

SHIYOUWUTAN

石油物探

一九七九年 第一辑

国家地质总局石油物探研究大队编

地 质 出 版 社

# 石 油 物 探

一九七九年第一辑（总59辑）

国家地质总局石油物探研究大队编

地 质 出 版 社

# 目 录

时间剖面方程与反射界面曲率影响.....	许 云	(1)
弯曲测线多次覆盖方法.....	包吉山 朱光明 钱宗良 黄德济	(13)
用分裂算法对地震资料进行偏移.....	P.L. 斯托法等	(24)
大倾角地层的波动方程偏移算法.....	吴 律	(32)
根据地震资料进行地层学解释.....	徐怀大	(39)
用符号位相关法计算速度谱.....	王梦林 徐 洁	(56)
空校图板和偏移图板.....	吕牛顿	(60)
数字检波器的理论分析.....	李之权	(63)
多路可控延时爆炸机.....	国家地质总局第七物探大队综合研究队	(73)
新型数字测井系统.....	刘大恒	(79)



美国勘探地球物理学会 (SEG) 第 48 届国际年会简讯 .....	(23)
中国地球物理学会物探学术报告会简讯.....	(38)
致读者.....	(84)
稿 约 .....	(84)

# 时间剖面方程与反射界面曲率影响

许 云

## 一、引 言

反射波振幅受多种因素影响，其中包括记录系统影响、波阵面几何扩散影响、非理想弹性介质影响及反射界面曲率影响等。在当前的地震数字处理技术中，对前三者已能有成效地进行定量校正，对反射界面曲率影响则尚缺乏完整的定量讨论分析。

具有正曲率的凸界面使反射能量发散，具有负曲率的凹界面在一定条件下可使反射能量聚焦，这些都是众所周知的事实。诸如时间剖面上的背斜顶部的所谓“秃顶”现象，以及“亮点”技术中出现的虚假振幅异常——隆起顶部存在“暗点”、凹陷底部却出现“亮点”等等，均属此类不反映任何岩性信息的反射界面曲率对振幅的影响。当地震勘探应用于岩性解释目的，以及将时间剖面记录道转换为拟测井记录道（相当于反射系数记录道）时，这类不具有岩性信息意义的曲率影响将是有害因素。因此，定量估计这类界面曲率对反射振幅的影响并拟定其校正方法，是一个具有现实意义的问题。

希尔特曼 (Hilterman) 曾以波动方程的克希霍夫 (Kirchhoff) 积分形式解讨论过单独一个反射界面曲率对反射振幅的影响<sup>[1]</sup>，然而所采用方法及所得结论有一定局限性。首先，克希霍夫积分并不适于描述具有任意几何构造形态的多层介质，它实质上是将反射界面以上全部上覆地层做为均匀介质处理的，因而忽略了其间诸反射界面的曲率和射线路程的全部影响；其次，所讨论的是时间剖面记录道位于构造对称中心的特殊情形，不便于实际估计界面曲率横向变化的影响。

本文将 P. M. 沙赫 (Shah) 所建立的平界面情形下的时间剖面偏微分方程<sup>[2]</sup>加以发展，推广到包括多层曲界面的普遍情形。并从能量的观点将波阵面曲率、反射界面曲率与反射振幅联系起来，以几何地震学方法导出反射界面曲率与反射振幅之间的定量关系。

由于采用射线理论，本文所得结论适用于任意多层介质和任意时间剖面记录道位置。但因受所取简化假设的限制，适用范围将限于反射界面曲率半径大于地层厚度的情形。

本文所设波在其中传播的介质是空间坐标为  $(x, z)$  的二维多层介质，其中， $x$  坐标与测线重合， $z$  坐标指向多层介质空间。原则上，这种二维介质情形不难推广至三维多层介质的普遍情形。

## 二、时间剖面偏微分方程

多次覆盖坐标系统由两组正交的坐标系统构成，如图 1 所示。其中，炮点距离  $s$  与检波点距离  $g$  组成共炮点道与共接收点道坐标系统  $(s, g)$ ；共中心点距离  $x$  与共炮检距点的距离

$y$  组成共中心点道与共炮检距道坐标系统  $(x, y)$ 。这两组正交坐标系统之间存在下列关系

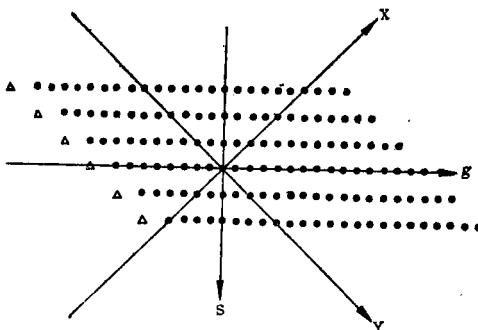


图 1

$$x = \frac{1}{2}(s + g)$$

$$y = g - s$$

在各坐标系统内，时距曲面  $t(x, y)$  和  $t(s, g)$  均为连续可微曲面，且具有不变性  $t(x, y) = t(s, g)$ ，不变性表示多次覆盖道集中的同一个记录道的反射时间  $t$  不因坐标选择而不同。因此，反射时间  $t$  对多次覆盖坐标系统  $(x, y)$  及  $(s, g)$  的偏导数将存在下述关系

$$\frac{\partial t}{\partial g} = \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial g} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial g}$$

$$\frac{\partial t}{\partial s} = \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s}$$

考虑到坐标变换关系

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial g} &= \frac{1}{2}, & \frac{\partial x}{\partial s} &= \frac{1}{2} \\ \frac{\partial y}{\partial g} &= 1, & \frac{\partial y}{\partial s} &= -1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

则

$$\frac{\partial t}{\partial g} = \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial y}$$

$$\frac{\partial t}{\partial s} = \frac{1}{2} \frac{\partial t}{\partial x} - \frac{\partial t}{\partial y}$$

利用关系式 (1)，进一步可得方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 t}{\partial g^2} &= \frac{1}{4} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 t}{\partial s^2} &= \frac{1}{4} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 t}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

经过动校正和多次叠加所得之时间剖面记录道相当于炮点与检波点重合，即  $g=s$  和  $y=0$  情形下的自激自收记录道。多次覆盖技术中采用的共中心点道集以  $(x, y)$  坐标系统描述，时间剖面记录道的反射时间就是自激自收双程时间  $t_0$

$$t(s, g) \Big|_{s=g=\xi} = t(x, y) \Big|_{y=0} = t_0$$

因而

$$\left( \frac{\partial^2 t}{\partial g^2} \right)_{g=s=\xi} = \left( \frac{\partial^2 t}{\partial s^2} \right)_{s=g=\xi} = \frac{\partial^2 t_0}{\partial \xi^2}$$

$$\left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right)_{y=0} = \frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2}$$

式中， $\xi$  代表坐标  $g$  与  $s$  中之任一个坐标。

共中心点道集的时距曲线是以通过共中心点  $x$  的  $t$  轴为对称轴的对称曲线。在  $(x, y)$  坐标系统内，时距曲面  $t(x, y)$  是以  $t$  轴为对称轴的曲面，并且在对称轴上  $t(x, y)$  有极小值。根据极值条件应有

$$\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{\partial t_0}{\partial y} = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right)_{y=0} = \frac{\partial^2 t_0}{\partial y^2} > 0; \quad \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x \partial y}\right)_{y=0} = 0$$

根据这些关系可知，在动校正和多次叠加以后，反射时间方程组（2）将蜕化为单一的方程

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t_0}{\partial y^2} \quad (3)$$

这就是关于自激自收双程时间的时间剖面偏微分方程。

### 三、方程的几何解释

从几何观点看，时间剖面方程（3）反映的是二维柱状波阵面的曲率与多层介质构造参数及物性参数之间的关系。

设坐标  $z$  垂直于地表面指向下半空间，测线沿  $x$  轴分布。在二重重介情形下，轴线垂直于  $(x, z)$  平面或  $(\xi, z)$  平面的柱状波阵面与各该平面相交之轨迹呈圆形。

$\frac{\partial^2 t_0}{\partial y^2}$  是共中心点道集时距曲线极小值所在坐标点上的二阶偏导数。在多层介质情形下，对于固定共中心点坐标  $x$  而言，这种道集的时距曲线  $t(x, y)$  虽是坐标  $y$  的偶函数并具有对称性，但并非双曲线，仅在极小值点  $y=0$  邻域才近似于双曲线。设在  $y=0$  点邻域内将  $t^2(x, y)$  按泰勒 (Taloy) 级数展开并取其首两项近似

$$t^2(x, y) = t_0^2 + \frac{\partial(t^2)}{\partial(y^2)} y^2 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2(t^2)}{\partial(y^2)^2} y^4 + \dots \approx t_0^2 + \frac{y^2}{v_{NM0}^2}$$

式中， $v_{NM0}$  是对共中心点道集进行动校正时所用的叠加速度，亦即该道集在平方坐标系统  $(t^2, y^2)$  内呈直线形式之时距曲线的斜率之倒数  $\frac{1}{v_{NM0}} = \frac{\partial(t^2)}{\partial(y^2)}$ 。将上述近似展开式对  $y$  坐标取二阶微分，得

$$\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)^2 + t \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \frac{1}{v_{NM0}^2} \quad (4)$$

由于在极小值点坐标  $y=0$  上应有

$$\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0} = 0; \quad \left(t \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right)_{y=0} = t_0 \frac{\partial^2 t_0}{\partial y^2}$$

并且在炮检距不大的情形下，叠加速度  $v_{NM0}$  不随炮检距  $y$  变化。在自激自收情形下， $y=0$ ，因此，式（4）将变形为

$$\frac{\partial^2 t_0}{\partial y^2} = \frac{1}{t_0 v_{NM0}^2} \quad (5)$$

在共炮点道集或共接收点道集中， $\frac{\partial t}{\partial s}$  或  $\frac{\partial t}{\partial g}$  表示视速度，而视速度又与到达地面之反射

波波阵面曲率  $\frac{1}{R}$  有关。在  $g=s=\xi$  的自激自收条件下，这种关系并不改变，因而时间剖面方程（3）左端的项  $\frac{\partial^2 t_0}{\partial \xi^2}$  必与  $\frac{1}{R}$  有关，亦即与层速度为  $v_1$  的第一层内的上行反射波的波阵面曲率半径  $R$  有关。

如图 2 所示设地面上的共中心点 A 的坐标为  $\xi$ ，上行到达 A 点的双程反射波阵面的曲率中心为  $O'$ ，曲率半径  $R = \overline{AO'}$ 。当波阵面所张角度  $\Delta\beta$  甚小，则所对应之弧  $R\Delta\beta$  应近似等于  $\overline{AC}$ ，且可认为  $\beta_0 \approx \angle AB$ ，曲率半径增量  $\Delta R \approx \overline{BC}$ 。令  $\Delta\xi = \overline{AB}$ ，于是

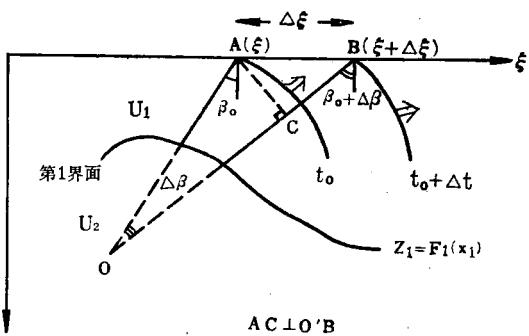


图 2 射线、波阵面、出射角相互关系

$$R \frac{\partial \beta}{\partial \xi} = \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ \Delta \xi \rightarrow 0}} \left( \frac{R \Delta \beta}{\Delta \xi} \right) = \cos \beta_0$$

$$\frac{\partial R}{\partial \xi} = \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ \Delta \xi \rightarrow 0}} \left( \frac{\Delta R}{\Delta \xi} \right) = \sin \beta_0$$

$$\frac{\partial t_0}{\partial R} = \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ \Delta \xi \rightarrow 0}} \left( \frac{\Delta t}{\Delta R} \right) = \frac{1}{v_1}$$

式中， $\beta_0$  为时间剖面自激自收射线到达地面之出射角。根据这些关系即导出

$$\frac{\partial^2 t_0}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial t_0}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \xi} \right) = \frac{1}{v_1} \frac{\partial^2 R}{\partial \xi^2} = \frac{\cos^2 \beta_0}{v_1 R} \quad (6)$$

时间剖面方程（3）右端第一项  $\frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2}$  表示反射界面时间映象之斜率的变化率，这种几何性质已经预示它将必然与反射界面曲率有关。设多层介质第  $n$  反射界面在时间剖面中的时间映象为  $t_0(x)$ 、界面方程为  $z_n = F_n(x_n)$ ，其中， $x$  为共中心点坐标、 $x_n$  为该界面的横坐标。自激自收双程时间  $t_0(x)$  显然应反映反射界面  $z_n = F_n(x_n)$  之起伏变化，即

$$\frac{\partial t_0}{\partial x} = \frac{\partial t_0}{\partial x_n} \frac{\partial x_n}{\partial x}$$

自激自收射线到达地面近似于垂直，其出射角  $\beta_0$  甚小或近似于零，且沿  $x$  方向没有显著变化，故坐标  $x_n$  随共中心点坐标  $x$  之变化主要与多层介质内射线对其余界面的入射角和折射角变化有关，而与  $\beta_0$  角没有密切关系。因此，与  $\cos \beta_0$  有关的因子  $\frac{\partial x_n}{\partial x}$  亦将与  $x$  无关，即

$$\frac{\partial^2 x_n}{\partial x^2} \approx 0, \text{ 从而}$$

$$\frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 t_0}{\partial x_n^2} \left( \frac{\partial x_n}{\partial x} \right)^2 \quad (7)$$

如果能确定  $\frac{\partial x_n}{\partial x}$  与  $\frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2}$  的函数形式，那就可以具体解释式（7）的几何含意。设  $L_j$  为射线在第  $j$  层内的路程长度，并令

$$L_n = \{(x_n - x_{n-1})^2 + (z_n - z_{n-1})^2\}^{1/2}$$

注：图 2 中  $O$  即表示文中  $O'$ 。

其中,  $(x_{n-1}, z_{n-1})$  为射线与第  $(n-1)$  反射界面的交点之坐标 (见图 3(B) 中的  $L$  点), 则

$$\frac{\partial^2 t_0}{\partial x_n^2} = \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} \left( \sum_{j=1}^n \frac{2L_j}{v_j} \right) = \frac{2}{v_n} \frac{\partial^2 L_n}{\partial x_n^2} = \frac{2}{v_n} \frac{\partial}{\partial x_n} \left( \frac{\frac{x_n - x_{n-1}}{z_n - z_{n-1}}}{\sqrt{1 + \left( \frac{x_n - x_{n-1}}{z_n - z_{n-1}} \right)^2}} \right)$$

式中,  $\frac{(x_n - x_{n-1})}{(z_n - z_{n-1})}$  是第  $n$  层内的射线  $L_n$  的斜率之倒数。而该射线与第  $n$  反射面  $z_n = F_n(x_n)$  系正交关系, 应有

$$-\frac{dF_n}{dx_n} = \frac{(x_n - x_{n-1})}{(z_n - z_{n-1})}$$

于是  $\frac{\partial^2 t_0}{\partial x_n^2}$  可用第  $n$  反射面上的反射点所在位置的曲率半径  $r_n$  来表示

$$\frac{\partial^2 t_0}{\partial x_n^2} = -\frac{2}{v_n} \frac{\partial}{\partial x_n} \left( \frac{\frac{dF_n}{dx_n}}{\sqrt{1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2}} \right) = -\frac{1}{v_n} \frac{\frac{d^2 F_n}{dx_n^2}}{\left[ 1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2 \right]^{3/2}} = -\frac{1}{v_n r_n} \quad (8)$$

其中, 利用了曲率的定义  $\frac{\frac{d^2 F_n}{dx_n^2}}{\left[ 1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2 \right]^{3/2}} = \frac{1}{r_n}$ 。至于  $\frac{\partial x_n}{\partial x}$  的函数形式, 则须根据射线在层状

介质中的折射规律来考虑。设自激自收射线在地面  $z=0$  上的出射点  $(x, 0)$  移动  $\Delta x$ , 使出射点坐标变为  $(x + \Delta x, 0)$ ; 与此相应, 第  $n$  界面上的反射点  $(x_n, z_n)$  移动至其邻域  $(x_n + \Delta x_n, z_n + \Delta z_n)$ ; 射线通过层状介质各反射界面之点  $(x_j, z_j)$  分别移动至邻域  $(x_j + \Delta x_j, z_j + \Delta z_j)$ ; 射线之入射角  $\alpha_j$  则分别变动  $\Delta \alpha_j$  而成为  $\alpha'_j = \alpha_j + \Delta \alpha_j$ ; 同一界面上, 各点之法线所变动的角度为  $\Delta \varphi_j$ 。在  $\Delta x \rightarrow 0$  的极限情形下, 应满足条件

- i  $\Delta \varphi_j \rightarrow 0$ ;
- ii  $\Delta \alpha_j \rightarrow 0$ ;
- iii  $\frac{\frac{L_j}{\sqrt{(\Delta x_j)^2 + (\Delta z_j)^2}}}{L_j} = \frac{\Delta \eta_j}{L_j} \rightarrow 0$

各种符号所代表的意义见图 3(A); 在这些近似条件下, 将有下列关系式 (详细计算参见附录)

$$\Delta \eta_{j-1} \cos \beta_j = \Delta \eta_j \cos \alpha_j \cos \Delta \varphi_j + L_j \left( 1 - \frac{\Delta \eta_j}{L_j} \sin \alpha_j \right) \sin \Delta \varphi_j \quad (9)$$

在  $\Delta x \rightarrow 0$  时, 根据近似条件(i), 应有

$$\cos \Delta \varphi_j \approx 1; \quad \sin \Delta \varphi_j \approx \Delta \varphi_j \approx \frac{\Delta \eta_j}{r_j} \quad (10)$$

根据近似条件(iii), 式(9)右端括号内的项将为

$$\left( 1 - \frac{\Delta \eta_j}{L_j} \sin \alpha_j \right) \approx 1 \quad (11)$$

将式(10)与(11)代入式(9)内, 于是在  $\Delta x \rightarrow 0$  情形下, 式(9)将变为

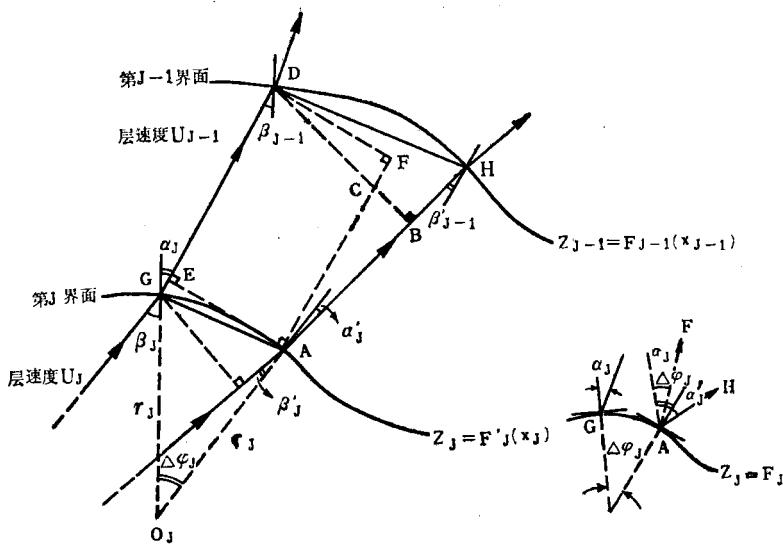


图 3 (A) 界面曲率与射线相互关系

$$\overline{DF} \perp \overline{AF}, \overline{EA} \perp \overline{AF}, \overline{DG} \parallel \overline{AF}, \overline{DB} \perp \overline{AH},$$

$\overline{GO_j} = r_j$ : G点界面  $z_j = F_j$  的曲率半径

$\overline{DG} = L_{j-1}$ : 第  $(j-1)$  层射线路程

$\overline{DH} = \Delta\eta_{j-1}$ : 第  $(j-1)$  界面弦长

$\overline{GA} = \Delta\eta_j$ : 第  $j$  界面弦长

$\alpha_j$ : 入射角,  $\beta_j$ : 折射角

$$\Delta\eta_j = \Delta\eta_{j-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right) \quad j = 1, 2, \dots, (n-1)$$

或者

$$\Delta\eta_{n-1} = \Delta\eta_0 \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)$$

式中,  $L_j$  与  $r_j$  分别为  $n$  层多层介质中第  $j$  层中的射线路程长度与第  $j$  反射界面的曲率半径。对于式中左端的  $\Delta\eta_{n-1}$  尚可进一步的分析。就第  $n$  反射界面而言, 由于它是  $n$  层构造的最后一个反射界面, 在自激自收的条件下, 该层内的射线应与界面的法线方向重合, 即垂直于该界面。因此根据条件(i), 当  $\Delta\varphi_n \rightarrow 0$  时, 图 3(B) 中所示之射线  $\overline{JL}$  与  $\overline{KM}$  应近于平行,  $\Delta\eta_n = \overline{JK} \approx \overline{LM} = \Delta\eta_{n-1}$ , 同时还因为

$$\Delta x_n \approx \frac{\Delta\eta_n}{\sqrt{1 + \left(\frac{dF_n}{dx_n}\right)^2}} \approx \frac{\Delta\eta_{n-1}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dF_n}{dx_n}\right)^2}}$$

其中,  $\frac{dF_n}{dx_n}$  是第  $n$  界面上过反射点  $(x_n, z_n)$  的切线之斜率。因而

$$\frac{\Delta x_n}{\Delta\eta_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dF_n}{dx_n}\right)^2}} \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)$$

由于这个关系式是在  $\Delta x \rightarrow 0$  的情形下才成立，而且  $\Delta \eta_0 = \Delta x$ ，所以

$$\frac{\partial x_n}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x_n}{\Delta \eta_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x_n}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dF_n}{dx_n}\right)^2}} \prod_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{i-1}}{\cos \alpha_i + \frac{L_j}{r_j}} \right)^2 \quad (12)$$

将式 (8) 与式 (12) 代入式 (7)，最终得时间剖面方程 (3) 右端第一项应为

$$\frac{1}{4} \frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2} = - \frac{1}{2v_n r_n \left[ 1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2 \right]} \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)^2 \quad (13)$$

在对时间剖面方程各项进行上述各种几何解释之后，方程 (3) 可表示为  $n$  层多层构造介质诸有关参数之间的关系

$$\frac{\cos^2 \beta_0}{v_1 R} = \frac{1}{t_0 v_{NM}^2} - \frac{1}{2v_n r_n \left[ 1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2 \right]} \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)^2 \quad (14)$$

这里概括了曲界面与平界面两种情形的普遍形式，当  $r_j \rightarrow \infty$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  时，式 (14) 就蜕化为 P. M. 沙赫所讨论的平面多层介质的特殊情形<sup>[2]</sup>；当介质只有一个反射界面，即  $n=1$  时，(14) 式变为

$$\frac{\cos^2 \beta_0}{v_1 R} = \frac{1}{t_0 v_{NM}^2} - \frac{1}{2v_1 r_1 \left[ 1 + \left( \frac{dF_1}{dx_1} \right)^2 \right]} \quad (15)$$

若位于该界面的极值点上时，由于  $\beta_0=0$  和  $\frac{dF_n}{dx_n} = \frac{dF_1}{dx_1} = 0$ ，代入式 (15) 内，就是等价于希尔特曼所讨论的单独一个分界面时的特殊情形<sup>[1]</sup>。

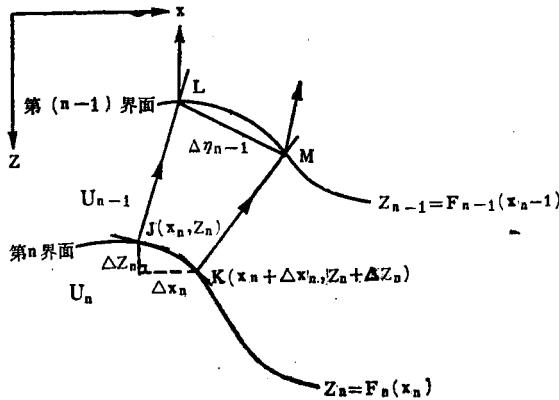


图 3 (B) 界面曲率与射线相互关系

#### 四、反射振幅与界面曲率的关系

表现为几何关系形式的时间剖面方程 (14) 也是反射界面曲率与波阵面曲率之间的关系方程。

可与曲界面情形相对照的是平界面情形。设以通过第  $n$  反射界面法线入射点  $(x_n, z_n)$  的

切平面代替该点附近的曲界面，这时仍可利用式（14），但切平面的曲率为零，即第  $n$  界面曲率半径  $r_n \rightarrow \infty$ 。在这种情形下，第一层内所应呈现的自激自收双程反射波阵面的曲率半径记为  $R_\infty$ ，于是当  $r_n \rightarrow \infty$  时，式（14）将变形为

$$\frac{\cos^2 \beta_0}{v_1 R_\infty} \approx \frac{1}{t_0 v_{NM0}^2}$$

从而可知

$$R_\infty = \left( \frac{t_0 v_{NM0}^2}{v_1} \right) \cos^2 \beta_0 \quad (16)$$

曲界面情形下的波阵面曲率半径  $R$  与平界面情形下的波阵面曲率半径  $R_\infty$  的比值  $\frac{R_\infty}{R}$  可

做为表征第  $n$  反射界面曲率  $\frac{1}{r_n}$  对波阵面曲率所产生的影响程度的定量量度。以  $R_\infty$  乘式

(14) 两端并利用式 (16) 的关系，可得波阵面所受影响相对比值为

$$\frac{R_\infty}{R} = 1 - \left\{ \frac{\left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right)^2 \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)^2}{1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2} \right\} \frac{H_n}{r_n} \quad (17)$$

式中， $H_n$  为按叠加速度  $v_{NM0}$  进行时深转换计算后所得到的第  $n$  反射界面反射点  $(x_n, z_n)$  的视深度

$$H_n = \frac{1}{2} t_0 v_{NM0}$$

式 (17) 是以可实际计算的  $\frac{H_n}{r_n}$  来表示比值  $\frac{R_\infty}{R}$ ，也可以直接用波阵面曲率半径  $R$  与反界面曲率半径  $r_n$  的比值  $\frac{R}{r_n}$  来表示  $\frac{R_\infty}{R}$ 。以  $R$  乘式 (14) 两端并利用式 (16) 的关系，尚可得

$$\frac{R_\infty}{R} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\cos^2 \beta_0 \left[ 1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2 \right]} \left( \frac{v_1}{v_n} \right)^2 \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)^2 \right\} \frac{R}{r_n}} \quad (18)$$

波阵面曲率相对变化  $\frac{R_\infty}{R}$  与反射波振幅相对变化有关。波阵面单位面积上分布的能量与反射波振幅平方成比例，设地震激发能量为  $E$ ，则在二维介质柱状波阵面情形下，波阵面单位面积的能量（或能量密度）应与  $\frac{E}{2\pi R}$  成比例，于是

$$A^2 \propto \frac{E}{2\pi R^2}, \quad A_\infty^2 \propto \frac{E}{2\pi R_\infty^2}$$

亦即

$$\left( \frac{A}{A_\infty} \right)^2 = \left( \frac{R_\infty}{R} \right) \quad (19)$$

其中， $A$  与  $A_\infty$  分别为曲界面与平界面条件下的第  $n$  反射界面所形成之反射波振幅，由此可知，根据式 (17) 与 (18) 应有

$$\frac{A}{A_\infty} = \sqrt{1 - \xi(x_n, z_n) \left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right) \frac{H_n}{r_n}} \quad (20)$$

$$\frac{A}{A_\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2} \xi(x_n, z_n) \sec^2 \beta_0 \left( \frac{v_1}{v_n} \right) \frac{R}{r_n}}} \quad (21)$$

式中，函数  $\xi(x_n, z_n)$  表示多层介质内部射线路程和界面起伏的综合影响因素，它与最深的第  $n$  反射界面的反射点的空间位置  $(x_n, z_n)$  有关

$$\xi(x_n, z_n) = \frac{1}{1 + \left( \frac{dF_n}{dx_n} \right)^2} \prod_{j=1}^{n-1} \left( \frac{\cos \beta_{j-1}}{\cos \alpha_j + \frac{L_j}{r_j}} \right)^2 \quad (22)$$

比值  $\frac{A}{A_\infty}$  称为反射界面曲率效应，它表示界面曲率对反射振幅的相对影响程度。

## 五、凹界面与凸界面

第  $n$  反射界面若为凹界面，则其曲率应取负值  $-\frac{1}{r_n}$ ；若为凸界面，则曲率应取正值  $\frac{1}{r_n}$ 。

在这两种情形下，式 (20) 应分别为

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{A_\infty} &= \sqrt{1 + \xi(x_n, z_n) \left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right) \frac{H_n}{r_n}}, && \text{凹界面情形} \\ \frac{A}{A_\infty} &= \sqrt{1 - \xi(x_n, z_n) \left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right) \frac{H_n}{r_n}}, && \text{凸界面情形} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

函数  $\xi(x_n, z_n)$  恒为正值，速度比值  $\frac{v_{NM0}}{v_n}$  不可能取负值，因此，在凹界面情形下， $\frac{A}{A_\infty} > 1$ ；

在凸界面情形下， $\frac{A}{A_\infty} < 1$ 。这就是说，一般性的规律是：凹界面将使反射振幅增强或能量聚焦，即  $A > A_\infty$ ；凸界面将使反射振幅减弱或能量发散，即  $A < A_\infty$ 。这种振幅的增强或减弱与岩性无关，纯与界面的起伏有关。

上述一般性规律在向斜与背斜构造曲率变化剧烈的底部或顶部表现最明显。由于在这些部位上的曲率半径  $r_n$  最小，因而反射界面曲率效应  $\frac{A}{A_\infty}$  变化最大。这些部位位于层状构造

的对称中心线上，一般可认为各层均属法线入射，即  $\frac{dF_n}{dx_n} = 0$ ， $\alpha_j = \beta_{j-1} = 0$ ， $j = 1, 2, \dots, n$ ，因而式 (23) 简化为

$$\left. \begin{aligned} \frac{A}{A_\infty} &= \sqrt{1 + \left( \frac{r_1}{L_1 + r_1} \right)^2 \left( \frac{r_2}{L_2 + r_2} \right)^2 \dots \left( \frac{r_{n-1}}{L_{n-1} + r_{n-1}} \right)^2 \left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right) \frac{H_n}{r_n}}, && \text{凹界面情形} \\ \frac{A}{A_\infty} &= \sqrt{1 - \left( \frac{r_1}{L_1 + r_1} \right)^2 \left( \frac{r_2}{L_2 + r_2} \right)^2 \dots \left( \frac{r_{n-1}}{L_{n-1} + r_{n-1}} \right)^2 \left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right) \frac{H_n}{r_n}}, && \text{凸界面情形} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

式中,  $L_j$ , ( $j=1, 2, \dots, n-1$ ) 相当于第  $n$  层以上各层的厚度;  $r_j$ , ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 则是呈整合产状的背斜或向斜构造中各个反射界面  $z_j = F_j(x_j)$  的极值点上的曲率半径。

有时在时间剖面上可以看到一种奇怪现象: 浅层背斜顶部有“秃顶”而深层背斜顶部却没有“秃顶”。这种实际记录的现象很难用希尔特曼所导出的反射界面曲率效应加以解释, 因为这种理论不考虑层状构造之间的相互作用。但是利用本文所建立的多层介质曲率影响的理论却能定量说明这种可能性。设第  $n$  反射界面与第  $(n-1)$  反射界面的界面曲率效应分别以

$\frac{A_n}{(A_\infty)_n}$  和  $\frac{A_{n-1}}{(A_\infty)_{n-1}}$  表示, 于是利用式 (24) 可得背斜构造第  $n$  界面顶部反射振幅  $A_n$  与背斜

构造第  $(n-1)$  界面顶部反射振幅  $A_{n-1}$  的平方比值为

$$\left(\frac{A_n}{A_{n-1}}\right)^2 = \left(\frac{(A_\infty)_n^2}{(A_\infty)_{n-1}^2}\right) \left\{ \frac{1 - \prod_{j=1}^{n-1} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2 \left(\frac{(v_{NM0})_n}{v_n}\right) H_n}{1 - \prod_{j=1}^{n-2} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2 \left(\frac{(v_{NM0})_{n-1}}{v_{n-1}}\right) H_{n-1}} \right\}$$

由于

$$(A_\infty)_n^2 \propto \frac{1}{2 \pi (R_\infty)_n} = \frac{v_1}{2 \pi (t_0 v_{NM0}^2)_n} = \frac{v_1}{2 \pi H_n (v_{NM0}^2)_n}$$

$$(A_\infty)_{n-1}^2 \propto \frac{1}{2 \pi (R_\infty)_{n-1}} = \frac{v_1}{2 \pi (t_0 v_{NM0}^2)_{n-1}} = \frac{v_1}{2 \pi H_{n-1} (v_{NM0})_{n-1}}$$

所以

$$\frac{(A_\infty)_n^2}{(A_\infty)_{n-1}^2} = \frac{H_{n-1} (v_{NM0})_{n-1}}{H_n (v_{NM0})_n}$$

于是

$$\left(\frac{A_n}{A_{n-1}}\right)^2 = \frac{H_{n-1} (v_{NM0})_{n-1} - \left\{ \prod_{j=1}^{n-1} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2 \right\} \frac{H_n H_{n-1} (v_{NM0})_n (v_{NM0})_{n-1}}{v_n r_n}}{H_n (v_{NM0})_n - \left\{ \prod_{j=1}^{n-2} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2 \right\} \frac{H_n H_{n-1} (v_{NM0})_n (v_{NM0})_{n-1}}{v_{n-1} r_{n-1}}}$$

如果能够满足下列条件就能保证  $(A_n)^2 > (A_{n-1})^2$

$$\left[ \left( \frac{r_{n-1}}{L_{n-1} + r_{n-1}} \right) \frac{1}{v_n r_n} - \frac{1}{v_{n-1} r_{n-1}} \right] H_n H_{n-1} (v_{NM0})_n (v_{NM0})_{n-1} \prod_{j=1}^{n-2} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2.$$

$$• < H_{n-1} (v_{NM0})_{n-1} - H_n (v_{NM0})_n$$

在一般情形下, 叠加速度将随深度而增大, 即  $(v_{NM0})_n > (v_{NM0})_{n-1}$ , 因此  $H_{n-1} (v_{NM0})_{n-1} - H_n (v_{NM0})_n < 0$ , 从而上述不等式若成立必然要求

$$\frac{v_n r_n}{v_{n-1} r_{n-1}} > \frac{r_{n-1}}{L_{n-1} + r_{n-1}} \quad (25)$$

这也就是说, 若条件 (25) 满足, 就有可能使  $A_n > A_{n-1}$ , 即深层背斜构造顶部反射振幅大于浅层背斜构造顶部反射振幅。这个结论完满地证明了关于背斜顶部“秃顶”的奇怪现象出现的可能性。

如果只有一个反射界面，则  $r_n = r_1$ ,  $v_{NM0} = v_n = v_1$ , 且函数  $\xi(x_n, z_n)$  中的连乘积项也不存在。这时因为是均匀介质，若时间剖面记录道位于构造的对称中心位置上面（即背斜顶部或向斜底部），还应有  $\beta_0 = 0$ ,  $\frac{dF_n}{dx_n} = 0$ ,  $\frac{1}{2}R = \frac{1}{2}R_\infty \rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{t_0v_1^2}{v_1}\right) = \frac{1}{2}t_0v_1 = H_1$ 。于是式(20)、(21)与(23)等蜕化为

$$\frac{A}{A_\infty} = \sqrt{1 - \frac{H_1}{r_1}}, \quad (\text{凸界面}), \quad \frac{A}{A_\infty} = \sqrt{1 + \frac{H_1}{r_1}} \quad (\text{凹界面}) \quad (26)$$

$$\frac{A}{A_\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{H_1}{r_1}}} \quad (\text{凸界面}), \quad \frac{A}{A_\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{H_1}{r_1}}} \quad (\text{凹界面}) \quad (27)$$

式(27)就是希尔特曼所导出的界面曲率效应公式，它们均以背斜构造顶部或向斜构造底部的埋藏深度  $H_1$  与界面在该点的曲率半径  $r_1$  的比值来表示  $\frac{A}{A_\infty}$ 。不过，本文所导出的公式(27)应只限制于曲率半径  $r_1$  大于埋藏深度  $H_1$  的情形，只有如此，式(27)的关系才近似等于式(26)的关系，否则将有矛盾。所以如此，是由于本文在导出式(9)的过程中引入了一系列简化近似条件，如何取消这些近似条件，将是需要进一步考虑的问题。正由于这种限制，本文所得公式(27)虽形式上与希尔特曼所得相同，但尚不能应用于凹界面曲率中心位于观测面以下的特殊情形，即  $H_1 > r_1$  的情形，这时式(27)中的凹界面的  $\frac{A}{A_\infty}$  将为虚数，也就是反射波应发生  $\frac{\pi}{2}$  的相位变化；但是本文利用的是几何地震学射线理论，因而不便预测此项相位变化。

## 六、反射界面曲率影响的校正

在二维柱状波阵面的具体情形下，波阵面扩散影响校正因子就是  $\sqrt{R}$ ，即波阵面曲率半径的平方根。这个校正因子包括了反射界面曲率影响在内；根据式(19)与(20)，校正因子应为

$$\sqrt{R} = \sqrt{R_\infty} \left( \frac{A_\infty}{A} \right) = \frac{\sqrt{R_\infty}}{\sqrt{1 \mp \xi(x_n, z_n)} \left( \frac{v_{NM0}}{v_n} \right) \frac{H_n}{r_n}} \quad (\begin{array}{l} \text{正号适用于凹界面} \\ \text{负号适用于凸界面} \end{array}) \quad (28)$$

函数  $\xi(x_n, z_n)$  中的各个量均可根据射线追踪方法逐一计算， $\frac{dF_n}{dx_n}$  可直接在时间剖面上量度第  $n$  反射界面的斜率再经时深转换计算出来；各界面的曲率半径  $r_i$  亦可在时间剖面上直接量度再经时深转换计算出来，叠加速度  $v_{NM0}$  及第一层和第  $n$  层的层速度  $v_1$  与  $v_n$  均为已知值， $t_0$  可直接从时间剖面上量度，于是  $R_\infty$  与  $H_n$  均为已知，因而校正因子  $\sqrt{R}$  完全可以确定，只是必须是在多次叠加完成以后再校正而不能在此之前进行，因为计算时间  $t_0$  和界面深度  $H_n$  等必须从时间剖面获取最原始资料。

通常是在背斜顶部和向斜底部界面曲率变化较大之处进行校正，根据式(24)和式(16)，

这时的校正因子为

$$\sqrt{R} = \frac{v_{NM0} \sqrt{\frac{t_0}{v_1}}}{\sqrt{1 \pm \left(\frac{v_{NM0}}{v_n}\right) \frac{H_n}{r_n} \prod_{j=1}^{n-1} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2}} \quad (\text{正号适用于凹界面}) \quad (\text{负号适用于凸界面}) \quad (29)$$

由于叠加速度  $v_{NM0}$  一般不致超过第  $n$  层层速度  $v_n$ , 且本文诸公式的应用仅限于  $H_n < r_n$  的情形, 所以上式分母中第二项的值恒小于 1, 因而可按级数展开为

$$\sqrt{R} \approx v_{NM0} \sqrt{\frac{t_0}{v_1}} \mp \frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_0}{v_1}} \frac{(v_{NM0})^2}{v_n} \frac{H_n}{r_n} \prod_{j=1}^{n-1} \left(\frac{r_j}{L_j + r_j}\right)^2 \quad (\text{正号适用于凸界面}) \quad (\text{负号适用于凹界面}) \quad (30)$$

这个校正公式右端第一项就是柱面波情形下平面界面的 P. M. 沙赫校正因子<sup>[2]</sup>, 第二项则是曲界面曲率影响本身的振幅校正因子。

将校正因子  $\sqrt{R}$  乘时间剖面记录道相应于时间  $t_0$  时的振幅就完成了振幅校正处理。

## 参 考 文 献

- [1] Fred J. Hilterman, 1975, Amplitudes of seismic waves—A Quick Look, Geophysics, Vol. 40, No. 5.
- [2] P. M. Shah, 1973, Use of wavefront curvature to relate seismic data with subsurface parameters, Geophysics, Vol. 38, No. 5.

### 附 录 式(9)的 证 明

如图 3 (A) 所示,

$$\begin{aligned} &\overline{HDB} \approx \beta_{j-1}, \quad \overline{DB} = \overline{DH} \cos \overline{HDB} \approx \overline{DH} \cos \beta_{j-1} = \Delta \eta_{j-1} \cos \beta_{j-1}, \\ &\overline{GAE} \approx \alpha_j, \quad \overline{AE} \approx \overline{GA} \cos \alpha_j = \Delta \eta_j \cos \alpha_j, \\ &\overline{FAH} = \alpha'_j + \Delta \varphi_j - \alpha_j = \Delta \alpha'_j + \Delta \varphi_j \approx \Delta \varphi_j, \\ &\overline{DC} = \frac{\overline{DF}}{\cos \overline{FDC}} = \frac{\overline{AE}}{\cos \overline{FAH}} \approx \Delta \eta_j \frac{\cos \alpha_j}{\cos \Delta \varphi_j}, \\ &\overline{CF} \approx \overline{DC} \sin \Delta \varphi_j \approx \Delta \eta_j \cos \alpha_j \tan \Delta \varphi_j, \\ &\overline{AC} = \overline{AF} - \overline{CF} = \overline{DE} - \overline{CF} = (\overline{DG} - \overline{EG}) - \overline{CF} = (L_j - \overline{AG} \sin \alpha_j) - \overline{CF} \\ &\quad = L_j - \Delta \eta_j \cos \alpha_j - \Delta \eta_j \cos \alpha_j \tan \Delta \varphi_j, \end{aligned}$$

因为  $A, B, F$  和  $D$  四点共圆, 故

$$\overline{DB} = \overline{DC} + \frac{\overline{AC} \cdot \overline{CP}}{\overline{DC}}$$

将以上各值代入后, 得到式(9)

$$\begin{aligned} \Delta \eta_{j-1} \cos \beta_{j-1} &= \frac{\Delta \eta_j \cos \alpha_j}{\cos \Delta \varphi_j} + (L_j - \Delta \eta_j \cos \alpha_j - \Delta \eta_j \cos \alpha_j \tan \Delta \varphi_j) \sin \Delta \varphi_j, \\ &= \Delta \eta_j \cos \alpha_j \cos \Delta \varphi_j + L_j \left(1 - \frac{\Delta \eta_j}{L_j} \sin \alpha_j\right) \sin \Delta \varphi_j \end{aligned}$$

# 弯曲测线多次覆盖方法

包吉山 朱光明 钱宗良 黄德济

## 前 言

弯曲测线多次覆盖方法，是为适应在地表复杂地区，例如在山区、林区、稻田、河网分布等地区开展地震勘探工作而提出的。因为在这类地区，直测线方法已遇到很大困难。

弯曲测线方法，在国外，有的国家主要在地表复杂地区已开始作为一种实际勘探方法在使用了。但在国内，直至最近几年才开始在文献上出现。本文试图在已有的理论工作基础上，根据初步实践结果对方法作进一步讨论。

## 一、基 本 概 念

### 1. 反射时距方程

弯曲测线的一个明显特点，是它的各个激发点和接收点的连线，在空间分布上的非共线性，即不在同一直线方向上。因此，在弯曲测线情况下，所讨论的问题已越出了二维地震勘探范围。

设以激发点和接收点间的直线距离（通称炮检距） $L$ 为参数，于是，在界面为水平条件下（图1），得反射时距方程

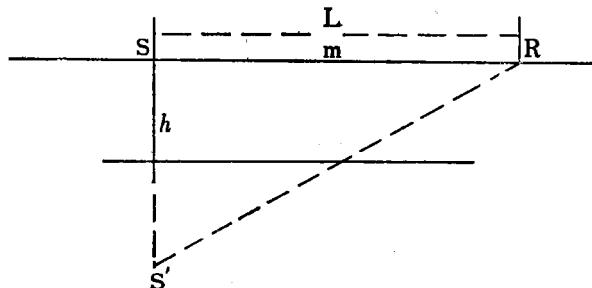


图 1  $\varphi = 0$  时

$$t = \frac{1}{V} \sqrt{(2h)^2 + L^2} = \sqrt{t_0^2 + \left(\frac{L}{V}\right)^2} \quad (1.1)$$

式中， $V$  为介质速度， $h$  为激发点下方界面法线深度， $t_0$  为界面回声时间， $t_0 = \frac{2h}{V}$ 。

由于在已知激发点和接受点的平面坐标情况下，炮检距

$$L = \sqrt{(x_R - x_s)^2 + (y_R - y_s)^2} \quad (1.2)$$

所以把上式代入 (1.1)，则得弯曲测线一般反射时距方程

$$t = \sqrt{t_0^2 + \frac{(x_R - x_s)^2 + (y_R - y_s)^2}{V^2}} \quad (1.3)$$

式中， $x_s, y_s$  和  $x_R, y_R$  为激发点和接收点座标。 $V, t_0$  的含义同前。

当界面倾角  $\varphi \neq 0$  时，即在倾斜平界面情况下，如图 2，由激发点下方界面法线深度

$$h = h_m \mp \frac{L}{2} \sin \varphi$$

得时距方程

$$t = \frac{1}{V} \sqrt{(2h_m)^2 + (L \cdot \cos \varphi)^2}$$

式中,  $h_m$  为炮检中点下方界面法线深度。

令  $t_{0m} = \frac{2h_m}{V}$ , 则最终得倾斜界面反射时距方程

$$t = \sqrt{t_{0m}^2 + \left(\frac{L}{V} \cos \varphi\right)^2} \quad (1.4)$$

式中,  $t_{0m}$  为炮检中点下方界面回声时间。把 (1.2) 代入上式, 则得形如 (1.3) 的倾斜界面时距方程。

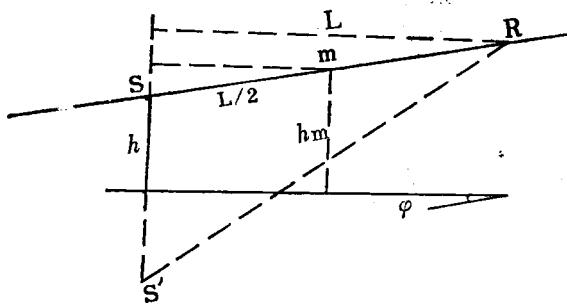


图 2  $\varphi \neq 0$  时

由反射时距方程可见, 在弯曲测线情况下, 反射时距曲线, 是一条与激发点和接收点的相对位置(或平面座标)有关的复杂空间曲线。这条曲线, 实际上是沿弯曲测线垂直于观测面的柱状曲面与以轴为对称的空间时距曲面的交线。

## 2. 共反射面元叠加概念

在弯曲测线情况下, 多次覆盖方法已不能严格遵守传统的直测线共反射点叠加定义了, 而必须代之以新的概念。共反射面元叠加概念, 就是为适应这一需要而引入的。

共反射面元叠加, 是指在理论共反射点概念的可容许的偏离范围内, 各相邻反射点道的叠加。在这个可容许的偏离范围内, 来自相邻各反射点的能量叠加, 应该像来自同一反射点那样得到加强。因此, 这个可容许的偏离范围, 就可以被宏观的看作是各相邻道的“共反射点”。为了区别于传统的共反射点概念, 这个所谓的宏观“共反射点”, 就被定义为共反射面元。

### 3. 空间条件和时间条件

共反射面元的大小(范围), 主要由相邻炮检中点间距离确定。如果接收点沿测线的距离为  $4l$ , 则共反射面元的线性长度

$$D = \frac{4l}{2} \quad (1.5)$$

式中,  $D$  为理论共反射点概念的可容许的偏离范围的线性长度。凡满足上述条件的记录道, 就是共反射面元道。这些道的集合, 就构成共反射面元道集。因此, 式 (1.5) 就被称为道集形成的空间条件。

弯曲测线多次覆盖, 从本质上讲, 就是共反射面元道集水平叠加, 即在把共反射面元看作是有限水平界面情况下, 对相邻各反射点道进行动校叠加。但实际上, 界面并非都是水平的。因此, 为保证叠加效果, 在工作设计阶段, 就应对共反射面元内道间最大时差进行理论