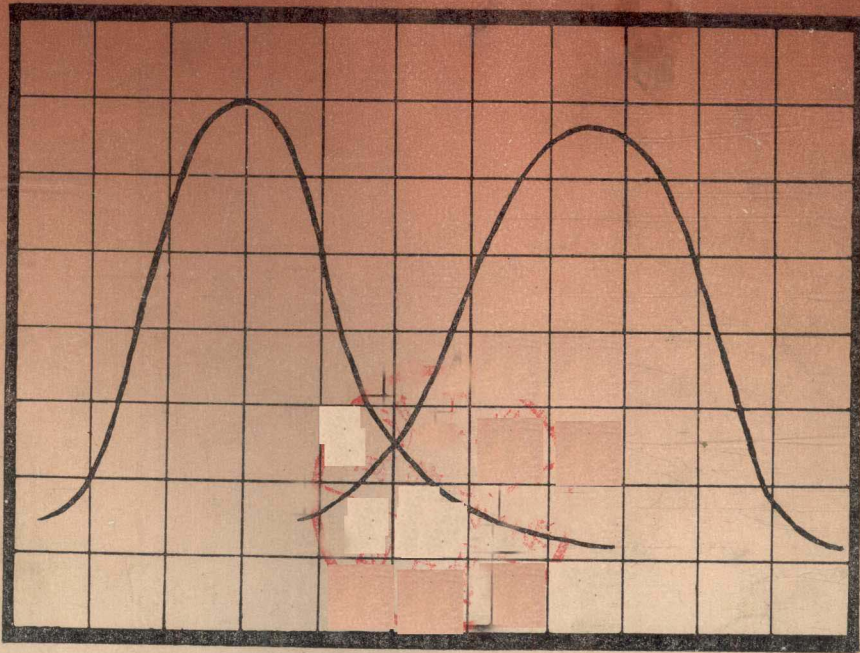


可靠性 RELIABILITY

在机械设计中的应用与数据统计分析

白和丰 主编



武汉工业大学出版社

(鄂)新登字 13 号

内 容 提 要

本书系统地介绍了可靠性在机械设计中的应用以及可靠性数据统计分析。全书共十章，内容包括：第一、二章可靠性的基本概念和数学基础，第三～九章讨论了机械可靠性设计的理论和方法，第十章可靠性数据统计分析与编程原理。各章均有实用性例题。

本书可作为高等学校机械类专业研究生和本科生的教学参考用书，也可作为教师与工程设计人员的参考书。

可 靠 性
——在机械设计中的应用与数据统计分析

白和丰主编

责任编辑 朱家万

责任校对 童南雄

*

武汉工业大学出版社出版发行
石首市第二印刷厂印刷

*

开本：787×1092 1/16 印张：13.5 字数：312千字

1993年3月第1版 1993年3月第1次印刷

印数：1—1 000

ISBN7—5629—0734—X/TH·21

定价：11.50元

前 言

目前,可靠性理论与技术伴随着科学技术以突飞猛进的速度在发展,已成为一门独立的边缘学科,而且在工程实践中得到了广泛的重视和应用。60年代开始应用到机械行业中,现在越来越多的机械产品要求必须具备可靠性指标,因为可靠性是考虑了时间因素的质量。今后只有高可靠性的产品,才能在市场的激烈竞争中取胜。因此,在机械领域内必须大力推广和贯彻可靠性。

本书是作者在多年从事本科生、研究生的可靠性教学的基础上,并结合近几年承担有关可靠性的科研课题的成果进行编写的。全书共分十章:第一、二章为基本概念和数学基础,第三、四、五、六、七、八、九章讨论了机械可靠性设计的理论和方法,第十章为可靠性数据统计分析与编程原理。在内容叙述上,着重于概念的陈述和工程应用,对数学推导,力求简明扼要,为了便于自学,书中列举了各种类型的实例,以帮助读者加深理解。全书由白和丰主编,参加编写的有:白和丰(第一、五、六、七、八、九、十章),艾春廷(第四章),陈作炳(第二、三章及第十章的一部分)。

本书承武汉工业大学博士生导师李桂青教授审阅,提出了许多宝贵的意见,在此表示衷心地感谢。

另外,书中引用了许多中外学者的论著、资料及数据,谨在此深表谢意。最后,对支持和帮助本书的编写和出版的同志们表示衷心地感谢和深切的敬意。

由于作者水平有限,限于时间和篇幅,书中难免有错误和不当之处,请读者批评指正。

编著者

1992年8月于武汉

目 录

第一章 可靠性概论.....	(1)
§1 概述.....	(1)
一、可靠性问题的重要性.....	(1)
二、可靠性学科的发展概况.....	(2)
✓ §2 可靠性定义及其特征指标.....	(4)
一、可靠性的定义.....	(4)
二、可靠度函数.....	(5)
三、失效密度函数.....	(6)
四、失效率.....	(8)
五、寿命.....	(9)
§3 可靠性工程的内容.....	(11)
§4 机械可靠性设计的内容及特点.....	(12)
一、机械可靠性设计的内容.....	(12)
二、可靠性设计的特点.....	(12)
三、机械可靠性设计的步骤.....	(13)
✓ 第二章 可靠性的数学基础.....	(15)
§1 概率的基本知识.....	(15)
一、随机试验与随机事件.....	(15)
二、频率与概率.....	(15)
三、条件概率.....	(16)
四、概率的基本运算法则.....	(16)
§2 随机变量及其概率分布.....	(17)
一、频率分布直方图.....	(18)
二、失效密度函数.....	(19)
三、累积失效分布函数.....	(20)
四、随机变量的数字特征.....	(21)
✓ §3 可靠性常用的分布函数.....	(22)
一、二项分布.....	(22)
二、泊松分布.....	(23)
✓ 三、正态分布.....	(23)
四、对数正态分布.....	(26)
五、威布尔分布.....	(27)
六、指数分布.....	(31)
§4 分布参数的图解估计和相关检验.....	(32)
一、威布尔概率坐标纸.....	(32)
二、正态概率坐标纸.....	(38)
三、对数正态概率纸.....	(39)
四、回归分析和相关检验.....	(40)
§5 分布参数的估计.....	(42)

一、总体、个体和样本	(42)
二、点估计	(42)
三、区间估计	(43)
§6 分布函数的假设检验	(45)
一、 χ^2 检验	(45)
二、K-S检验	(47)
第三章 载荷的统计处理	(49)
§1 载荷时间历程及其统计特性	(49)
§2 载荷的循环计数法	(49)
§3 载荷的峰值计数法和雨流计数法	(50)
一、峰值计数法	(50)
二、雨流计数法	(51)
§4 随机疲劳载荷的概率分布	(56)
§5 疲劳载荷谱的编制	(59)
一、选取典型工况进行统计处理	(60)
二、计算累积频数并绘制累积频数图	(60)
三、合成累积频数曲线的扩展	(60)
四、编制载荷谱	(61)
第四章 确定应力分布和强度分布的方法	(63)
§1 用代数法确定随机变量函数的统计特征	(63)
一、线性函数的统计特征值的求法	(63)
二、正态分布下的统计特征值	(63)
§2 用矩法确定随机变量函数的统计特征值	(64)
一、一维随机变量	(64)
二、多维随机变量	(65)
§3 用蒙特卡罗模拟法确定随机变量函数的分布	(66)
一、概述	(66)
二、蒙特卡罗模拟法求出函数的分布	(66)
三、[0, 1] 区间均匀分布随机数的生成	(67)
四、任意分布随机数的生成	(69)
第五章 机械零件静强度可靠性设计	(73)
§1 应力-强度干涉理论	(73)
§2 可靠度的一般表达式及其计算	(75)
一、根据概率乘法定理计算可靠度	(75)
二、根据两个随机变量差的联合概率密度函数计算可靠度	(76)
§3 不同应力分布和强度分布时可靠度的计算	(77)
一、应力和强度均为正态分布时可靠度的计算	(77)
二、应力和强度均为对数正态分布时可靠度的计算	(79)
三、应力和强度均为指数分布时可靠度的计算	(81)
四、应力为指数(正态)分布和强度为正态(指数)分布时可靠度的计算	(81)
五、应力和强度均为威布尔分布时可靠度的计算	(82)
§4 可靠度的图解计算	(84)
一、图估法的基本原理	(84)
二、图解步骤	(85)
§5 可靠度与安全系数	(87)
一、常规设计中的安全系数与可靠性安全系数	(87)

二、安全系数的统计分析法	(91)
§ 6 可靠度的置信度和置信区间	(97)
一、置信度、置信区间与风险	(97)
二、可靠度的置信度和置信区间	(97)
三、可靠度的单侧置信区间下限 RL_1	(98)
第六章 机械零件疲劳强度可靠性设计与疲劳寿命的可靠性预测	(107)
§ 1 疲劳强度可靠性设计	(107)
一、疲劳曲线	(107)
二、 $P-S-N$ 曲线绘制原理和方法	(109)
三、给定寿命条件下的疲劳强度及其可靠度	(113)
§ 2 疲劳寿命的可靠性预测	(117)
一、等幅交变应力作用下零件的疲劳寿命及可靠度	(118)
二、不稳定变应力作用下零件的疲劳寿命及可靠度	(121)
§ 3 随机疲劳的寿命估计	(126)
一、随机过程的统计特性	(126)
二、随机载荷的统计处理	(126)
三、随机载荷下疲劳寿命估计方法	(126)
第七章 带裂纹零部件的可靠性设计和分析	(134)
§ 1 概述	(134)
一、断裂力学的概念	(134)
二、存在的问题	(135)
三、概率断裂力学(PFM)的内容和方法	(135)
§ 2 概率断裂力学的统计基础	(135)
一、正态分布和对数正态分布下可靠度的计算方法	(135)
二、 K_1 和 K_{1c} 为任意分布时可靠度的计算方法	(136)
三、断裂力学判据中概率方法的引入	(136)
四、概率断裂力学的一般统计基础	(138)
§ 3 带裂纹零部件强度的可靠性设计和分析	(139)
§ 4 带裂纹零部件疲劳寿命的预估	(144)
一、剩余寿命的概念	(144)
二、疲劳裂纹扩展速度	(144)
三、剩余寿命的预估	(146)
第八章 机械零件耐磨性的可靠度计算	(149)
§ 1 磨损的基本规律	(149)
一、磨损简述	(149)
二、磨损的基本规律	(149)
§ 2 给定工作寿命下零件耐磨性的可靠度计算	(152)
§ 3 给定可靠度下零件磨损寿命的计算	(154)
§ 4 齿轮传动磨损过程的可靠性分析	(156)
一、齿轮啮合的磨损	(158)
二、齿轮传动磨损过程的可靠性分析	(157)
三、齿轮传动磨损寿命分布的统计性质	(161)
第九章 机械系统可靠性设计	(165)
§ 1 可靠性预测	(165)
一、元件可靠性预测	(166)
二、系统的可靠性预测	(167)

§ 2 可靠性分配.....	(174)
一、按相对失效概率用代数法分配可靠度.....	(174)
二、用拉格朗日乘数法分配可靠度.....	(177)
三、用动态规划法分配可靠度.....	(179)
第十章 可靠性数据统计分析与编程原理.....	(184)
§ 1 统计分布类型的鉴别方法.....	(184)
一、图解法(相关系数法).....	(184)
二、树叶图法.....	(185)
三、分布函数的偏度和峰度判别法.....	(188)
四、似然比检验法.....	(189)
五、综合判别法.....	(193)
§ 2 统计分布函数和分布参数的估计.....	(194)
一、截尾试验的参数估计.....	(194)
二、密度的求导插值估计.....	(195)
三、基于失效率的威布尔分布的参数估计.....	(196)
§ 3 可靠性数据处理通用软件.....	(197)
一、分布参数的初步估计.....	(198)
二、极大似然方程及其解.....	(198)
三、可靠性数据处理通用软件(RDPS).....	(200)
附表.....	(204)
1. 标准正态分布表.....	(204)
2. t 分布的临界值表.....	(205)
3. χ^2 分布表.....	(206)
4. Γ 函数表.....	(206)
5. 中位秩 $\hat{F}(t_i)$ 值.....	(207)
参考文献.....	(208)

第一章 可靠性概论

§1-1 概 述

一、可靠性问题的重要性

可靠性是产品质量的时间性指标。产品的可靠性水平是一个国家技术队伍的素质、管理以及工业基础水平的重要标志。

可靠性工程是研究与产品故障作斗争的科学技术活动的总体。它要求应用现代科学技术，在人力、物力以及时间允许的条件下，对于产品在全寿命周期内所处条件下的性能，从设计、试制、制造、贮存、运输、使用维护直到报废的方式，作全面考虑、统筹安排，提出技术上和组织上的措施，以便尽量减少系统的故障，或允许部件失效而系统不发生故障，尽量延长无故障工作时间，从而保证系统的效用最优。

从60年代起，在工业发达国家内，由于产品的复杂化和工作环境条件的严酷，对产品的可靠性要求越来越高。可靠性工程技术和管理工作逐步推广应用到许多工业部门，从最复杂的宇宙飞船，到日用的洗衣机、冰箱、复印机和汽车，到细小的可置于人体内的心脏起搏器，都应用了可靠性设计，有明确的可靠性指标。一枚运载火箭由几十万个零（元、器）件组合而成。这样的零（元、器）件非具有高可靠性不可。有时，一个零件的失效可能导致整个系统的故障，造成灾难性的后果。如，1978年，美国大力神Ⅱ导弹试验时，由于一个小弹簧失灵造成大灾难；1982年欧洲发射阿丽亚娜L5火箭时，由于涡轮泵齿轮箱中的一个齿轮润滑不良，导致齿轮间隙变小，造成火箭坠毁；我国1992年初澳星发射故障就是由于在“长二捆”火箭上程序配电器第四、第五触点间，发现有一铝质多余物造成的。

可靠性工程能带来巨大的经济效益。例如日本从美国引进可靠性工程技术之后，在民用工业中应用和推广取得成功。日本的汽车、工程机械、发电设备、彩电、照像机等产品能够畅销全球，在于具有高可靠性。日本由此获得巨额利润。日本人则把可靠性当作“国家兴旺”的大事。美国人曾预言，今后只有那些具有高可靠性指标的产品及其企业，才能在日益激烈的竞争中生存下来。而日本人则断言，今后产品竞争的焦点是可靠性。事实上，随着公司经理们对可靠性作用的觉醒，可靠性越来越多地成为商品广告的内容。因此，可以说可靠性是企业的命脉，企业的兴旺，决定于产品的竞争力，企业丧失竞争力就难以生存。而决定产品竞争力的重要因素是产品的可靠性。

产品的可靠性影响到国家的安全与声誉。例如，1979年3月美国三理岛核电站发生的放射性物质泄漏事故，是由于冷凝器循环泵发生故障和人为因素等造成的。1984年12月美国联合碳化物公司设在印度中央邦首府博帕尔的农药厂，由于地下毒气罐阀门失灵造成了3000人死亡的严重事故。这些事故说明了对机械产品的可靠性进行研究的必要性和重要性。所以，对于重要的大型成套设备如电站、冶金、化工设备等都应进行可靠性、安全性设计及风险评估，并控制其故障率。

我们还可以把可靠性问题提高到节约资源和能源的高度来认识。因为可靠性设计可以得

到体积小、重量轻的产品，降低材料消耗和加工工时。高可靠性的产品可以以一顶二，甚至以一顶十。

总之，在科学和技术迅速发展的今天，产品的可靠性显得尤其突出。国家已把可靠性列为评价产品的重要质量指标，它直接关系到产品研制的成败。产品的可靠性与性能、成本以及研制周期等基本价值目标有着密切的关系。如果在确定价值目标的价值时，忽视了可靠性或在设计和生产中不能保证产品所应有的可靠性，其性能就不能充分地发挥，甚至无实用价值，从而可能造成不可估量的损失，为之付出的一切代价都会丧失，即使应用这种产品，也可能带来不可估量的潜在危害(包括生命安全和政治上的损失)。但是，如果不适当地提出可靠性指标也是不应该的，它会带来技术上的困难，资金和时间的浪费，也会损害其它基本价值目标，从而降低产品的总价值。那么如何控制产品的可靠性呢？这也就是可靠性工程的主要课题。

二、可靠性学科的发展概况

尽管作为产品基本属性的可靠性随着产品的存在而存在，但可靠性工程作为一门独立的工程学科却只有几十年的历史。只有现代的科学技术发展达到一定水平，产品的可靠性才突出为一个不仅影响产品性能，而且影响一个国家经济和安全的重大问题，成为众所瞩目的致力研究的对象。在这种社会需求的强大力量推动下，可靠性工程从概率统计、系统工程、质量控制、生产管理等学科中脱胎而出，成为一门新兴的工程学科。

可靠性工程学科的发展大致可分为下述几个阶段

1. 准备和萌芽阶段

与可靠性工程学科有关的数学理论早就发展起来了。可靠性工程最主要的理论基础——概率论早在17世纪初就逐步确立。另一门主要的基础理论——数理统计学在本世纪30年代也得到了迅速发展。作为与工程实践的结合，除了三四十年代提出的机械维修概率、长途电话强度的概率分布、更新理论、试件疲劳与极限理论的关系外，值得提出的是在1939年瑞典人威布尔为了描述材料的疲劳强度而提出了威布尔分布。该分布后来成为可靠性工程中最常用的分布之一。

最早的可靠性概念来源于航空。现在所用的“可靠性”定义是在1952年美国的一次学术会议上提出来的。早期的系统可靠性理论见于纳粹德国对V₁火箭的研制中。第一个可靠性专业学术组织是1949年美国无线电工程学会成立的可靠性技术组。

2. 兴起和独立阶段

50年代初，可靠性工程在美国兴起。当时，美国的军用电子设备由于失效率很高而面临十分严重的局面，为此，美国国防部下令成立“电子设备可靠性顾问组”即AGREE。该组于1957年提出了著名的AGREE报告《军用电子设备的可靠性》。该报告极为广泛、系统、深入地提出了如何解决产品可靠性问题的一系列办法，成为以后美国一系列军标的基础。这些标准成为世界各国及各世界组织制定有关可靠性技术文件的依据。可以认为，AGREE报告的发表是可靠性工程成为一门独立学科的里程碑。

3. 全面发展阶段

60年代是世界经济发展较快的年代。可靠性工程以美国为先行，带动了其它工业国家，得到了全面、迅速地发展。其主要表现是继续制订、修订了一系列有关可靠性的军标、国标和国际标准，包括可靠性管理、试验、预计、设计、维修等内容；成立了可靠性研究中心；深入地进行了可靠性基础理论、工程方法的研究；开发了加速寿命试验、快速筛选试验这两

种更有效的试验方法；开发了按系统功能和参数预计可靠性和蒙特卡罗模拟法等新的可靠性预计技术；开拓了旨在研究失效机理的可靠性物理这门新学科；发展了失效模式、影响及危害性分析（FMECA）和故障树分析（FTA）两种有效的系统可靠性分析技术；开展了机械可靠性的研究；发展了维修性、人的可靠性和安全性的研究；建立了更有效的数据系统；开设了可靠性教育课程。

4. 深入发展阶段

在全面发展的基础上，可靠性工程不但在处于领先地位的美国和工业较发达的各国得以向纵深发展，而且在发展中国家，如中国和印度也得到了迅速地发展。

在可靠性设计和试验方面，70年代以来，更严格、更符合实际、更有效的设计和试验方法得到了发展和应用。它们是：更严格的简化和降额设计，使产品零件数大大地减少，使用功率大大地降低，因而其可靠性大为提高；发展了计算机辅助可靠性设计，包括复杂电子系统的可靠性预计以及精确的热分析和热设计；研究非电子设备（机械和机电设备）的可靠性设计和可靠性试验；采用组合环境应力试验，如温度——湿度——振动（正弦）试验，以便真实地模拟环境；加速环境应力筛选试验；可靠性增长试验，以及加速寿命试验等。

此外，维修工程由以预防为主的维修思想转变为以可靠性为中心的维修思想。由于电子计算机技术的飞速发展，软件可靠性成为一个重要问题。目前对软件可靠性的研究工作正在迅速发展成一个新的可靠性分支。

我国的可靠性工程研究是从60年代中期开始的，主要在电子、航空、航天、核能、通讯等领域内得到应用。目前，在军工产业、电子产品、机械、建筑行业中的可靠性工作正在向纵深发展。

最后，着重介绍机械产品的可靠性问题。随着电子产品可靠性问题的深入研究和不断解决，机械产品的可靠性设计问题已引起设计人员的广泛重视，并开始在机械设计中应用。

工程设计中应用可靠性概念，始于30年代后期。当时主要用于结构力学中进行工程结构静强度的破坏概率计算。随后，在材料的疲劳破坏理论和强度试验中引入了失效概率概念和概率统计方法，取得了很大的进展。从可靠性设计的观点来看，材料疲劳强度方面的重要成就有：制定了疲劳试验数据的统计处理方法，从而可以作出材料的全概率疲劳曲线；提出了“薄弱环节”强度模型和明确材料疲劳寿命的分布函数；将疲劳过程作为随机过程，说明损伤累积是非线性的；发展了断裂力学的新分支——概率断裂力学。材料疲劳强度方面的成就，为机械零件的强度可靠性设计提供了理论和试验基础。

在通用零件方面，滚动轴承的批量大、工艺成熟，最早引用了可靠性概念，制定了额定寿命的可靠性指标并付诸实用。在齿轮传动方面，一些齿轮强度计算标准（如：AGMA180，ISO/TC60/WG6（199E，200E），ГОСТ21354—75，GB3480—83等）都相继引进了可靠性指标。此外，一些机械设计教科书中，已把应力-强度干涉模型作为一种基本的教学内容，这些都是可靠性技术在机械零、部件设计中的新发展。

随着人们对机械零件失效机理认识的逐步深化，以及对机械零件随机失效规律的初步掌握，在此基础上建立了机械产品的可靠度计算模型。计算模型的建立为机械可靠性设计提供了理论基础，标志着机械可靠性设计已进入实用阶段。随着企业质量管理水平的提高，有关机械零、部件可靠性数据的不断积累和整理，机械可靠性设计将得到更为广泛的应用与重视。

在目前的机械可靠性设计方法中，往往出现不加分析地将电子产品的计算方法用于机器

制造，忽略了那些计算方法仅仅反映了电子产品这个特定对象的特性，诸如：电子元件是批量生产的；更换失效元件方便；在不同的电子设备中采用大量相同的元件；可以大量储备备用元件；工作无故障概率要求很高；可以采用冗余系统等等。对机械零、部件而言，一般不具备电子产品的上述特点，因此，不能机械地照搬电子产品的可靠性理论和试验方法。

§1-2 可靠性定义及其特征指标

一、可靠性的定义

所谓可靠性是指产品在规定的条件下和规定的时间内完成规定功能的能力。

此定义中包含产品、规定的条件、规定的时间以及规定的功能等四个要素，并指明可靠性的特点是产品的一种能力，而不是一种性能。下面分别介绍各要素的含义。

1. 产品

指研究对象是什么？因为不同产品的可靠性可能不同，因此应明确是哪种产品的可靠性，这种产品包括哪些组成部分。有时，某设备的一部分发生故障，但是由于人的控制并不影响完成规定的功能；有时，不是硬件问题，而是由于人或软件差错导致故障。所以，应指出研究对象是否包括人和软件。一般不特别指出，就不包括人和软件。本书中所谓产品是指系统、设备、部件、元器件等任何装配等级上的硬件。

2. 规定的条件

预先规定的产品在其全寿命期内所受的全部外部作用条件。所谓全寿命周期是指产品从设计、生产、运用到退役的全过程。所谓外部作用条件是指环境、运用和维修等条件。

外部条件的各种因素都在其某个范围内随机地变化着，并且互相交织在一起作用于产品。

产品的可靠性受外部条件的影响很大，因此必须在产品设计任务书中明确规定产品所处的条件，不能不予限制。

3. 规定的时间

规定产品完成规定功能的时间。任何产品的可靠性总是随着时间的增长而下降，不同质量的产品下降的速度不同。因此，在提到产品的可靠性高低时，必须同时指出规定的时间是多长的可靠性；否则，就无法用可靠性高低来说明产品的质量。

规定时间的长短依不同产品不同情况而异。对于一般产品可用累计工作时间的长短来表示规定时间。规定时间的单位可以是时间单位如秒、分、小时、日、月、年；也可以是相当于时间的单位，如开关需保证开关多少次无故障，这时用次数作单位；而汽车往往要求行车多少公里无故障，这时的公里数相当于“规定的时间”，用“公里”作单位。

4. 规定的功能——产品的性能指标。

要强调指出，这里所指的完成规定功能，是指完成所有规定功能的能力而不是其中的一部分。在判断产品是否具有完成规定功能的能力时，人们往往有不同的理解，争执不休，因此必须规定明确的故障判据。

最后要指出，产品的可靠性不是产品的性能，而是产品抵抗外部条件的影响而保持完好的能力，是产品质量的时间性指标。任何产品最终都要发生故障，但是，发生故障前的工作时间（即寿命）长短不同，越长说明越可靠。

一个产品的可靠性是由固有可靠性和使用可靠性两部分组成的。固有可靠性是产品早在设计阶段就确定了可靠性指标，并在生产的各阶段得以确立。固有可靠性是产品本身具有

的属性，由生产厂在模拟实际工作条件的标准环境下，进行检测并予以保证的可靠性。但是，产品生产出来后要经过包装、运输、贮存、安装、使用、维护保养、修理诸环节，在这个过程中产品的可靠性会受到种种条件，如环境、技术条件、维修方式的影响，即使一个本来不会失效的产品也可能由于这些环节中的不利因素，如包装不良、运输时的强烈冲击、使用时的错误操作等等造成失效。在这些环节中的可靠性称为使用可靠性。本书只讨论固有可靠性。

二、可靠度函数

1. 可靠度

产品在规定的条件下规定的时间内能完成规定功能的概率叫做产品的可靠度。

可靠度表示一大批产品可靠性的统计特性，不能表示个别或少数产品的可靠性。例如，产品工作到500小时的可靠度是95%，它表示用100个同型产品在规定的条件下在500小时里进行很多次试验，平均每次有95个能成功地完成规定的功能。但是，不能事先肯定某个产品在哪个试验中试验多少时间时发生故障，或不发生故障。

2. 可靠度函数

对于一种产品来说，它在规定的条件和规定功能的情况下，其可靠度是时间的函数。如果产品的寿命 T 大于或等于规定的时间 t ，即 $T \geq t$ ，则产品能完成规定的功能；否则，当 $T < t$ 时，则产品不能完成规定的功能。对于同一水平的产品，若规定的时间 t 越长，其可靠度越低。于是，可靠度随时间的变化可用一单调递减函数表示，记作

$$R(t) = P\{T \geq t\} \quad (1-1)$$

而

$$F(t) = P\{T < t\} \quad (1-1)$$

称作失效（故障）分布函数，或失效概率，或不可靠度。

由于产品在同一时间 t 里不是能完成规定的功能就是不能完成规定的功能，二者是对立事件，因此其概率总和是1。即

$$R(t) + F(t) \equiv 1 \quad (1-2)$$

由此可见，对于任意时刻 t ，只要知道其中之一，就可算出另一个。当然，若已知可靠度函数，就可以求出故障分布函数，即

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (1-3)$$

3. 经验概率

设有同型号的 N_0 （相当大）个产品，从时刻 $t_0 = 0$ 开始试验（使用），到时刻 t 有 N_f 个产品发生故障，余下 N_s 个（幸存数）产品未发生故障。显然， N_f 和 N_s 是时间的函数，记作 $N_f(t)$ 和 $N_s(t)$ 。假定产品发生故障后，没有替换，则

$$N_f(t) + N_s(t) \equiv N_0$$

是常数。

根据概率的定义知，一个随机事件的发生概率可用大量试验中该事件发生的频率来估计。这种概率的估计值叫做经验概率或观测概率。因此，经验可靠度函数可表示为

$$\hat{R}(t) = \frac{N_s(t)}{N_0} \quad (1-4)$$

即在 (t_0, t) 内，产品的经验可靠度等于在时刻 t 能正常工作的产品数（幸存数） $N_s(t)$ 与在开始时刻 t_0 参加试验（使用）的产品数 N_0 之比，它是产品在 (t_0, t) 内能工作的频率。

同样，经验故障分布函数

$$\hat{F}(t) = \frac{N_f(t)}{N_0} \quad (1-5)$$

即在 $[t_0, t)$ 内,产品的经验分布函数等于在时刻 t 前发生故障的产品数 $N_f(t)$ 与在开始时刻 t_0 参加试验的产品数 N_0 之比,它是产品在 $[t_0, t)$ 内发生故障的频率。

只有当 N_0 很大的条件下,频率才等于概率,即

$$\lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_s(t)}{N_0} = R(t) \quad (1-6)$$

$$\lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_f(t)}{N_0} = F(t) \quad (1-7)$$

如果 N_0 很小,用频率代替经验概率就不可信。

通常,假定开始试验时产品都是好的,即 $N_s(0) = N_0$, $N_f(0) = 0$, $R(0) = 1$, $F(0) = 0$ 。随着试验时间的增加,故障数 $N_f(t)$ 递增,幸存数 $N_s(t)$ 递减,且前者的增加数等于后者的减少数。因此,故障分布函数 $F(t)$ 是 t 的递增函数,可靠度函数 $R(t)$ 是 t 的递减函数。在长期试验(使用)中产品最终都要发生故障,因此, $N_f(\infty) = N_0$, $N_s(\infty) = 0$ 。

显然, $R(t)$ 和 $F(t)$ 具有下列性质:

$$R(0) = 1, R(\infty) = 0, 0 \leq R(t) \leq 1,$$

$$F(0) = 0, F(\infty) = 1, 0 \leq F(t) \leq 1,$$

$$R(t) + F(t) \equiv 1.$$

三、失效(故障)密度函数

从可靠度函数或失效分布函数中,不易看出产品发生故障随时间变化的速度,为此引入失效密度函数。

1. 失效密度函数定义

产品在时刻 t 的单位时间里发生故障的概率,叫做产品在时刻 t 的故障密度。故障密度随时间的变化关系,叫做故障(失效)密度函数。可用 $F(t)$ 的导数来计算,即

$$f(t) = F'(t) \quad (1-8)$$

2. 失效密度的计算

(1) 用分布函数计算

依定义 $f(t) = F'(t)$

例如, $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, 则 $f(t) = F'(t) = \lambda e^{-\lambda t}$

(2) 用失效数据作近似计算

如果已知失效数据,则可求出在不同时刻 t 后的时间间隔 Δt 里的失效数 $\Delta N_f(t)$ (如图1-1所示)。于是,可求出每个时间间隔里的平均经验失效密度作为失效密度的估计值。

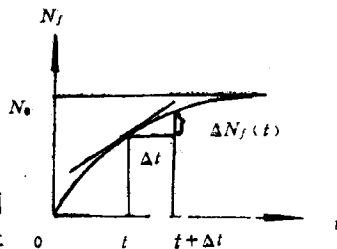


图 1-1

$$\hat{f}(t) = \frac{\Delta N_f(t)}{N_0 \Delta t} = \frac{\Delta F(t)}{\Delta t} \quad (1-9)$$

即经验失效密度 $\hat{f}(t)$ 是在时刻 t 附近(如图1-1所示)的单位时间里发生失效的产品数 $\frac{\Delta N_f(t)}{\Delta t}$ 与投入试验的产品数 N_0 之比。

当然,当 Δt 越小,且 N_0 越大时,经验失效密度函数越趋近于失效密度函数。即

$$\lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{\Delta N_i(t)}{N_0 \Delta t} = \frac{dF(t)}{dt} = f(t)$$

3. 经验失效密度函数直方图

为了分析失效数据的分布，往往需要绘制经验密度函数的直方图。其步骤如下：

(1) 数据排序。将全部失效时间按由小到大排成顺序统计量。

(2) 确定组数。将失效数据的组数分得太多，引起计算量太大；分得太少，又难以看出变化规律，甚至出现严重的失真现象。当数据很多时，可以分为10组以上；在数据少于50个时，可分为5~6组。一般每组的失效数应大于5个。也可以用斯特格经验公式

$$K = 1 + 3.3 \lg N_0$$

来估计组数。

式中 K ——组数；

N_0 ——数据总数。

(3) 划分区间 $[t'_i, t''_i]$ 。这里 t'_i ——第 i 区间的下界； t''_i ——第 i 区间的上界。区间的长度 $\Delta t_i = t''_i - t'_i$ 可以是相等的，也可以不相等。通常，为了简便起见，可取相等区间

$$\Delta t = \Delta t_i = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{K}, \quad i = 1, 2, \dots, K$$

式中 t_{\max} ——最大失效前工作时间；

t_{\min} ——最小失效前工作时间；

K ——组数。

(4) 计算各区间的失效数 ΔN_{i1} ， $i = 1, 2, \dots, K$ 。

(5) 计算各区间的经验失效密度 \hat{f}_i 。

(6) 画出 $t_i - \hat{f}_i$ 直方图。将上述各项结果列成计算表，在 $t - \hat{f}$ 坐标系中以 Δt_i 为宽，以 \hat{f}_i 为高作图，便可得到直方图，如图1-2所示。

从直方图中可很明显地看出失效密度随时间变化的大致情况：集中性和分散性，以及各区间所占的比例大小等等。

如果统计的数据 N_0 很大，可使 K 增大，当 $K \rightarrow \infty$ 时，直方图就变为一条光滑的连续曲线。于是，可得到经验失效密度函数曲线，如图中虚线所示。

4. 失效密度函数与失效分布函数、可靠度函数的关系

依定义可知， $f(t)$ 是在时刻 t 单位时间内发生失效的概率，故在 $[t, t + \Delta t)$ 时间内发生失效的概率为 $f(t)dt$ ，即

$$P(t \leq T < t + dt) = f(t)dt = dF(t)$$

于是

$$F(t) = P(T < t) = \int_0^t f(t)dt \quad (1-10)$$

即失效分布函数 $F(t)$ 的几何意义是在区间 $[0, t)$ 上失效密度 $f(t)$ 曲线下方的面积，如图1-3所示。

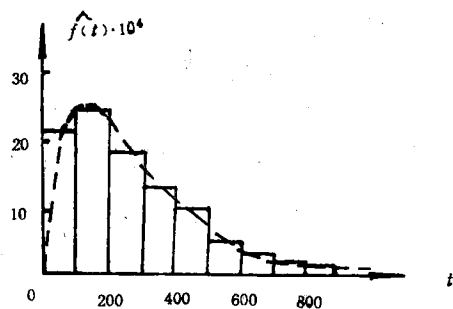


图 1-2

而

$$R(t) = P(T \geq t) = \int_t^{\infty} f(t) dt$$

即可靠度函数 $R(t)$ 的几何意义是在区间 $[t, \infty)$ 上失效密度曲线下面的面积, 如图 1-3 所示。

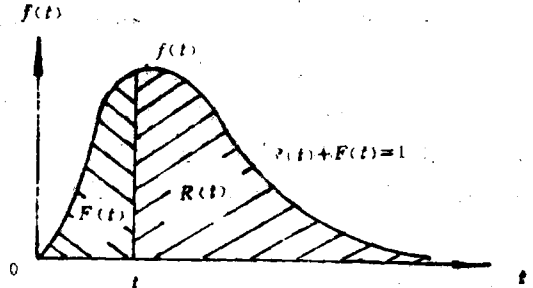


图 1-3

四、失效（故障）率

失效率是产品可靠性特征的重要指标, 对元器件来说, 工厂往往只给这一个指标。常用的失效率有两种: 平均失效率和瞬时失效率。

1. 平均失效率

已正常工作到时刻 t 的产品, 在时刻 t 后平均单位时间内发生的失效数叫做平均失效率。它是时间 t 的函数, 叫做平均失效率函数, 记作 $\bar{h}(t)$ 。其定义式为

$$\bar{h}(t) = \frac{\Delta N_f(t)}{N_s(t) \Delta t} \quad (1-11)$$

或者

$$\bar{h}(t) = \frac{N_s(t) - N_s(t + \Delta t)}{\frac{1}{2} [N_s(t) + N_s(t + \Delta t)] \Delta t} \quad (1-12)$$

式中 $N_s(t)$ —— 在时刻 t 的幸存产品数;

$N_s(t + \Delta t)$ —— 在时刻 $t + \Delta t$ 的幸存产品数;

$\Delta N_f(t)$ —— 在 $[t, t + \Delta t)$ 的时间 Δt 里发生失效的产品数;

$\bar{h}(t)$ —— 在 $[t, t + \Delta t)$ 的时间 Δt 里的平均失效率, 其单位用 1/小时, 或 10^{-5} /小时, 10^{-6} /小时, 10^{-9} /小时等表示。 10^{-9} /小时叫做 1 菲特 (FIT)。

平均失效率可理解为在时间 Δt 内产品的失效数与在时间 Δt 内产品的总工作时间之比。即

$$\bar{h}(t) = \frac{\text{产品在某段时间 } \Delta t \text{ 内的失效数}}{\text{在 } \Delta t \text{ 内的总工作时间}}$$

对不可修的产品来说, 在 $[0, t)$ 内的总工作时间为

$$T = \sum_{i=1}^{N_f} t_i + (N_0 - N_f)t$$

式中 T —— 总工作时间;

t_i —— 第 i 个产品失效前的工作时间;

t —— 试验 (或使用) 的截止时间;

N_0 —— 投入试验 (或使用) 的产品总数;

N_f —— 产品在时间 $[0, t)$ 里发生的失效数。

2. 瞬时失效率

已工作到时刻 t 的产品, 在时刻 t 之后的瞬时平均单位时间发生失效的产品数叫做产品在时刻 t 的瞬时失效率, 简称瞬时失效率, 它是时间的函数, 记作 $h(t)$ 。其定义式为

$$h(t) = \frac{1}{N_i(t)} \frac{dN_i(t)}{dt} \quad (1-13)$$

式中 $N_i(t)$ —— 在时刻 t 的幸存产品数;
 dt —— 在时刻 t 后的很小的一段时间;
 $dN_i(t)$ —— 在时刻 t 后的 dt 时间内, 在幸存产品数 $N_i(t)$ 中发生失效的产品数, $dN_i(t) = N_i(t) - N_i(t+dt)$ 。

瞬时失效率与平均失效率在不同情况下又叫做事故率、危险率、冒险率、失效强度等。

从式 (1-12) 和式 (1-13) 中很容易理解瞬时失效率是当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时平均失效率的极限, 当瞬时失效率是常数时, 二者相等。

比较失效率与失效密度的定义, 很容易看出, 失效率是条件失效密度, 是条件概率, 而失效密度是无条件概率。

3. 失效率与可靠度的关系

可以证明

$$R(t) = \exp \left\{ - \int_0^t h(t) dt \right\}$$

这是一个基本公式, 不论 $h(t)$ 的函数是什么样的, 该式都成立。

当 $h(t) = \lambda$ 是常数时, 即在指数分布时

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

五、寿命

在可靠性工程中, 寿命是指产品从开始使用的时刻到产生失效的时刻之间的工作时间。由于生产、材料、检验、运输、贮存以及使用和维护中的各种原因, 使产品的寿命成为随机变量。通常用平均寿命表示寿命的特征。

1. 平均寿命

所谓平均寿命就是产品寿命的平均值, 或称寿命的数学期望 $E(T)$ 。对不可修产品来说, 平均寿命就是平均失效前工作时间。

(1) 平均失效前时间 MTTF

不可修产品失效前工作时间的数学期望 (均值) 叫做平均失效前工作时间, 或简称平均失效时间, 记作 MTTF。

若已知 N_0 个不可修同型产品的失效前工作时间为 t_1, t_2, \dots, t_{N_0} , 则

$$\overline{t} = \frac{1}{N_0} (t_1 + t_2 + \dots + t_{N_0}) = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i \quad (1-14)$$

式中 \overline{t} —— 平均失效前工作时间, 即 MTTF;

t_i —— 第 i 个产品的失效前工作时间;

N_0 —— 观察的 (试验或使用的) 一批产品数。

若已知产品的失效密度函数 $f(t)$, 则

$$\overline{t} = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (1-15)$$

例如, $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, $\lambda = 2 \times 10^{-5}$ / 小时, 则

$$MTTF = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2 \times 10^{-5}} = 5 \times 10^4 \text{ 小时}$$

(2) 平均寿命的计算公式

以上是按离散型来分析平均寿命的，下面按连续型来分析。

由失效密度求平均寿命

不管是可修产品，还是不可修产品，其平均寿命在理论上的意义都是类似的。下面以不可修产品为例讨论。

如果投入使用或试验的产品数 N_0 比较大，可将 N_0 个观测值按时间间隔分成 K 个组，以每组的组中值 \tilde{t}_i 作为该组中每一个观测值的近似值，则总工作时间就可以用各组的组中值 \tilde{t}_i 与失效数 ΔN_{fi} 的乘积来近似计算，即

$$T = \sum_{i=1}^K \tilde{t}_i \Delta N_{fi}$$

所以平均失效前工作时间为

$$\bar{t} = E(T) = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^K \tilde{t}_i \Delta N_{fi} = \sum_{i=1}^K \frac{\Delta N_{fi}}{N_0} \cdot \tilde{t}_i$$

式中 $N_0 = \sum_{i=1}^K \Delta N_{fi}$ 。由 (1-9) 式，知

$$\frac{\Delta N_{fi}}{N_0} = \hat{f}(t_i) \Delta t$$

$$\therefore E(T) = \sum_{i=1}^K \tilde{t}_i \hat{f}(t_i) \Delta t$$

当分组数愈多，即 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，则上式就为积分所代替，因此得到平均失效前工作时间的表达式为

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (1-16)$$

所以只要知道总体的失效密度，其平均寿命就可由式 (1-16) 求出。

由可靠度函数求平均寿命

可以证明

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad (1-17)$$

由此可见，平均寿命在数值上等于可靠度函数 $R(t)$ 与座标轴之间所包围的面积。

总之，平均寿命只能反映某型产品寿命的平均值，并不表示该产品都能工作到这一时间。对于不同分布的产品，虽然平均寿命相同，但其可靠度变化是不同的。即使是同一分布的产品，如都是正态分布，当均值相同而方差不同时，可靠度变化规律也不同。

2. 可靠寿命

如上所述，可靠度是时间的递减函数。如果知道了可靠度函数 $R(t)$ 的表达式，则给定一个可靠度，就可求出对应着这个可靠度的工作时间。

(1) 可靠寿命