

多尺度随机模型 及其应用

温显斌 © 著



科学出版社
www.sciencep.com

1.7

多尺度随机模型及其应用

温显斌 著

科学出版社

北 京

TN911.7
W625

内 容 简 介

本书融合了作者及研究团队多年来从事多尺度分析技术及其在信号或图像处理中的应用方面的研究成果,以多尺度分析技术为主线,系统地论述小波分析、多尺度自回归模型、混合多尺度模型以及它们之间的关系。并且根据在信号或图像处理等应用方面的需要,对模型的选用、算法、信号或图像的理解等实际问题进行深入讨论,从而使本书具有理论的系统性和应用的实践性紧密结合且高度统一的特点。

本书可作为信息科学专业研究生的教学参考书,同时对从事多尺度分析理论及其应用技术研究、开发和应用的科技人员也具有一定的参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

多尺度随机模型及其应用/温显斌著. —北京:科学出版社,2010
ISBN 978-7-03-026320-9

I. 多… II. 温… III. ①尺度分析-应用-信号处理-研究②尺度分析-应用-图像处理-研究 IV. TN911.7 TP391.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 243870 号

责任编辑:余 江 潘继敏 / 责任校对:陈玉凤
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏立印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 1 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2010 年 1 月第一次印刷 印张:12

印数:1—2 500 字数:242 000

定价:35.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

在自然界和工程实践中,一方面绝大多数现象都是非线性、非平稳或伴有非线性、非平稳现象的过程,因而在信号分析中,非平稳信号分析是重要而常见的,以往对它们的处理方法都或多或少存在缺点和不足;另一方面这些现象都具有多尺度特征,同时,人们对现象或过程的观察及测量往往也是在不同尺度/分辨率上进行的,许多重要问题的本质都表现为多尺度。因此,从尺度的角度看世界、解决问题是最自然的方式,它能够很好地表现这些现象或问题的本质特征。所以,近年来它已受到许多学科领域内众多科学工作者的高度重视,并在学术界掀起了多尺度分析技术、理论及其应用研究的高潮。多尺度分析技术迄今已得到了迅速发展,并在地球物理、生物医学、振动工程、机械工程、故障检测、图像处理等研究领域取得了一系列研究成果,已成为近年来国内外研究的一个十分活跃的领域之一。

作者及研究团队近年来一直从事多尺度随机建模及应用领域的研究工作,深感有必要结合该领域的新成果、新进展和新趋势撰写一本学术著作。本书拟对各种多尺度随机模型理论、方法及其应用作系统性介绍,但由于篇幅所限,仅介绍了常见的几种多尺度建模技术,包括多尺度系统理论、多尺度自回归建模理论与算法、混合多尺度随机建模与算法、小波与多尺度自回归建模之间的关系等,并希望以此起到抛砖引玉的作用,能够对该领域的研究和应用起到一定的推动作用。全书共分7章。第1章为绪论,概述多尺度分析技术的产生、发展及其特点等。第2章介绍在一般理论研究与工程技术应用中所涉及的小波分析的基本概念、基本理论与基本方法。第3章总结状态空间模型及Kalman滤波估计方法。第4章介绍多尺度系统理论基础性内容,主要包括多尺度表示及多尺度建模、动态系统理论及实现系统的平稳性和因果性分析等。第5~7章是作者近几年研究工作的总结。其中,第5章介绍多尺度自回归过程及其优化估计算法、优化稳健估计算法等;第6章介绍新建立的三种混合多尺度随机模型的建模、算法与性质及它们在图像中的应用;第7章针对小波分析与多尺度自回归模型两种多尺度分析方法,讨论两者之间的一致性。

本书的许多研究内容得到了国家自然科学基金(60872064,60375003)、航空基础科学基金(03I53059)、天津市自然科学基金(08JCYBJC12300,08JCYBJC12200)、国家重点实验室开放基金、天津理工大学博士点建设基金等的支持,作者在此表示衷心的感谢。作者的妻子沈婕女士为本书的校对付出了辛勤的劳动;本书的责任编辑为本书的高质量出版也付出了辛勤的劳动,在此一并致谢。同时在

撰写过程中,参阅和引用了许多国内外同行们的学术论文和著作,在本书正式出版之际,谨向他们表示衷心的感谢。

由于作者理论水平有限以及研究工作的局限性,特别是多尺度分析技术正处在不断的发展之中,书中难免存在一些不足,恳请广大读者批评指正。

温显斌

2009年8月25日

目 录

前言

第 1 章 绪论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 多尺度分析的产生与发展	(3)
1.3 多尺度随机模型概述	(5)
1.4 多尺度分析的特点	(10)
参考文献	(10)
第 2 章 多分辨分析基础	(18)
2.1 引言	(18)
2.2 一维连续小波变换	(18)
2.2.1 一维连续小波基函数	(18)
2.2.2 一维连续小波变换的定义与性质	(23)
2.3 一维离散小波变换	(25)
2.3.1 一维离散小波变换的概念	(25)
2.3.2 一维离散小波框架	(26)
2.3.3 一维二进小波变换	(26)
2.4 多分辨分析	(29)
2.4.1 尺度函数与尺度空间	(29)
2.4.2 多分辨分析的概念	(31)
2.4.3 小波空间	(31)
2.4.4 二尺度方程与多分辨率滤波器组	(33)
2.4.5 分解算法与重构算法	(39)
2.5 二维小波变换	(42)
2.5.1 正交二维小波变换	(42)
2.5.2 二维正交小波变换的 Mallat 算法	(45)
2.6 小波包	(47)
2.6.1 小波包的定义	(47)
2.6.2 小波包的正交性质	(48)
2.6.3 小波包的正交分解	(51)
2.6.4 小波包的算法	(55)

2.7 小波分析在图像处理中的应用	(57)
2.7.1 图像的小波分解	(57)
2.7.2 图像压缩	(59)
2.7.3 图像融合	(62)
2.7.4 图像的边缘检测	(64)
2.8 小结	(66)
参考文献	(67)
第3章 状态空间模型基础	(71)
3.1 引言	(71)
3.2 离散时间状态空间模型	(72)
3.2.1 离散时间系统	(72)
3.2.2 状态的均值与协方差	(73)
3.2.3 马尔可夫序列模型	(74)
3.2.4 基本估计问题	(76)
3.3 状态空间模型的估计理论	(78)
3.3.1 离散系统 Kalman 最优滤波估计	(78)
3.3.2 离散系统 Kalman 最优预测估计	(80)
3.3.3 离散系统 Kalman 最优平滑估计	(83)
3.4 小结	(87)
参考文献	(87)
第4章 多尺度随机系统理论	(89)
4.1 引言	(89)
4.2 多尺度系统概念	(90)
4.3 多尺度系统框架与理论	(95)
4.3.1 同态树及其几何性质	(95)
4.3.2 树状图上的位移算子	(97)
4.3.3 平稳系统的特征	(99)
4.4 树上平稳随机过程 Markov 性	(100)
4.5 小结	(101)
参考文献	(101)
第5章 多尺度自回归模型及其应用	(104)
5.1 引言	(104)
5.2 多尺度自回归模型及其性质	(104)
5.2.1 多尺度自回归模型的描述	(104)
5.2.2 多尺度自回归模型的性质	(106)

5.3	多尺度自回归模型的估计理论与算法	(108)
5.3.1	多尺度自回归模型的估计与算法	(108)
5.3.2	例子与仿真	(109)
5.4	多尺度自回归模型的稳健估计与算法	(110)
5.4.1	最小最大稳健逼近估计	(111)
5.4.2	MAR 模型稳健优化估计	(112)
5.4.3	例子与仿真	(113)
5.5	MAR 模型的递归 M 估计	(114)
5.5.1	MAR 模型的优化算法与线性模型最小二乘算法的等价性	(114)
5.5.2	MAR 模型递归优化 M 估计	(116)
5.5.3	例子与仿真	(118)
5.6	多尺度自回归模型的应用	(119)
5.6.1	多尺度自回归模型在 SAR 图像去噪方面的应用	(119)
5.6.2	多尺度自回归模型在图像分割的应用	(122)
	参考文献	(128)
第 6 章	混合多尺度模型及其应用	(133)
6.1	引言	(133)
6.2	混合多尺度自回归模型及其应用	(133)
6.2.1	混合多尺度自回归模型的描述	(133)
6.2.2	混合多尺度自回归模型的估计理论	(136)
6.2.3	混合多尺度自回归模型的应用	(139)
6.3	空间变化的混合多尺度自回归预报模型与应用	(146)
6.3.1	空间变化的混合多尺度自回归预报模型的描述	(146)
6.3.2	空间变化的混合多尺度自回归预报模型的估计理论	(147)
6.3.3	空间变化的混合多尺度自回归预报模型的应用	(149)
6.4	空间变化的混合多尺度自回归滑动平均模型与应用	(152)
6.4.1	空间变化的混合多尺度自回归滑动平均模型的描述	(152)
6.4.2	空间变化的混合多尺度自回归滑动平均模型的估计与算法	(156)
6.4.3	空间变化的混合多尺度自回归滑动平均模型的应用	(158)
6.5	小结	(161)
	参考文献	(161)
第 7 章	多尺度自回归模型与小波分析的统一性	(167)
7.1	引言	(167)
7.2	多尺度自回归模型与小波变换	(167)
7.2.1	小波变换与多尺度自回归建模	(167)

7.2.2 小波-多尺度自回归模型.....	(172)
7.2.3 小波-内联多尺度自回归模型	(175)
7.3 小结	(181)
参考文献.....	(181)

第 1 章 绪 论

1.1 引 言

翻开人类发展的历史长河,我们会发现一串串非常有趣的事实和数据。在原始社会里,石器的磨制、火的利用等使科学技术处于孕育萌发状态。在奴隶制时代,随着文字的出现,科学技术诞生了。古代的巴比伦、埃及、印度和中国成为照亮人类进步道路的四盏明灯,创造了最早的人类文明。群星灿烂的古希腊创造了古代的科学奇迹。在封建社会,中国的科学技术获得了稳步发展,出现了举世闻名的四大发明,处于世界科学技术的领先地位。这时以“农业革命”开始的“农业阶段”,被美国著名社会学家阿尔温·托夫勒(Alvin Tofler)称为“第一次浪潮”,它历时几千年。“第二次浪潮”是由“工业革命”开始的“工业阶段”,它经历大约 200 年,具体又分为“三次工业革命”:第一次始于 18 世纪 70 年代,以纺织机、蒸汽机、用煤炼铁为标志;第二次始于 19 世纪 40 年代,以炼钢技术、铁路运输、有线电信的发展为标志;第三次是从 20 世纪初开始的,以电子、化学制品和汽车工业的发展为标志。“第三次浪潮”由“第四次工业革命”开始,它发生在 1955 年左右,发端于美国,然后波及其他工业国家,主要以电子计算机、遗传工程、光导纤维、激光、海洋开发等新技术的广泛应用为主要标志;它展示着一个新的文明正在兴起,这次革命只要几十年就能完成。

我们认为始于 20 世纪 80 年代的信息革命则是“第四次浪潮”。它以信息化为标志,有意识地进行信息的生产、检测、传输、加工和利用,特别注重对人脑的开发和利用。在信息化的社会里,劳动的基础是智力,知识将成为支持信息化的决定因素。目前的国际研究热点——信息高速公路,如 Internet、Cernet 等则是“第四次浪潮”的典型代表,达到了空间更大、距离更长的要求。

回顾这四次浪潮,我们发现,每一次浪潮的产生都是对信息进一步认识、开发和利用的结果。

在信息化社会里,信息的本质包括以下几方面。

- (1) 信息是指由事物发出的各种可能感知的东西中含有的有意义的内容,而不是指事物本身,也不是指事物发出的声、光、电、热等;
- (2) 信息的产生、传递、接收、存储都离不开物理载体;
- (3) 信息离不开能量;
- (4) 信息是靠物质和能量变化来携带的;

(5) 信息具有知识的特性。

信息的特征主要是指：

- (1) 信息是可以识别的；
- (2) 信息是可以转换的；
- (3) 信息是可以存储的；
- (4) 信息是可以传递的；
- (5) 信息是可以生产的；
- (6) 信息是可以共享的。

然而，在不同的尺度下，信息的表现不尽相同，信息的特征也依赖于所考察的尺度空间，多尺度提供了一个信息或信息特征的有效描述方式。事实上，研究人员已经意识到自然界中的许多现象和模式都依赖于其考察的尺度，著名的例子当属曼德布罗特的大不列颠海岸线长度问题。在一定分辨率下，某个模式是各向同性的，在另外一个分辨率下，可能会变得各向异性。由于空间的各向异性限制了信息在不同尺度下的传输能力，因此，集成和分析不同分辨率的信息成为一个重要的研究课题。20 世纪末，美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)开展了一项关于地球观测系统的计划(earth observing system, EOS)，其中许多挑战性的问题都来自于不同空间分辨率和光谱分辨率的数据分析。

尺度，目前已在许多学科中被频繁的引用、讨论和分析，已形成了一门崭新的学科领域——尺度科学(science of scale)。早在 1992 年，Lam 和 Quattrochi 对尺度总结了如下四种含义。

第一，是传统意义下的制图比例尺或地图比例尺；

第二，是地理范围或研究问题的域，例如，是研究某一地区的某一生物的分布，还是研究在全球范围内该生物的分布；

第三，是空间分辨率，即空间数据集中最小可分部分的尺度；

第四，是研究对象的尺度，例如，研究一片树林，还是一棵树。

这四种概念从不同的角度给出，可以看出上述尺度概念最初源于地学问题的研究。目前随着信息处理技术的发展，尺度的概念有了更广泛的外延，例如，用于图像滤波的高斯滤波器的参数，刻画了函数跨度的大小，从而表征了滤波的程度，可以称为一种尺度；形态学中结构元的大小也称为尺度；还有最近发展起来的经验模式分解方法，它是将一个信号或图像分成不同的固有模式分量，每一个固有模式分量也代表了图像在某一个尺度下的表现形式。因此，尺度这一术语的外延得到了极大的延伸。最为熟知的多尺度分析当属小波变换，目前关于小波变换的应用研究成果几乎渗透到信息处理的各个领域。

虽然目前多尺度的概念并没有一个十分确切的界定，但这并不影响多尺度理论和方法在各个领域中的研究和应用。在信息处理与分析领域，多尺度分析大多

集中在小波变换、形态学和多尺度统计框架方面。本书力图在一个更为广泛的多尺度框架下,介绍小波分析和多尺度随机模型等领域的研究成果,以多尺度分析方法为横,以图像处理的任务为纵,以丰富多尺度理论并给出若干行之有效的多尺度图像处理方法为最终目的。

1.2 多尺度分析的产生与发展

大约在 1822 年,法国著名数学家 Fourier 从热力学的角度提出一种新的理论,即“热的解析理论”。这种理论以一种全新的观点对当时的分析领域产生了极为重要的影响,使数学、物理等学科发生了很大变化,并引起众多科学家的广泛关注,后被誉为 Fourier 分析方法。但 Fourier 提出的这种方法仅仅是一种理论,尚不能具体进行应用。1965 年,美国贝尔实验室的 Cooley、Tukey 两位工程师综合前人的研究成果,在大量计算机模拟的基础上,提出了影响深远的快速 Fourier 变换,即 FFT。从此,Fourier 方法从理论走向实践,成为大家爱不释手的一种数学工具,十分自然地将许多学科统一起来,很难发现一门自然科学或工程技术不与 Fourier 方法发生联系。Fourier 变换定义了“频率”的概念,用它可分析信号能量在各个频率成分中的分布情况。

尽管 Fourier 分析对数学、物理产生了深远的影响,但对于大多数应用来说是很不够的,即传统的 Fourier 分析有如下一些不足之处:

(1) 为了从模拟信号中提取频谱信息,就要取无限的时间量,使用过去的和将来的信号信息只为计算单个频率的频谱;

(2) Fourier 变换甚至没有反映出随时间变化的频率,实际上需要的是,人们怎样能够确定时间间隔,使在任何希望的频率范围(或频带)内产生频谱信息;

(3) 变换系数不能刻画出信号所在的空间;

(4) 因为一个信号的频率与它的周期长度成正比,由此得到,对于高频谱的信息,时间间隔要相对的小以给出比较好的精度;而对于低频谱的信息,时间间隔要相对的宽以给出完全的信息,亦即需要一个灵活可变的时间-频率窗,使在高“中心频率”时自动变窄,而在低“中心频率”时自动变宽,而 Fourier 变换无法作局部分析。多尺度分析正是为了克服 Fourier 变换这些不足而提出来的。

任何理论的提出和发现都有一个漫长的准备过程,多尺度分析也不例外。1910 年 Haar 提出了小波规范正交基,这是最早的小波基,当时并没有出现“小波”这个词。1936 年 Littlewood 和 Paley 对 Fourier 级数建立了二进制频率分量分组理论:对频率按 2 进行划分,其 Fourier 变换的相位变化并不影响函数的大小,这是多尺度分析思想的最早来源。1946 年 Gabor 提出的加窗 Fourier 变换(或称短时 Fourier 变换)对弥补 Fourier 变换的不足起到了一定的作用,但并没有彻底解

决这个问题。后来,Calderon、Zygmund、Stern 和 Weiss 等将 L-P 理论推广到高维,并建立了奇异积分算子理论。1965 年,Calderon 给出了再生公式。1974 年,Coifmann 对一维 H^p 空间和高维 H^p 空间给出了原子分解。1975 年,Calderon 用他早先提出的再生公式给出了抛物型 H^p 的原子分解。这一公式现在已成为许多函数分解的出发点,它的离散形式已接近小波展开。此后,许多数学家为着各种不同的目的,给出了各类函数空间上的“原子分解”、“分子分解”、“拟正交分解”、“弱正交分解”、“框架分解”等。1976 年,Peetre 在用 L-P 方法给出 Besov 空间统一描述的同时,引入了 Besov 空间的一组基,其展开系数的大小刻画了 Besov 本身;1981 年,Stromberg 通过对 Haar 正交基的改进,引入了 Sobolev 空间 H^s 的正交基,这些工作为小波分析奠定了基础。

1981 年,法国地质物理学家 Morlet 在分析地质数据时基于群论首先提出了小波分析(Wavelet analysis)这一概念。Morlet 最初提出的是形状不变的小波,因为在分析信号时,加窗 Fourier 变换并不具有形状不变性;Morlet 方法所取得的数值分析的成功不仅激发 Morlet 本人对小波分析进行深入研究,而且也大大鼓舞了法国理论物理学家 Grossmann,于是他们携手共同研究小波理论。1985 年,法国大数学家 Meyer 首次提出光滑的小波正交基,后被称为 Meyer 基,对小波理论作出了重要贡献。1986 年,Meyer 及其学生 Lemarie 提出了多尺度分析的思想。1988 年,年轻的女数学家 Daubechies 提出了具有紧支集光滑正交小波基——Daubechies 基;Meyer 为小波应用研究增添了催化剂,Daubechies 也因此名扬世界。现在人们借助 Daubechies 基和 Mallat 算法可从事广泛的应用研究。后来,信号分析专家 Mallat 提出了多分辨分析的概念,给出了构造正交小波基的一般方法,因为在这以前人们构造的正交小波基都带有高度技巧性和不可模仿性。多分辨分析概念是小波理论最基本的概念之一。最常用的多分辨分析有两大类:一类是时间有限的多分辨分析,另一类是样条多分辨分析。正交样条小波是最早构造出的小波函数(除 Haar 小波之外)。多分辨分析原理与人类的视觉和听觉方式十分接近。Mallat 受金字塔算法的启发,以多分辨分析为基础提出了著名的快速小波算法——Mallat 算法,这是小波理论突破性的成果,其作用和地位相当于 Fourier 分析中的 FFT。Mallat 算法的提出宣告小波从理论研究走向广泛的应用研究。1989 年,Meyer 出版的《小波与算子》是小波理论这一新兴学科诞生的重要标志,该书是目前最权威、最系统的小波理论著作,其中第一卷适合所有关心和学习小波的读者,第二、三卷适合分析专家。

美国 Texas A&M 大学数学与电气工程教授、逼近论中心主任、小波研究的权威之一崔锦泰著的《An Introduction of Wavelets》是美国科学出版社出版的一部小波分析的入门书。崔教授主编的长达 700 余页的会议论文集使得小波研究向点深、面广方面发展。Daubechies 的《Ten Lectures on Wavelets》总结了她的研

究成果,并为向世界科技工作者普及小波理论做出了积极贡献。近几年,新的多尺度分析工具不断涌现,如 Brushlet、Wedgelet、Bandelet、Contourlet 等。这些新的变换方法为寻求高维函数的最优表示提供了有效的工具,统称为多尺度几何分析。

国内的小波分析开始于 20 世纪 80 年代后期,当时大多是消化吸收国外的小波理论,所进行的主要是基础理论研究。进入 90 年代以来,国内一些高等院校相继开展了小波理论的工程应用研究,而且发展很快,先后在电子技术、机械工程、信息科学、计算机科学、采矿工程、电力系统工程等领域开展了研究,取得了一批研究成果。

从小波分析的发展历程可以看出,小波分析的历史是数学家和工程师共同创造的,是理论与实践紧密结合的范例和典型。小波理论在工程实际应用中,得到了印证和升华,如小波在其他数学分支中的应用(求微分方程、函数逼近、分形、非线性分析等);小波在信号的检测、识别及去噪等图像处理中的应用(图像数据压缩、去噪、数字水印、模式识别等);小波在通信中的应用(CDMA、自适应均衡、扩频通信、分形调制等)。工程实际问题又是在小波理论的指导下,获得圆满的解决,形成了良性循环。这也是小波分析在短短的几年中,在那么多国家、那么多学科领域受到如此重视的一个主要原因。

1.3 多尺度随机模型概述

在自然界和工程实践中,许多现象或过程都具有多尺度特征或多尺度效应,同时人们对现象或过程的观察及测量往往也是在不同尺度(分辨率)上进行的,因此,用多尺度系统理论来描述、分析这些现象或过程是十分自然的,它能够很好地表现这些现象或过程的本质特征。此外,在解决许多实际问题时,多尺度方法具有思路清晰、简洁、计算复杂度低等优点。所以,近年来它受到许多学科领域内众多科学工作者的高度重视,在学术界掀起了多尺度系统理论及应用研究的高潮。

多尺度系统理论研究基于以下三个基本出发点。

- (1) 所研究的现象或过程具有多尺度特征或多尺度效应;
- (2) 无论现象或过程是否具有多尺度特征,通常,观测信号是在不同尺度(分辨率)上得到的;
- (3) 无论现象或过程是否具有多尺度特性,观测信号是否在不同尺度或分辨率上得到,利用多尺度算法往往能获得更多信息,从而降低问题的不确定性及复杂性。

下面简要介绍多尺度随机模型估计理论的发展概况。

多尺度随机模型系统理论是在信号多尺度表示理论基础上建立起来的,而多

尺度或多分辨现象在控制系统、信号处理等很多领域中广泛存在。在过去 20 年间,小波分析理论已在数据压缩、语音处理、子带编码等领域中得到了成功应用。小波分析的核心内容之一多尺度分析理论形成于 20 世纪 80 年代后期。在信号的多尺度表示方面,以 MIT 的 A. S. Willsky 教授为首的研究小组做了一系列探索性工作。该理论对信号的时间-尺度分解呈现出一种自然分解方式,另外一些应用实例也表明,基于这种表示有可能建立起有效的、最优的信息处理算法。

多尺度随机模型系统理论是由 MIT 的 A. S. Willsky 教授、法国数学家 A. Benveniste 和 R. Nikoukhah 在 1990 年 12 月第 39 届 IEEE 控制与决策会议上首次提出的。在这篇具有开创性意义的论文中,首先介绍了同态树(homogeneous trees)的概念,一个 q 阶的同态树是一个无限、非循环、无方向、相互连接的结点组成图表,它的每个结点与确切的 $q+1$ 个结点相连接,具有很强的几何性质;其次给出了系统平移算子、传递函数、可实现性、平稳随机过程等概念,推导出可实现及平稳过程的充要条件;进而,建立了多尺度系统理论的基本框架,开创了多尺度系统理论的先河。

随后,以 A. S. Willsky 为首的研究小组在理论和应用方面展开了广泛的研究,并取得了一系列十分诱人的成果。他们的研究工作同时得到美国国家科学基金和美国海陆空三军科学技术研究部门的大力资助,这也说明其工作的重要性。

M. Basseville、A. Benveniste、R. Nikoukhah、C. K. Chou 和 A. S. Willsky 等利用多尺度分析中的分解与重建公式,对随机信号进行了深入细致的分析和研究,给出了随机信号多尺度建模的数学框架以及统计意义下移位不变性和尺度不变性等概念。尺度变量在观测过程中犹如通常情况下的时间变量。观测过程也因此可以看成是尺度上具有“因果”关系的动态系统。他们提出了如何在树状结构上定义“过去”的概念,给出了各向同性过程的多尺度自回归(AR)模型,并指出通常的时间序列 AR 模型并不是一个很便利的模型。其原因有二:其一是当系统阶数增加时,“过去”的点呈现出几何爆炸的增长速度;其二是各向同性非线性约束对 AR 模型的系数有影响。引入弱平稳概念,其本质是在多尺度表示中,两个值之间的相关性依赖于相应两点在尺度和位置上的不同,在二叉树框架下构造出一个从粗尺度到细尺度的状态模型。基于这些模型,讨论了一个估计框架,它可以有效地融合来自不同尺度(或分辨率)上的测量信息,同时导出了一套有效、高度并行的估计算法。

K. C. Chou、A. S. Willsky 和 A. Benveniste 等基于二叉树上定义的尺度到尺度的动态模型结构,发展了随机过程多尺度建模的新方法。他们对多尺度动态模型及其算法进行了详细和系统的理论分析,发现这类模型可以包含一个极为丰富的过程类,虽然在思想上与 Kalman 滤波十分相似,但也有明显不同,即除了通常对状态的(从细到粗的)预测和更新外,还包含多尺度信息源的数据(信息)融合,

得到基于二叉树的 Rauch-Tung-Striebel 估计算法的推广形式,即一个极其有效、高度并行的尺度递归估计算法。他们还着重研究了动态模型从粗到细的可达性、重构性和稳定性等概念,这些模型还可用来分析多尺度 Kalman 滤波器的渐近稳定性和在常数参数情况下 Riccati 方程的稳态收敛性等问题。他们针对广泛存在的随机过程类、多尺度数据融合等问题,用具体算例说明了此方法的有效性。

在 K. C. Chou、A. S. Willsky 和 A. Benveniste 等的工作基础上,K. C. Chou、A. S. Willsky 和 S. A. Golden 在 1993 年的工作中,进一步对多尺度随机模型的特征结构做了深入的研究。他们用小波变换把多尺度动态模型转换成一组简单、解耦的动态模型,得到了一种有效的、尺度递归的、基于不同尺度噪声数据融合的最优估计算法。他们还指出,对一些没有包含在这个框架内的重要过程类,可以用框架内的一组模型对其进行有效逼近。特别是,对 Gauss-Markov 过程,通过构造多尺度算法和分析此估计算法的性能,具体分析了这种方法的效能。另外,对小波变换进行适当修正,可有效地解决实际问题中有限长度数据的处理问题。

与此同时,M. R. Luetttgen、W. C. Karl、A. S. Willsky 和 R. R. Tenney 等给出了如何用一类多尺度随机模型来描述一维 Markov 随机过程和二维 Markov 随机场。这种模型结构可以发展成为一类高效且在统计意义下最优的信号处理和图像处理算法。另外,由于二维 Markov 随机场是非因果结构,因此对其分析是特别困难的,而利用其产生的平滑和参数辨识计算方法,得到的尺度递归算法与 Markov 随机场模型相关算法相比其计算效能更高。此外,还给出了基于一维小波变换的 Markov 随机场的多尺度近似表示,这为缓解模型的准确性和复杂性这一对矛盾提供了可能。实例表明,对于较低阶模型,可以得到一个保持原始 Markov 随机场性质和主要统计特性的近似模型。

G. W. Wornell 和 A. V. Oppenheim 针对进行 ML 参数和嵌入附加白色测量噪声 $1/f$ 过程的最小均方误差估计,得到了一个基于小波变换、具有高性能的稳定算法,此算法对计算噪声观测的 $1/f$ 分形维信号的 ML 估计是非常有效的。初步研究表明,这种方法对其他信号处理问题也具有广阔的应用前景。同时指出仍有许多问题尚待解决。另一个问题是关于有限数据的小波分解问题,文中在进行离散小波变换时,通过对边界数据进行周期延拓,使分解得以顺利进行,但这样得到的结果往往不太满意,因此提出要发展适应于有限观测数据的有效方法。另外,用上述方法原则上可以较容易地解决区分和分离两个叠加在一起的分形信号。P. W. Fieguth 和 A. S. Willsky 运用多尺度结构对分形 Brownian 运动(或者随机过程的碎片样本)的 Hurst 参数 H 进行估计,这一结构包括一个有效近似功能的评价。与其他方法相比,此方法包括给定不规则采样数据或者不稳定测量噪声的分形估计及关于二维随机场的分形参数估计,对此方法稍微调整就可直接应用。

1996 年,M. Basseville、A. Benveniste 和 A. S. Willsky 给出了由小波变换对

信号进行分解产生的相应统计框架,从而促进了最优、多尺度统计信号处理算法的研究。而基于信号多尺度表示理论且建立在二叉树上的多尺度随机动态模型,为研究工作提供了基本框架,尤其是在同态树上对各向同性过程进行的描述,进一步发展了自回归理论。由于这个树具有很强的几何性质,同时指出各向同性过程拥有很多对称性和限制,因此,如果只考虑通常的 AR 系数表示,则会使描述各向同性自回归过程多少有些困难。本书在二叉树上对 AR 过程的参数进行了很好量化,尤其是针对向前和向后预测误差过程发展了 Levinson 循环(这里的向前、向后方向分别指的是细尺度或粗尺度)。由于树的几何性质,这些预测误差是随预测阶数的增加而增加维数的过程向量。由于各向同性过程拥有很多对称性,所以在此向量循环中所需要的计算量与在标量循环中预测误差向量重心有直接的关系。本书发展了标量 Levinson 循环和与所需映射系数序列计算量相当的 Schur 循环。针对各向同性过程的白化和建模发展了网格结构,同时应用这些结果对 AR 模型和各向同性过程在树上的 Wold 分解进行了详细分析。

1994 年到 1995 年间,A. S. Willsky 等又提出了基于多尺度信息线性逆问题求解的概念,其思想是在给定含有噪声测量数据情况下,对未知或潜在的线性函数进行恢复或重构。这一问题存在于地球物理学探测、医学诊断、图像处理、地下水文地理学和全球海洋模型建立等众多领域,但是求解这一问题并不像提出问题那么简单。在通常情况下,一个逆问题中,可以通过一组传感器得到一组测量数据,而这组传感器中的任何一个都不可能提供待重构潜在函数的完全信息,所以面临的问题是如何融合其中几组数据或全部数据,使得重构函数达到所要求的性能指标。因此,有必要弄清楚重构过程中观测数据是如何对重构结果贡献信息的,以及来自不同传感器的测量数据和不同融合方式对融合估计精度的影响。此外,由于实际得到的往往是一个有限长度的测量数据,而人们又常常对包括在这一区域之外的重构函数的性质感兴趣,这样就要求逆算法具有处理在空域中有限或稀疏测量数据的能力。另外,算法必须设法补偿由测量仪器、实验条件等因素带来的误差以及模型误差(包括对物理过程的简化和参数不准确所带来的误差)的影响。本书基于多尺度建模技术、小波变换技术和统计估计理论,对求解线性逆问题进行了深入的研究,给出了一个含有噪声的系统,以及描述观测数据和被估计函数之间关系的积分方程。利用几个拥有不同特性的传感器对目标(函数)的观测结果,基于小波变换技术将实际空间的问题转换成尺度空间的问题,并应用随机技术对线性逆问题进行求解,克服了许多困难。A. S. Willsky 等还引进相对误差协方差矩阵作为融合和估计算法精度的定量分析工具。而尺度空间的分解、综合公式与来自多个尺度上不同传感器的数据融合问题异常吻合。同时,还通过对具体实例的仿真结果,说明这种方法的合理性和有效性。

Lang Hong 等以目标跟踪、目标状态估计等为背景,在多尺度系统理论及应