (浙江路西)

電話 九 三 二 二 三

PDG

高中物理學習題詳解

習題一 (原書8-9頁) 註 $\pi=3.14$ 計

1. 1[立方米]等於多少[立方呎]? 1[立方米]之水之質量等多少[磅]? 求每[立方呎]之水之質量。

解 a. $1[\text{米}] = 39.37[\text{吋}] = \frac{39.37[\text{吋}]}{12[\text{吋}]/[\text{呎}]} = 3.28[\text{呎}]$

$$1[\text{立方米}] = (1[\text{米}])^3 = (3.28[\text{呎}])^3 = 35.3[\text{立方呎}]$$

b. $\because 1[\text{米}] = 100[\text{厘米}], \therefore 1000[\text{克}] = 2.204[\text{磅}]$
 $1[\text{立方米}] = (1[\text{米}])^3 = (100[\text{厘米}])^3 = 1000000[\text{立方厘米}]$

$$\therefore 1[\text{立方厘米}] \text{ 之水之質量爲 } 1[\text{克}]$$

$$1[\text{立方米}] \text{ 之水之質量} = 1000000[\text{立方厘米}] \text{ 之水之質量} \\ = 1000000[\text{克}]$$

$$= 1000000[\text{克}] \times \frac{2.204[\text{磅}]}{1000[\text{克}]} = 2204[\text{磅}]$$

c. $\therefore 1[\text{吋}] = 2.54[\text{厘米}]$

$$1[\text{呎}] = 12[\text{吋}] \times 2.54[\text{厘米}]/[\text{吋}] = 30.48[\text{厘米}]$$

$$1[\text{立方呎}] = (1[\text{呎}])^3 = (30.48[\text{厘米}])^3 = 28316.8[\text{立方厘米}]$$

$$\therefore 1[\text{立方厘米}] \text{ 之水之質量爲 } 1[\text{克}]$$

$$1[\text{立方呎}] \text{ 之水之質量} = 28316.8[\text{立方厘米}] \text{ 之水之質量} \\ = 28316.8[\text{克}]$$

$$\therefore 1[\text{磅}] = 453.6[\text{克}]$$

$$\therefore 1[\text{立方呎}] \text{ 之水之質量} = 28316.8[\text{克}]$$

$$= 28316.8[\text{克}] \times \frac{1}{453.6[\text{克}]/[\text{磅}]} = 62.4[\text{磅}]$$

〔另一解法〕 $\therefore 1[\text{立方米}] = 35.3[\text{立方呎}]$, 又

$\therefore 1[\text{立方米}]$ 之水之質量為2204[磅]

$$\therefore 1[\text{立方呎}]$$
之水之質量 $= \frac{2204[\text{磅}]}{35.3} = 62.4[\text{磅}]$

2. 甲乙兩村相距 5.4[公里], 問合若干[哩]?

解 $\therefore 1[\text{仟米}] = 1[\text{公里}] = 0.6214[\text{哩}]$

$$\therefore 5.4[\text{公里}] = 5.4[\text{公里}] \times 0.6214[\text{哩}]/[\text{公里}] = 3.356[\text{哩}]$$

3. 有肉 8.6[磅], 問合若干[公斤]?

解 $\therefore 1[\text{磅}] = 453.6[\text{克}] = 0.4536[\text{仟克}] = 0.4536[\text{公斤}]$

$$\therefore 8.6[\text{磅}] = 8.6[\text{磅}] \times 0.4536[\text{公斤}]/[\text{磅}] = 3.9[\text{公斤}]$$

4. 由[米]之原來定義, 求地球之半徑。

解 $\therefore$ 由赤道至北極或南極之距離為全球圓周之 $\frac{1}{4}$ 是 10000000[米] $\therefore$ 全球圓周長 $= 4 \times 10000000[\text{米}]$. 設地球之半徑為 R , 則地球之周長為 $2\pi R$.

$$\therefore 2\pi R = 40000000[\text{米}]$$

$$R = \frac{40000000[\text{米}]}{2\pi} = \frac{40000000[\text{米}]}{2 \times 3.14} = 6.369 \times 10^6[\text{米}]$$

5. 有一球測得其半徑為 1.4 厘米 $\pm$ 0.1, 求此球之體積(注意有效數字之位數)

$$\begin{aligned} \text{解 } \therefore \text{球之體積} &= \frac{4}{3}\pi(\text{半徑})^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (1.4[\text{厘米}])^3 \\ &= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 2.744[\text{立方厘米}] = 11.48[\text{立方厘米}] \end{aligned}$$

取二位有效數字, 故球之體積為 11[立方厘米].

6. 試指出下列諸長度中, 何者最大, 何者最小? 1.8[米]; 63[吋]; 0.002[哩].

解 此題諸長度以吋來比較之。

$$1.8[\text{米}] = 1.8[\text{米}] \times 39.37[\text{吋}]/[\text{米}] = 70.866[\text{吋}]$$

$$0.002[\text{哩}] = 0.002 \times 5280 \times 12 = 126.72[\text{吋}]$$

$$\therefore 126.72[\text{吋}] > 70.866[\text{吋}] > 63[\text{吋}]$$

$$\text{即 } 0.002[\text{哩}] > 1.8[\text{米}] > 63[\text{吋}].$$

$\therefore$ 諸長度中以 63 [吋] 爲最小, 0.002 [哩] 爲最大。

7. 一圓之半徑爲 2 [厘米], 在圓周上取一段弧長 3.14 厘米問其所張之圓心角爲若干 [徑]? 若干 [度]?

解 依公式 $\theta = s/r$, 現 $r = 2$ [厘米], $s = 3.14$ [厘米],

$$\therefore \theta = s/r = 3.14[\text{厘米}]/2[\text{厘米}] = 1.57[\text{徑}]$$

$$\therefore D^\circ : 360^\circ = \theta : 2\pi \quad \text{今 } \theta = 1.57[\text{徑}]$$

$$\therefore D^\circ = \frac{360^\circ \times \theta}{2\pi} = \frac{360^\circ \times 1.57[\text{徑}]}{2 \times 3.14[\text{徑}]} = 90^\circ$$

習題二 (原書 15 頁)

1. 俗謂“石比木重”此“重”字應作何解釋?

解 此“重”字作比重之解釋。

2. 有金屬一塊, 長 5 [厘米], 寬 4 [厘米], 厚 3 [厘米], 質量 528 [克], 求其密度, 問此金屬爲何物?

解 依公式 $d = M/V$ 今 $M = 528$ [克].

$$V = 5[\text{厘米}] \times 4[\text{厘米}] \times 3[\text{厘米}] = 60[\text{立方厘米}]$$

$$\therefore d = M/V = \frac{528[\text{克}]}{60[\text{立方厘米}]} = 8.8[\text{克/立方厘米}]$$

答 金屬密度爲 8.8 [克/立方厘米], 從原書 14 頁之各種物質比重表中得知此金屬爲銅。

3. 有橡皮一塊，壓縮其體積至原來之 $\frac{14}{15}$ 時，問其質量與重度有何變化？

解 設物體之原重量為 W [克]，原來體積為 V [立方厘米]

$$\therefore \text{原重度} = W[\text{克}]/V[\text{立方厘米}] = W/V[\text{克/立方厘米}]$$

壓縮後之重量不變仍為 W [克]，壓縮後之體積為 $\frac{14}{15}V$ [立方厘米]

$$\begin{aligned}\therefore \text{壓縮後之重度} &= W[\text{克}]/\frac{14}{15}V[\text{立方厘米}] \\ &= 15W/14V[\text{克/立方厘米}]\end{aligned}$$

$$\frac{\text{壓縮後之重度}}{\text{原重度}} = \frac{15W/14V[\text{克/立方厘米}]}{W/V[\text{克/立方厘米}]} = 1\frac{1}{14}$$

答 壓縮後之重量不變，壓縮後之重度為原重度之 $1\frac{1}{14}$ 。

4. 有重50[克]之金錫，投入盛820[立方厘米]之量筒中，水面升至823[立方厘米]處，問此錫是否為純金？若知其內屬銀，問金與銀各重若干？

解 依公式 $d = M/V$ ， 今 $M = 50$ [克]

$$V = 823[\text{立方厘米}] - 820[\text{立方厘米}] = 3[\text{立方厘米}]$$

$$\therefore d = M/V = 50[\text{克}]/3[\text{立方厘米}] = 16.67[\text{克/立方厘米}]$$

但從原書14頁得知金之密度為19.3[克/立方厘米]，故不是純金，同時又知銀之密度為10.5[克/立方厘米]。

設 x [克]為金之質量， y [克]為銀之質量，則得聯立方程

$$\text{式} \quad x + y = 50 \cdots \cdots (1) \quad \frac{x}{19.3} + \frac{y}{10.5} = 3 \cdots \cdots (2)$$

解之得： $x = 40.6$ [克]…(金之質量)， $y = 9.4$ [克]…銀之質量

5. 比重瓶重500[克]，盛水後重1500[克]，盛某種液體後重1300[克]，求此液體之比重，並問此液體為何物？

解 依公式 $S = (W' - w) / (W - w)$

$$S = \frac{W' - w}{W - w} = \frac{1300[\text{克}] - 500[\text{克}]}{1500[\text{克}] - 500[\text{克}]} = \frac{800[\text{克}]}{1000[\text{克}]} = 0.8$$

但從原書 14 頁各物質比重表中得知此液體為石油。

6 有空瓶重 200 [克]，滿盛以水則重 700 [克]，盛金屬碎片若干，則重 1000 [克]，再盛水使滿，則瓶與金屬片及水共重 1409 [克]。求 (a) 瓶之容積；(b) 金屬碎片之體積；(c) 金屬片之重量及比重；(d) 此金屬片為何物？

解 a. $700[\text{克}] - 200[\text{克}] = 500[\text{克}] \cdots \cdots$ 瓶內水之質量

$\therefore 1[\text{立方厘米}]$ 之水之質量為 1 [克]

$\therefore 500[\text{克}]$ 水所佔有之體積為 500 [立方厘米]

故瓶之容積為 500 [立方厘米]。

b. 如該瓶內裝金屬碎片後再盛滿水，則其水之質量為

$$1409[\text{克}] - 1000[\text{克}] = 409[\text{克}]$$

$500[\text{克}] - 409[\text{克}] = 91[\text{克}] \cdots \cdots$ 即金屬碎片在該瓶中佔去 91 [克] 之水之體積。

1 [克] 水所佔有之體積為 1 [立方厘米]

$\therefore 91[\text{克}]$ 水所佔有之體積為 91 [立方厘米]

$\therefore$ 即該金屬碎片在該瓶中所佔有之體積為 91 [立方厘米]

c. 金屬片之重量 = $1000[\text{克}] - 200[\text{克}] = 800[\text{克}]$

$$\text{金屬片之比重} = \frac{800[\text{克}]}{91[\text{克}]} = 8.8$$

d. 從原書 14 頁之各種物質比重表中得知此金屬片為銅。

✓ 7. 有 5 [立方米] 之水，全結成冰，問其體積若干？

解 依公式 $d = M/V$ ，當 M 為不變時，則密度與體積成反

比現水之密度為1〔克/立方厘米〕，水之體積為5〔立方米〕，
冰之密度為0.91〔克/立方厘米〕，冰之體積為 V 〔立方米〕。

$$1 \text{ [克/厘米}^3\text{]} : 0.91 \text{ [克/厘米}^3\text{]} = V \text{ [米}^3\text{]} : 5 \text{ [米}^3\text{]}$$

$$\therefore V = \frac{1 \text{ [克/立方厘米]} \times 5 \text{ [立方米]}}{0.91 \text{ [克/立方厘米]}}$$

$$= 5.5 \text{ [立方米]} \cdots \cdots \text{冰之體質}$$

8. 已知鐵之比重為7.8，求1〔立方米〕之鐵之質量。

解 依公式 $d = \frac{M}{V}$ 現 $d = 7.8 \text{ [克/立方厘米]}$

$$V = 1 \text{ [立方米]} = (1 \text{ [米]})^3 = (100 \text{ [厘米]})^3$$

$$= 1000000 \text{ [立方厘米]}$$

$$\therefore M = V \cdot d = 7.8 \text{ [克/立方厘米]} \times 1000000 \text{ [立方厘米]}$$

$$= 7800000 \text{ [克]} = 7800 \text{ [仟克]} \cdots \cdots \text{(鐵之質量)}.$$

9. 一本書，長18〔厘米〕，寬12.5〔厘米〕，厚8〔厘米〕，共計1400頁，重1140〔克〕。求紙之厚度及其密度。

解 $1400 \text{ [頁]} = \frac{1400 \text{ [頁]}}{2 \text{ [頁]}/1 \text{ [張]}} = 700 \text{ [張]}$

12.5 $8 \text{ [厘米]} \div 700 \text{ [張]} = 80 \text{ [毫米]} \div 700 \text{ [張]}$
 $= 0.114 \text{ [毫米]}/\text{[張]} \cdots \cdots \text{(紙厚)}$

依公式 $d = \frac{M}{V}$ 現 $M = 1140 \text{ [克]}$

$$V = 18 \text{ [厘米]} \times 12.5 \text{ [厘米]} \times 8 \text{ [厘米]} = 1800 \text{ [立方厘米]}$$

$$\therefore d = \frac{M}{V} = \frac{1140 \text{ [克]}}{1800 \text{ [立方厘米]}} = 0.63 \text{ [克/立方厘米]}$$

1. 氣球之容積爲500[立方米],內盛氫氣,求球內氫之質量。

解 $\because 1[\text{立方米}] = 10^6[\text{立方厘米}]$

$$\therefore 500[\text{立方米}] = 500 \times 10^6[\text{立方厘米}]$$

依公式 $d = M/V$, 現氫之密度 $d = 0.00009[\text{克/立方厘米}]$

$$V = 500 \times 10^6[\text{立方厘米}] = 5 \times 10^8[\text{立方厘米}]$$

$$M = Vd = 5 \times 10^8[\text{立方厘米}] \times 0.00009[\text{克/立方厘米}] \\ = 45000[\text{克}] = 45[\text{仟克}] \cdots \cdots \text{氫之質量}$$

2. 有水, 氧, 及鐵, 其重量同爲10[克], 各求其體積。

解 依公式 $d = M/V \quad \therefore V = M/d$.

a. 水之密度 $d = 1[\text{克/立方厘米}]$, $M = 10[\text{克}]$

$$V = \frac{M}{d} = \frac{10[\text{克}]}{1[\text{克/立方厘米}]} = 10[\text{立方厘米}] \cdots \cdots \text{水之體積}$$

b. 氧之密度 $d = 0.00143[\text{克/立方厘米}]$, $M = 10[\text{克}]$

$$\therefore V = \frac{M}{d} = \frac{10[\text{克}]}{0.00143[\text{克/立方厘米}]}$$

$$= 7000[\text{立方厘米}] \cdots \cdots \cdots \text{氧之體積}$$

c. 鐵之密度 $d = 7.8[\text{克/立方厘米}]$, $M = 10[\text{克}]$

$$\therefore V = \frac{M}{d} = \frac{10[\text{克}]}{7.8[\text{克/立方厘米}]}$$

$$= 1.28[\text{立方厘米}] \cdots \cdots \cdots \text{鐵之體積}$$

✓ 3. 甲拉彈簧, 伸長2.5[厘米]; 乙拉之, 則伸長7.5[厘米], 求甲乙兩人手力大小之比。

解 因固體受力而變形, 其形變(如伸長或縮短)與所受力成正比, 在彈性限度以內, 是爲虎克定律。

$$\text{甲之手力} : \text{乙之手力} = 2.5[\text{厘米}] : 7.5[\text{厘米}] = 1 : 3$$

故甲乙手力之比為 1:3

✓ 4. 彈簧下懸 4 [仟克] 之物體時，其長度為 29 [厘米]；如換以 7.5 [仟克] 之物體，則其長度為 32.5 [厘米]，求不懸物體時彈簧原來之長度。

解 設不懸物體時彈簧原來之長度為 x [厘米]，彈簧下懸 4 [仟克] 之物體時，其伸長為 $(29-x)$ [厘米]，如換以 7.5 [仟克] 之物體時，其伸長 $(32.5-x)$ [厘米]。

依虎克定律得 $4 [仟克]:7.5 [仟克] = (29-x) [厘米]:(32.5-x) [厘米]$

解之，得 $x = 25$ [厘米]……彈簧原來之長度。

習 題 四 (原書 11 頁)

1. 力字之意義甚多，試就下列諸名詞中，指出何者為物理學上之所謂“力”：人力、物力、財力、魔力、電力、脚力、水力、勢力、記憶力、創造力。

解 物理學上所謂的力是“凡推引一切物體的作用”。力有三個特性：即作用點、大小、和方向。物理學上所謂的力，可從此三要項具體的表現出來的，不能從此三要項具體的表現出來的，就不是物理學上所謂的力。

〔人力〕一般指人的力量，可以此人的力量來推引物體，如人之推車，是物理學上的力。〔物力〕利用物的力可推引物體，如牛耕田，馬拉車等，是物理學上的力。〔財力〕不能直接推引物體的，不是物理學上的力。〔魔力〕是不能從力的三要項具體表現出來的，不是物理學上的力。〔電力〕由電所發生的力，可以利用之推引物體，如電車之行駛，是物理學上的力。〔脚

力]一般指“依靠權勢”之謂，則不是物理學上的力。〔水力〕由水發生的力，利用之可以推引物體，如水力衝破堤岸，故爲物理學上的力。〔勢力〕一般指“聲威氣燄”之謂，不是物理學上的力。〔記憶力〕不能從力之三要項具體表現出來的，不是物理學上的力。〔創造力〕不能從力之三要項具體表現出來的，不是物理學上的力。

1. 有長5〔厘米〕之彈簧，懸重10〔克〕時，伸長1〔厘米〕，今有相同之彈簧，長10〔厘米〕，懸重10〔克〕，問伸長多少？若所懸之重爲30〔克〕，則伸長多少？

解 設 L 〔厘米〕爲線的原有長度， A 〔平方厘米〕爲其橫截面積， F 〔克〕爲所受的總力，其伸長爲 l 〔厘米〕，則因應力爲 F 〔克〕/ A 〔平方厘米〕，應變爲 l 〔厘米〕/ L 〔厘米〕，故楊氏模數 k ，如下式的關係

$$k = \frac{F[\text{克}]/A[\text{平方厘米}]}{l[\text{厘米}]/L[\text{厘米}]} = \frac{FL}{Al} [\text{克/平方厘米}]$$

設彈簧之橫截面積爲 A 〔平方厘米〕，因相同之彈簧，故楊氏模數相同

$$k = \frac{10[\text{克}]/A[\text{平方厘米}]}{1[\text{厘米}]/5[\text{厘米}]} = \frac{10[\text{克}]/A[\text{平方厘米}]}{x[\text{厘米}]/10[\text{厘米}]}$$

解之， $x=2$ 〔厘米〕……彈簧長10厘米，懸重10克，伸長之數。

$$k = \frac{10[\text{克}]/A[\text{平方厘米}]}{2[\text{厘米}]/10[\text{厘米}]} = \frac{30[\text{克}]/A[\text{平方厘米}]}{y[\text{厘米}]/10[\text{厘米}]}$$

解之， $y=6$ 〔厘米〕……彈簧長10〔厘米〕，懸重30〔克〕，伸長之數。

3. 以2〔仟克〕之力壓彈簧，縮短1〔厘米〕；用力拉之，則伸

長 0.85 [厘米]。求拉力之強度？

解 因虎克定律之關係，設拉力為 x [仟克]

$$2[\text{仟克}]:x[\text{仟克}]=1[\text{厘米}]:0.85[\text{厘米}]$$

$$\therefore x=2[\text{仟克}]\times 0.85[\text{厘米}]/1[\text{厘米}]=1.7[\text{仟克}]$$

4. 方桌重 20 [仟克]，上置重物 30 [仟克]，桌有四腿，腿底之面積各為 25 [厘米²]，求腿底之壓力。

解 方桌與重物共重 = 20 [仟克] + 30 [仟克] = 50 [仟克]

$$\therefore \text{桌有四腿其面積} = 4 \times 25 [\text{平方厘米}] = 100 [\text{平方厘米}]$$

$$\text{壓力} = \text{總力} / \text{面積} = 50 [\text{仟克}] / 100 [\text{平方厘米}]$$

$$= 0.5 [\text{仟克} / \text{平方厘米}]$$

答 每腿底之壓力為 0.5 [仟克/平方厘米]

5. 圖畫釘之尾部直徑為 0.8 [厘米]，釘尖之直徑為 0.4 [毫米]，加 500 [克] 之力於其尾部，求釘尖及尾部所受之壓力。

$$\text{解 a. 釘尖之壓力} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{500[\text{克}]}{3.14 \times (0.02[\text{厘米}])^2}$$

$$= \frac{500[\text{克}]}{0.001256[\text{厘米}^2]}$$

$$= 398000 [\text{克} / \text{平方厘米}] = 398 [\text{仟克} / \text{平方厘米}]$$

$$\text{b. 釘尾之壓力} = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{500[\text{克}]}{3.14 \times (0.4[\text{厘米}])^2}$$

$$= \frac{500[\text{克}]}{0.5024[\text{厘米}^2]}$$

$$= 995 [\text{克} / \text{平方厘米}] = 0.995 [\text{仟克} / \text{平方厘米}]$$

6. 一人在泥中，因欲拔起一足，轉致他足陷入愈深，何故？

解 設總壓力不變時，則壓力與面積成反比，今人身之重量

不變，欲拔起一足，於是面積較前為減小，則一足上之壓力較前為大，故他足陷入愈深。

7. 一女子重 55 [仟克]，穿雪鞋踏雪，每隻鞋底之面積為 140 [平方厘米]。(a) 在雪上每 [平方厘米] 受壓力若干？(b) 若穿高跟鞋，每隻鞋底與地接觸之面積為 35 [平方厘米]，則地面每 [平方厘米] 受壓力若干？(c) 又僅以 6 [平方厘米] 之鞋跟着地，則壓力為何？

解 依公式 $\text{壓力} = \frac{\text{力}}{\text{面積}}$

$$a. \frac{55 \text{ [仟克]}}{2 \times 140 \text{ [平方厘米]}} = 0.196 \text{ [仟克/平方厘米]}$$

$$b. \frac{55 \text{ [仟克]}}{2 \times 35 \text{ [平方厘米]}} = 0.786 \text{ [仟克/平方厘米]}$$

$$c. \frac{55 \text{ [仟克]}}{2 \times 6 \text{ [平方厘米]}} = 4.58 \text{ [仟克/平方厘米]}$$

8. 一紀念碑重 100 [噸]，立於基石之上，基石高 1 [米]，其比重為 2，若欲地面所受之壓力，不超過每 [平方厘米] 0.7 [仟克]，則基石之底面須大幾何？於此，可見基石之用處。

解 設 基石之底面積為 A [平方厘米]。因基石高 1 [米] = 100 [厘米]， $\therefore$ 基石之體積為 $V = 100 \text{ [厘米]} \times A \text{ [平方厘米]} = 100A \text{ [立方厘米]}$ $\therefore$ 基石之比重為 2，即基石之密度為 $d = 2 \text{ [克/立方厘米]}$ $\therefore$ 基石之重量為 $M = dV = 2 \text{ [克/立方厘米]} \times 100A \text{ [立方厘米]} = 200A \text{ [克]}$ ，因紀念碑之重為 100 [噸]，又因 1 [噸] = 2200 [磅] $\therefore 1000 \text{ [克]} = 2.2 \text{ [磅]}$
 $\therefore 100 \text{ [噸]} = 100 \text{ [噸]} \times (2200 \text{ 磅/噸}) \times (1000 \text{ 克/2.2 磅})$
 $= 100000000 \text{ [克]} \cdots \cdots (\text{紀念碑重})$

$$\therefore \text{紀念碑與基石共重} = 100000000 \text{ [克]} + 200 A \text{ [克]}$$

$$\therefore \text{壓力} = \text{力} / \text{面積} \quad \therefore \text{面積} = \text{力} / \text{壓力}$$

$$A \text{ [平方厘米]} = \frac{(100000000 \text{ [克]} + 200 A \text{ [克]})}{700 \text{ [克/平方厘米]}}$$

$$= \frac{10^8 + 200A}{700} \text{ [平方厘米]}$$

$$700A = 200A + 10^8, \quad 500A = 10^8,$$

$$\therefore A = 10^8 / 500 = 20000 \text{ [平方厘米]} = 20 \text{ [平方米]}$$

答 基石底面積為 20 [平方米]。

9. 截面均勻之棒，被拉或壓，單位面積所受之力，與其每單位長之伸或縮之比，稱為楊氏模數，今有鐵絲，半徑為 0.6 [毫米]，長 250 [厘米]，上端固定，下端懸一砝碼，重 2 [仟克]，問鐵絲伸長多少？鐵之楊氏模數為 1.8×10^9 [克/厘米²]。

解 依公式 $k = \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al}$ 現 $k = 1.8 \times 10^9$ [克/厘米²]

$$F = 2000 \text{ [克]}, \quad L = 250 \text{ [厘米]}, \quad A = \pi(0.06)^2 \text{ [平方厘米]}$$

$$\therefore l = \frac{FL}{kA} = \frac{2000 \times 250}{1.8 \times 10^9 \times 3.1416 \times (0.06)^2}$$

$$\therefore l = \frac{50000 \text{ [厘米]}}{1.8 \times 10^9 \times 0.0113} = 0.025 \text{ [厘米]} \cdots \cdots \text{鐵絲伸長。}$$

習題五 (原書 42—43 頁)

1. 設有向北 3 [仟克] 之力，與向西 4 [仟克] 之力，同時作用於一點上，求其合力之大小及方向。

解 依公式 $R^2 = X^2 + Y^2 + 2XY \cos \theta$

現 $X = 4$ [仟克], $Y = 3$ [仟克],

$$\theta = 90^\circ \quad \therefore \cos 90^\circ = 0$$

$$\therefore R = \sqrt{(4)^2 + (3)^2 + 2 \times 4 \times 3 \times \cos 90^\circ} \\ = 5 \text{ [仟克]}.$$

$$\tan \phi = \frac{BC}{OB} = \frac{4 \text{ [仟克]}}{3 \text{ [仟克]}} = 1.3333$$

$$\therefore \phi = \tan^{-1} 1.3333 = 53^\circ 8',$$

答 其合力為 5 [仟克], 方向為北偏西 $53^\circ 8'$.

2. 二力各為 50 [仟克], 互成 120° 角, 求其合力.

解 依公式

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy \cos \theta}$$

現 $x = y = 50$ [仟克],

$$\theta = 120^\circ$$

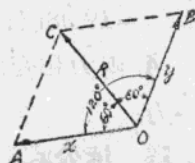
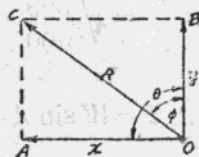
$$\therefore R = \sqrt{(50)^2 + (50)^2 + 2 \times 50 \times 50 \times \cos 120^\circ} \text{ [仟克]} \\ = \sqrt{2500 + 2500 + 2 \times 50 \times 50 \times (-\frac{1}{2})} \text{ [仟克]} \\ = \sqrt{2500} \text{ [仟克]} = 50 \text{ [仟克]}$$

答 其合力為 50 [仟克], 與二力各成 60° 角.

3. 一重 20 [仟克] 之物體, 置於光滑斜面上, 設斜面之高為 10 [厘米], 長 200 [厘米], 求斜面上所受之正直壓力與使物體下滑之力.

解 設 $AB = 200$ [厘米], $BC = 10$ [厘米], $W = 20$ [仟克], P 為下滑之力, Q 為斜面上所受之正直壓力.

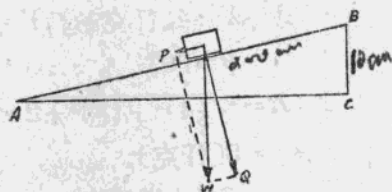
$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{10 \text{ [厘米]}}{200 \text{ [厘米]}} = \frac{1}{20}$$



$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{20}\right)^2} = \sqrt{\frac{400-1}{400}}$$

$$= \sqrt{\frac{399}{400}} = \frac{1}{20} \sqrt{399}$$



$$\therefore P = W \sin A = 20 \text{ [仟克]} \times \frac{1}{20} = 1 \text{ [仟克]} \cdots \cdots \text{下滑之力.}$$

$$Q = W \cos A = 20 \text{ [仟克]} \times \frac{1}{20} \sqrt{399} \Rightarrow \sqrt{399} \text{ [仟克]}$$

$$= 19.98 \text{ [仟克]} \cdots \cdots \text{正直壓力}$$

4. 兩力相交成 60° 角, 其合力為 $2\sqrt{3}$, 已知一力為 2. 求他力.

解 依公式 $R = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy \cos \theta}$

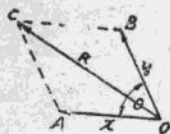
現 $R = 2\sqrt{3}$, $x = 2$, $\theta = 60^\circ$.

$$\therefore (2\sqrt{3})^2 = 2^2 + y^2 + 2 \times 2 \times y \cos 60^\circ.$$

$$12 = 4 + y^2 + 2y \text{ 或 } y^2 + 2y - 8 = 0.$$

$$(y+4)(y-2) = 0. \quad \therefore y = 2 \text{ 或 } -4 \text{ (不合)}$$

答 其他一力為 2.



5. 兩力間之角為 90° 時, 合力等於 $\sqrt{10}$; 如為 60° 時, 合力等於 $\sqrt{13}$. 求此兩力.

解 設 R 為合力, x 為一力, y 為另一力.

依公式 $R^2 = x^2 + y^2 + 2xy \cos \theta.$

當 $R = \sqrt{10}$, $\theta = 90^\circ$. $\therefore \cos 90^\circ = 0.$

代入, $10 = x^2 + y^2 \cdots \cdots (1)$

當 $R = \sqrt{13}$, $\theta = 60^\circ$. $\therefore \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

代入, $13 = x^2 + y^2 + xy \cdots \cdots (2)$

解之, 取正號得. $x=1$ 或 3 . $y=3$ 或 1 .

故一力為 3 , 另一力為 1 .

6. 一小孩重 15 [仟克], 坐於鞦韆板上, 為 5 [仟克] 之水平力推向一邊 (參看原書 42 頁 37 圖), 求繩與鉛直線所成之角. 問繩之張力較鉛直時增加多少?

解 設 $CW = 15$ [仟克], $CP = 5$ [仟克],

設繩與鉛直線所成之角為 α .

$$\tan \alpha = \frac{R'W}{CW} = \frac{CP}{CW} = \frac{5 \text{ [仟克]}}{15 \text{ [仟克]}} = \frac{1}{3} = 0.3333.$$

$$\therefore \alpha = \tan^{-1} 0.3333 = 18^\circ 26'.$$

依公式 $R^2 = x^2 + y^2 + 2xy \cos \theta$

現 $x = 5$ [仟克], $y = 15$ [仟克], $\theta = 90^\circ$.

$$\begin{aligned} \therefore R &= \sqrt{(5 \text{ [仟克]})^2 + (15 \text{ [仟克]})^2 + 2 \times 5 \text{ [仟克]} \\ &\quad \times 15 \text{ [仟克]} \times \cos 90^\circ} \\ &= \sqrt{25 \text{ [仟克]}^2 + 225 \text{ [仟克]}^2} \\ &= \sqrt{250 \text{ [仟克]}^2} = 15.81 \text{ [仟克]} \end{aligned}$$

但當繩鉛直時之張力等於小孩重為 15 [仟克].

15.81 [仟克] $- 15$ [仟克] $= 0.81$ [仟克]. $\cdots \cdots$ 繩之張力較鉛直時增加之數.

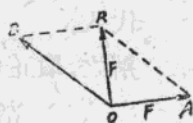
7. 將一力分解成兩分力, 使其一分力與原來之力正交, 而大小相等. 求他一分力.

解 設 $\overrightarrow{OR}$ 分為二力, 一分力 $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OR} = F$.

且 $\angle AOR = 90^\circ$ ，另一分力 $\overrightarrow{OB}$ 。
依力之合成，知 $\square OARB$ 為平行四邊形。

$$\therefore AR = OB.$$

$$\therefore \angle AOR = 90^\circ.$$



$$\therefore AR = \sqrt{(\overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{OR})^2} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2F^2} = F\sqrt{2}.$$

$$\tan \angle ARO = \frac{\overrightarrow{OA}}{\overrightarrow{OR}} = \frac{F}{F} = 1.$$

$$\therefore \angle ARO = \tan^{-1} 1 = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle ROB = \angle ARO = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle AOB = \angle AOR + \angle ROB = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ.$$

答 他一分力為原力之 $\sqrt{2}$ ，與另一分力成 135° 之角。

8. 一點受 5 [克], 12 [克], 與 15 [克] 之三力作用，恰成平衡，求此三力間所成之角。

解 依公式 $R^2 = x^2 + y^2 + 2xy \cos \theta$

$$\therefore \cos \theta = \frac{R^2 - x^2 - y^2}{2xy}$$

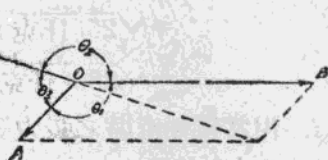
設 $OA = 5$ [克]，

$OB = 15$ [克]，

$OC = 12$ [克]。

當 $OB = R = 15$ [仟克]，則 $OA = x = 5$ [仟克]，

$OC = y = 12$ [仟克]。



$$\cos \theta_s = \frac{15^2 - 5^2 - 12^2}{2 \times 5 \times 12} = \frac{56}{120} = 0.4667,$$