

# 应力强度因子手册

[美] G. C. Sih 著

中南矿冶学院科技情报室

一九八〇年四月·长沙

# 应力强度因子手册

韩 凤 英  
常 振 楫 译  
危 育 蒲  
王 嘉 新 校

## 译者序

本书汇编了各向同性、各向异性与非均质弹性体，以及板壳、复合材料等专门问题在各种情况下的应力强度因子的解答。书中对每一问题的解，除得出解析式外，还以线图或列表示出，并附有完整的参考文献。因此，本手册具有取材广泛、论述简炼、文图并茂，易于查找的特点。它是断裂力学研究领域中的一部重要工具书。

在翻译过程中，我们对原著中的刊误处均尽力作了校正，并且附以译注说明。以供读者验核。

本书的翻译工作，曾得到湖南省机械工程学会和译者所在单位的领导同志的鼓励与关心。杨若华、锺常娥、李吉南、陈志军、周本廉、毛彦平等同志给予我们很多帮助。对此，我们万分感谢。

限于译者水平，加之时间仓促，因此译文中的欠妥和错误之处，在所难免，希望读者批评指正。

译者

1978年4月

## 序

早在1960年，当里海 (Lehigh) 大学力学系 (现已和机械工程系合并) 着手一项关于断裂力学的研究计划时，就开始编写这本应力强度因子手册。在经济上曾得到波音航空公司和国家科学基金的资助。许多教职员和研究生开始将应力强度因子的概念推广到复杂加载情况下的一些结构构件上。复变函数理论和本征函数展开法是基本的分析工具，经好些科学硕士和哲学博士的论文引用过。这方面工作的许多结果已经收集起来，并在1964年作为美国材料试验学会的专门技术刊物 381 号的一章而加以发表。

由于研究人员对计算机越来越感兴趣，努力方向便从纯粹的分析方法转向于数值计算或依靠部分的数值计算，如积分变换、渐近展开等；或为纯数值法，如配置法，有限差分法等。大量的数值计算都可用计算机来进行，它能处理各种各样边界值的裂纹问题。这些问题包括：有限尺寸试件、加筋平板以及许多其他复杂几何形状的裂纹。显然，有经验的分析家，能把求解二维线弹性静力裂纹问题的的工作简化为常规的计算。结果是经大量的刊物累积而成为一门公开的学问。1967年美国材料试验学会 E-24 工作组在断裂力学会议上曾建议：必须汇编有关裂纹问题弹性应力强度因子解答的目录，供在这方面从事研究的人员使用。

最近，已出版了由薛昌明主编的《裂纹问题的分析和解法》(Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems, Noordhoff 国际出版公司，莱顿，荷兰，1973)。该书综合地叙述了用各种数值法和解析法来解决裂纹问题。本书包括的数值法有：求解困难问题的有限元法；映射技术和边界配置法；还有用积分变换和渐近线展开的半解析法和数值法，后者对解某些类型的裂纹问题很方便。本书旨在鼓励研究人员从他们的应用观点出发能用公式表示并解决一些新问题。书中也介绍了一种新理论来预示混合型裂纹问题中的裂纹失稳扩展 (这些问题是超出经典断裂力学理论之外的)。它用上一个称为“应变能密度因子”的参数  $S$  ( $S$  为应力强度因子  $K_1$ 、 $K_2$  及  $K_3$  的函数)，表示成：

$$S = a_{11}K_1^2 + 2a_{12}K_1K_2 + a_{22}K_2^2 + a_{33}K_3^2$$

式中， $a_{ij}$  视下列两个因素而定，即：材料的弹性以及从与裂纹重合的平面上量得的极角。临界值  $S_c$  是材料断裂韧性的一个度量。注意，有关应力强度因子  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  的认识仍然是分析混合型裂纹问题的必备条件。M·K·Kassir 博士和我正在合写一本关于三维裂纹

问题的书，书中将提出裂纹问题的一个新的选择。

也必须提出，裂纹问题的数学分析与连续位错的数学分析密切相关。事实上， $D_x$ 、 $D_y$  与  $D_z$  三个位错密度可分别从  $K_1$ 、 $K_2$  及  $K_3$  直接求得。Barenblatt 理论中的内聚模量也可自应力强度因子得出。在破坏理论中， $K_1$ 、 $K_2$  及  $K_3$  三个因子的确占有重要的地位。

本手册的目的在于汇编各种问题的应力强度因子解答的一份目录。对每个问题均作出清楚的说明并以曲线图形式加以解释，以便使用者不费多大功夫就能摘引出所需的资料。而且还列出了完整的一套参考文献，以供那些想了解分析详情的人们查对。每节里面还简略地介绍了引入  $K_1$ 、 $K_2$  及  $K_3$  的各种解法。两卷集的第一卷里，含有各向同性弹性体内的直裂纹和圆形裂纹的解。令人抱歉的是，对于我尚未看到著作的那些作者们，希望他们能主动和本人联系，以便将来将他们的结果一并收入。至于板壳、复合材料以及其他专门问题的裂纹问题（如带裂纹体的动力加载之类的结果），都在第二卷里予以报导。

G.C. Sih

于美国宾州伯利恒里海大学 1973

# 目 录

卷一、导论 经典概念与应变能量密度理论.....	( 1 )
第一章 平面裂纹的扩展问题.....	( 16 )
1.1 解析法介绍 .....	( 16 )
1.1.1 平面应变和广义平面应力 .....	( 16 )
1.1.2 应力集中系数 .....	( 17 )
1.1.3 复变函数法 .....	( 18 )
1.1.4 保角映射法 .....	( 19 )
1.1.5 匹配奇异性 .....	( 19 )
1.1.6 <i>Green</i> 函数 .....	( 21 )
1.1.7 <i>Riemann—Hilber</i> 问题 .....	( 22 )
1.1.8 <i>Wiener—Hopf</i> 法 .....	( 23 )
1.1.9 奇异积分方程 <i>Cauchy</i> 核, 连续位错.....	( 25 )
1.1.10 重积分方程 .....	( 26 )
1.1.11 渐近线逼近法 .....	( 27 )
1.1.12 交替法 .....	( 28 )
1.1.13 边界配置法 .....	( 30 )
1.1.14 有限元法 .....	( 31 )
1.2 无限边界 .....	( 33 )
1.2.1 中心裂纹 .....	( 33 )
1.2.1-1 在无穷远处受均匀正应力和剪应力作用的带裂纹 的无限板 .....	( 33 )
1.2.1-2 在无限板内一条斜裂纹的单轴扩张 .....	( 33 )
1.2.1-3 受自重作用的悬挂的带裂纹体 .....	( 33 )
1.2.1-4 在裂纹面上受集中法向力和集中切向力作用 .....	( 34 )
1.2.1-5 作用在裂纹表面上的多个集中法向力 .....	( 34 )
1.2.1-6 在带裂纹板中的任意点上作用有集中力和集中力偶 .....	( 34 )
1.2.1-7 有限长裂纹部分长度上的自相平衡的法向牵引力 .....	( 35 )
1.2.1-8 在裂纹上表面的一段上, 受到均匀正应力和剪应 力的作用 .....	( 35 )
1.2.1-9 作用在裂纹表面的任意牵引力 .....	( 36 )
1.2.1-10 物体受有限宽楔体作用的开裂问题 .....	( 36 )

1.2.2	多个中心裂纹 .....	( 37 )
1.2.2-1	受到均匀正应力作用的十字形裂纹 .....	( 37 )
1.2.2-2	受压星形裂纹 .....	( 37 )
1.2.3	摆线 .....	( 37 )
1.2.3-1	四尖内圆摆线的单轴扩张 .....	( 37 )
1.2.3-2	三尖内圆摆线的单轴扩张 .....	( 38 )
1.2.4	圆弧裂纹 .....	( 38 )
1.2.4-1	圆弧形裂纹的均匀扩张 .....	( 38 )
1.2.4-2	圆弧形裂纹的单轴拉伸 .....	( 38 )
1.2.5	共线裂纹 .....	( 39 )
1.2.5-1	受拉的两条不等长共线裂纹 .....	( 39 )
1.2.5-2	受均匀拉伸的两条不等长的共线裂纹 .....	( 40 )
1.2.5-3	受到均匀剪切的二条不等长共线的裂纹 .....	( 41 )
1.2.5-4	裂纹面上受任意集中力作用的两条共线的有限裂纹 .....	( 41 )
1.2.5-5	三条呈对称布置的共线裂纹的扩张 .....	( 43 )
1.2.5-6	受均匀拉伸和剪切作用的, 无数列等间距共线裂纹 .....	( 44 )
1.2.5-7	一系列等长共线裂纹 .....	( 44 )
1.2.5-8	受到集中力的无数列等距的共线裂纹 .....	( 45 )
1.2.5-9	一系列偏心设置的共线裂纹 .....	( 45 )
1.2.6	平行裂纹 .....	( 46 )
1.2.6-1	一对偏心的平行裂纹 .....	( 46 )
1.2.6-2	受到剪切作用的一对偏心平行裂纹 .....	( 46 )
1.2.6-3	一系列平行裂纹的均匀面内剪切 .....	( 47 )
1.2.7	一对斜裂纹 .....	( 48 )
1.2.7-1	一对互成倾斜的等长裂纹沿 X 轴方向单向伸长 .....	( 48 )
1.2.7-2	一对互成倾斜的等长裂纹沿 Y 轴方向单向伸长 .....	( 49 )
1.2.8	放射的或接近切口的裂纹 .....	( 50 )
1.2.8-1	自一圆孔放射的径向裂纹 .....	( 50 )
1.2.8-2	从一受内压力作用的圆孔放射的一对径向裂纹 .....	( 52 )
1.2.8-3	从一椭圆孔放射的裂纹 .....	( 53 )
1.2.8-4	从一矩形切口放射的裂纹 .....	( 54 )
1.2.8-5	与一圆孔邻近的裂纹 .....	( 56 )
1.2.8-6	与两个圆孔邻近的裂纹 .....	( 57 )
1.2.8-7	与两圆孔中心连线呈垂直的裂纹 .....	( 58 )
1.2.9	半无限裂纹 .....	( 59 )
1.2.9-1	受到集中力作用的半无限裂纹 .....	( 59 )
1.2.9-2	半无限裂纹的一部分上的自相平衡的法向牵引力 .....	( 59 )
1.2.9-3	一物体受半无限长楔块作用的开裂 .....	( 60 )
1.2.9-4	由任一外形楔块所产生的裂纹 .....	( 60 )

1.2.9-5	具有无数列半无限平行裂纹的无限平面	( 60 )
1.2.10	两条共线的半无限裂纹	( 61 )
1.2.10-1	受有任意集中力作用的两条共线半无限裂纹	( 61 )
1.2.10-2	受到合力和合力矩作用的两条共线半无限裂纹	( 61 )
1.3	半无限边界	( 62 )
1.3.1	边裂纹	( 62 )
1.3.1-1	半无限薄板(半平面)的边裂纹	( 62 )
1.3.1-2	受线性拉应力作用的半无限平面的边裂纹	( 63 )
1.3.1-3	半无限平面中受局部加载的边裂纹	( 63 )
1.3.1-4	半无限平面中受集中力作用的边裂纹	( 63 )
1.3.1-5	半无限平面中受非线性分布应力作用的边裂纹	( 64 )
1.3.1-6	半平面中的平行边裂纹	( 64 )
1.3.2	半无限裂纹	( 66 )
1.3.2-1	接近自由边界的半无限裂纹	( 66 )
1.4	有限宽板条	( 66 )
1.4.1	半无限裂纹	( 66 )
1.4.1-1	用端力张开的带裂纹的有限长板条	( 66 )
1.4.1-2	以端力偶张开带半无限裂纹的无限板条	( 66 )
1.4.1-3	有限板条的开裂	( 67 )
1.4.1-4	具有一半无限裂纹的可移动的无限板条	( 67 )
1.4.2	边裂纹	( 67 )
1.4.2-1	受拉的单边裂纹板	( 67 )
1.4.2-2	有一单边裂纹的有限宽板条	( 68 )
1.4.2-3	受拉力作用的双边开裂板	( 69 )
1.4.2-4	具有对称边裂纹的有限宽板条	( 69 )
1.4.3	中心裂纹	( 70 )
1.4.3-1	受均匀拉力作用的中心裂纹板	( 70 )
1.4.3-2	有一中心裂纹的有限宽板条	( 70 )
1.4.3-3	有一偏心裂纹的无限板条	( 71 )
1.4.3-4	无数个平行裂纹的板条	( 72 )
1.4.3-5	带有平行于板条边的裂纹的有限宽板条	( 73 )
1.4.3-6	有一对共面裂纹的有限宽板条	( 74 )
1.4.3-7	两边固紧的有限宽板条	( 75 )
1.5	矩形板	( 76 )
1.5.1	边裂纹	( 76 )
1.5.1-1	紧凑裂纹线试件	( 76 )
1.5.1-2	矩形板中的单边裂纹	( 77 )
1.5.1-3	板端受到旋转的矩形薄板中的单边裂纹	( 78 )
1.5.2	中心裂纹	( 79 )



1.5.2-1	受集中力作用的带中心裂纹的矩形板	( 79 )
1.5.3	从切口放射的裂纹	( 80 )
1.5.3-1	从矩形板内圆孔放射的径向裂纹	( 80 )
1.6	圆盘	( 81 )
1.6.1	中心裂纹	( 81 )
1.6.1-1	有一受均匀外部拉伸的带中心裂纹的圆盘	( 81 )
1.7	梁	( 82 )
1.7.1	边裂纹	( 82 )
1.7.1-1	单边裂纹的弯曲试件	( 82 )
1.8	双合材料平面	( 83 )
1.8.1	界面裂纹	( 83 )
1.8.1-1	带界面裂纹的双合材料体的均匀拉伸和剪切	( 83 )
1.8.1-2	不同类材料内的界面裂纹上的等值反向集中力	( 84 )
1.8.1-3	作用在两个不同介质间的裂纹表面上的集中力	( 84 )
1.8.1-4	有一界面裂纹的双合材料体内部点上的集中力	( 85 )
1.8.1-5	不同介质中的无数列共线裂纹	( 85 )
1.8.2	半无限界面裂纹	( 86 )
1.8.2-1	不同类介质中半无限裂纹上的集中力	( 86 )
1.8.2-2	不同介质中的两条半无限裂纹	( 87 )
1.9	参考文献	( 87 )
<b>第二章</b>	<b>面外裂纹问题</b>	( 91 )
2.1	基本方程及其解法	( 91 )
2.1.1	纵向剪切	( 91 )
2.1.2	扭转	( 92 )
2.1.3	弯曲	( 93 )
2.1.4	一般弯曲	( 94 )
2.1.5	多项式映射	( 97 )
2.1.6	<i>Schwartz-Christoffel</i> 映射	( 98 )
2.1.7	特征函数展开式	( 100 )
2.1.8	双重级数	( 101 )
2.1.9	双重积分方程	( 102 )
2.1.10	奇异积分方程	( 103 )
2.1.11	<i>Wiener-Hopf</i> 法	( 104 )
2.2	无限边界	( 106 )
2.2.1	中心裂纹	( 106 )
2.2.1-1	均匀纵向剪应力场中的有限裂纹	( 106 )
2.2.1-2	在裂纹表面上, 具有任意分布剪应力的有限裂纹上的 等值反向集中的面外剪力	( 106 )
2.2.1-3	受纵向剪切作用的有限长弯头裂纹	( 107 )

2.2.2	多个中心裂纹(删)	(107)
2.2.3	内摆线	(107)
2.2.3-1	受到纵向剪切作用的一个四尖内摆线	(107)
2.2.4	圆弧裂纹	(108)
2.2.4-1	圆弧裂纹的纵向剪切	(108)
2.2.5	共线裂纹	(108)
2.2.5-1	纵向剪切作用下的三条共线裂纹	(108)
2.2.5-2	一系列等长共线裂纹	(109)
2.2.6	平行裂纹	(110)
2.2.6-1	一对偏心的平行裂纹	(110)
2.2.7	放射的或接近切口的裂纹	(110)
2.2.7-1	受纵向剪切作用的, 自圆孔扩张的两个相对的径向裂纹	(110)
2.2.7-2	靠近两个圆孔或椭圆孔的裂纹	(111)
2.3	半无限边界	(112)
2.3.1	边裂纹	(112)
2.3.1-1	有一条由集中面外剪力张开的斜裂纹的半平面	(112)
2.3.1-2	受面外集中剪力作用的, 尖端有一裂纹的楔块	(112)
2.3.1-3	有一条由面外剪力张开的外裂纹的抛物线状杆	(112)
2.4	有限宽板条	(113)
2.4.1	半无限裂纹	(113)
2.4.1-1	受纵向剪切作用的板条中的半无限裂纹	(113)
2.4.1-2	板条上的半无限裂纹的一段上的均匀面外剪切	(113)
2.4.1-3	含半无限裂纹板条的面外位移	(113)
2.4.2	边裂纹	(114)
2.4.2-1	受到均匀纵向剪应力作用的边裂纹板条	(114)
2.4.2-2	在受集中纵向剪力作用的板条中的边裂纹	(114)
2.5	梁	(115)
2.5.1	矩形截面	(115)
2.5.1-1	有一共线边裂纹的矩形梁	(115)
2.5.1-2	受到纵向剪切、弯曲和扭转作用的矩形梁的单边裂纹	(115)
2.5.2	圆截面	(118)
2.5.2-1	在面外剪力作用下的圆杆中的径向裂纹	(118)
2.5.2-2	受到弯曲载荷作用的, 有一径向裂纹的圆柱杆	(118)
2.5.2-3	具有一径向裂纹的圆柱杆受到转矩作用	(118)
2.5.2-4	有一局部径向裂纹的圆柱杆	(119)
2.5.2-5	有一对外共线裂纹的圆杆	(119)
2.5.2-6	有一对任意深度的外共线裂纹的圆柱杆	(120)
2.5.2-7	有一中心裂纹的圆柱杆	(121)
2.5.3	椭圆截面	(121)

2.5.3-1	有一条外裂纹的椭圆杆 .....	(121)
2.5.3-2	有一条外裂纹的椭圆杆 .....	(122)
2.5.3-3	有两条外共线裂纹的椭圆杆 .....	(122)
2.5.3-4	有中心裂纹的椭圆杆 .....	(123)
2.5.3-5	有一条外裂纹的半椭圆杆 .....	(123)
2.6	参考文献 .....	(123)
<b>第三章</b>	<b>三维裂纹问题</b> .....	<b>(125)</b>
3.1	三维应力分析 .....	(125)
3.1.1	圆片状裂纹 .....	(125)
3.1.2	椭圆裂纹 .....	(128)
3.2	无限边界 .....	(132)
3.2.1	中心圆片状裂纹 .....	(132)
3.2.1-1	圆片状裂纹的拉伸和剪切 .....	(132)
3.2.1-2	圆片状裂纹的对称加载 .....	(132)
3.2.1-3	受到扭力作用的圆片状裂纹 .....	(133)
3.2.1-4	圆片状裂纹的任意剪切 .....	(133)
3.2.1-5	在圆面积上受到均匀剪力作用的圆片状裂纹 .....	(134)
3.2.1-6	圆片状裂纹的圆面积上的均匀载荷 .....	(134)
3.2.1-7	受到集中同心圆环载荷作用的圆片状裂纹 .....	(134)
3.2.1-8	受到等值反向的集中载荷作用的圆片状裂纹 .....	(135)
3.2.1-9	在垂直轴的一点上受到集中力作用的圆片状裂纹 .....	(135)
3.2.1-10	在垂直轴上受到等值反向集中力作用的圆片状裂纹 .....	(136)
3.2.1-11	在垂直轴上, 受到两个不等的集中力作用的圆片状裂纹 .....	(136)
3.2.1-12	受到垂直于裂纹表面的一对集中力作用的圆片状裂纹 .....	(137)
3.2.1-13	受到一对径向集中力作用的圆片状裂纹 .....	(138)
3.2.1-14	受到一对切向集中力作用的圆片状裂纹 .....	(139)
3.2.2	平行圆片状裂纹 .....	(140)
3.2.2-1	受到均匀拉力作用的两条平行的圆片状裂纹 .....	(140)
3.2.3	中心环状裂纹 .....	(140)
3.2.3-1	受到均匀拉伸作用的内嵌环状裂纹 .....	(140)
3.2.4	中心椭圆裂纹 .....	(141)
3.2.4-1	在均匀拉伸和剪切作用下的内椭圆裂纹 .....	(141)
3.2.5	外圆片状裂纹 .....	(142)
3.2.5-1	受到合力和合力矩作用的外圆片状裂纹 .....	(142)
3.2.5-2	外圆片状裂纹 .....	(142)
3.2.5-3	受到集中的环形载荷的外圆片状裂纹 .....	(143)
3.2.5-4	受到径向衰减张力作用的圆片状裂纹 .....	(143)
3.2.5-5	受到扭力作用的外圆片状裂纹 .....	(143)
3.2.5-6	在垂直轴的一点上, 受到集中力作用的外圆片状裂纹 .....	(144)

3.2.5-7	垂直轴上, 受到等值反向的集中力作用的外圆片状裂纹	(145)
3.2.5-8	位于垂直轴上, 受到两个不等值集中力作用的外圆片状裂纹	(145)
3.2.5-9	裂纹表面上受到集中的法向力作用的外圆片状裂纹	(146)
3.2.5-10	受到一对集中径向力作用的外圆片状裂纹	(147)
3.2.6	外椭圆裂纹	(148)
3.2.6-1	外椭圆裂纹的拉伸和剪切	(148)
3.2.7	半无限裂纹(三维)	(148)
3.2.7-1	受到集中法向力和剪力作用的半无限平面裂纹	(148)
3.3	梁与杆	(149)
3.3.1	圆片状裂纹(内部或外部)	(149)
3.3.1-1	受纯弯曲作用梁的圆片状裂纹	(149)
3.3.1-2	含一圆片状裂纹的圆柱杆	(150)
3.3.1-3	具有一环状边裂纹的圆柱杆	(150)
3.3.2	边缺口	(151)
3.3.2-1	具有周边裂纹缺口的圆柱杆	(151)
3.4	参考文献	(152)
<b>第四章</b>	<b>热弹性裂纹问题</b>	(153)
4.1	热弹性方程	(153)
4.1.1	二维问题	(153)
4.1.2	热应力奇异性	(153)
4.1.3	轴对称问题	(155)
4.2	无限边界	(158)
4.2.1	中心线裂纹	(158)
4.2.1-1	规定在线裂纹上的均匀温度	(158)
4.2.1-2	受绝热裂纹所干扰的均匀热流	(158)
4.2.2	中心圆片状裂纹	(158)
4.2.2-1	圆片状裂纹上的均匀温度	(158)
4.2.2-2	圆片状裂纹上的热流	(159)
4.2.2-3	绝热圆片状裂纹	(160)
4.2.2-4	具有常温的两个平行圆片状裂纹	(160)
4.2.2-5	两个平行绝热圆片状裂纹周围的热流	(161)
4.2.3	外部圆片状裂纹	(161)
4.2.3-1	外部圆片状裂纹在环形面积上的加热	(161)
4.2.4	外部椭圆裂纹	(162)
4.2.4-1	作用在扁椭圆裂纹表面上的均匀温度	(162)
4.3	参考文献	(163)
<b>第五章</b>	<b>各向异性和非均质性</b>	(164)
5.1	理论研究	(164)

5.1.1	直线各向异性	(164)
5.1.2	极各向异性	(166)
5.1.3	横向各向同性材料	(167)
5.1.4	非均质性	(170)
5.2	极正交各向异性材料	(173)
5.2.1	圆片状裂纹	(173)
5.2.1-1	受扭转作用的三层复合体中间层里的圆片状裂纹	(173)
5.2.1-2	受扭转作用的四层复合体界面上的圆片状裂纹	(173)
5.2.2	径向裂纹	(175)
5.2.2-1	受到纵向位移的极正交各向异性圆杆中的径向裂纹	(175)
5.3	横向各向同性介质	(176)
5.3.1	无限边界	(176)
5.3.1-1	横向各向同性介质中的两个等长共面裂纹	(176)
5.3.1-2	受均匀拉伸作用的横向各向同性体内的椭圆裂纹	(177)
5.3.1-3	受均匀剪应力作用的椭圆裂纹	(177)
5.3.1-4	在线性变化剪应力作用下的椭圆裂纹	(178)
5.3.1-5	受表面位移作用的椭圆裂纹	(179)
5.3.1-6	受均匀拉伸作用的含圆片状裂纹的夹心板	(179)
5.3.2	有限宽的板条	(180)
5.3.2-1	均匀压缩作用下的横向各向同性板条中的有限裂纹	(180)
5.3.2-2	具有固定边的横向各向同性板条内的有限裂纹	(181)
5.4	正交各向异性材料	(181)
5.4.1	无限边界	(181)
5.4.1-1	位于正交各向异性材料裂纹上的集中力	(181)
5.4.2	有限边界	(182)
5.4.2-1	正交各向异性矩形薄板平面内的中心裂纹	(182)
5.4.2-2	具有加边的含裂纹正交各向异性板条	(184)
5.4.3	层状介质	(186)
5.4.3-1	三层复合体的纵向剪切	(186)
5.4.3-2	在面外剪切作用下, 四层复合体界面上的裂纹	(186)
5.5	非均匀介质	(189)
5.5.1	层状介质	(189)
5.5.1-1	在纵向剪切作用下, 有一裂纹的三层复合体	(189)
5.5.1-2	受纵向剪切作用的四层复合体界面上的裂纹	(189)
5.5.1-3	受均匀拉伸和剪切作用的含裂纹夹心层	(190)
5.5.1-4	有一垂直界面的裂纹的夹心层	(194)
5.5.1-5	在转矩作用下, 三层复合体内的圆片状裂纹	(195)
5.5.1-6	受转矩作用的四层复合体的界面上的圆片状裂纹	(196)
5.5.1-7	具有贯穿板厚裂纹的三层夹层板	(196)

5.5.2	两个结合的半空间 .....	(199)
5.5.2-1	具有贯穿界面裂纹的两个结合的半平面 .....	(199)
5.5.2-2	在两种不同材料之间的圆片状裂纹 .....	(200)
5.5.3	圆形夹杂 .....	(201)
5.5.3-1	具有受均匀拉伸作用的裂纹的夹杂 .....	(201)
5.5.3-2	受均匀拉伸作用的完全裂纹的夹杂 .....	(202)
5.5.3-3	在均匀拉伸作用下, 有一终止于界面上的裂纹的弹性夹杂 .....	(203)
5.5.3-4	在均匀拉伸作用下, 不同材料结合体的圆形裂纹 .....	(204)
5.5.3-5	具有中心裂纹和二角夹杂的无限板条 .....	(205)
5.6	参考文献 .....	(206)
<b>第六章</b>	<b>平板的弯曲和拉伸</b> .....	<b>(208)</b>
6.1	平板理论 .....	(208)
6.1.1	Kirchhoff 理论 .....	(208)
6.1.2	Reissner 方程 .....	(211)
6.1.3	Goldenweizer 法 .....	(213)
6.1.4	Hartranft 和 Sih 的理论 .....	(214)
6.2	经典理论 .....	(217)
6.2.1	匀质板 .....	(217)
6.2.1-1	受均匀弯曲的含裂纹板 .....	(217)
6.2.1-2	含裂纹板在任意方向上的弯曲 .....	(217)
6.2.1-3	含裂纹板的双轴弯曲 .....	(218)
6.2.1-4	受均匀扭矩作用的含裂纹板 .....	(218)
6.2.1-5	含裂纹板的双轴扭转 .....	(218)
6.2.1-6	承受均匀剪力的含裂纹板 .....	(219)
6.2.1-7	受集中力偶作用的含裂纹板 .....	(219)
6.2.1-8	承受一对集中力偶作用的含裂纹板 .....	(220)
6.2.1-9	一部分裂纹表面上受有均匀力偶的含裂纹板 .....	(220)
6.2.1-10	承受任意载荷的含裂纹板 .....	(220)
6.2.1-11	承受均匀热梯度的含裂纹板 .....	(221)
6.2.2	非匀质板 .....	(221)
6.2.2-1	沿两板结合线的有限裂纹受集中力偶作用 .....	(221)
6.2.2-2	沿不同材料的两板结合线的有限裂纹受弯曲作用 .....	(222)
6.2.2-3	承受弯曲的一排等长共线裂纹 .....	(223)
6.2.2-4	受弯曲作用的双材料板内的圆弧裂纹 .....	(224)
6.3	Reissner 平板理论 .....	(225)
6.3.1	均质板 .....	(225)
6.3.1-1	含裂纹板的均匀弯曲 .....	(225)

6.3.1-2	含有两半无限裂纹板的弯曲	( 225 )
6.3.1-3	均匀扭转的含裂纹板	( 226 )
6.4	Goldenweizer 平板理论	( 227 )
6.4.1	均质板	( 227 )
6.4.1-1	应力沿板厚任意分布的含裂纹板的弯曲	( 227 )
6.5	Hartranft 和 Sih 的平板理论	( 228 )
6.5.1	均质板	( 228 )
6.5.1-1	受拉力作用的含裂纹板	( 228 )
6.6	加肋板	( 229 )
6.6.1	焊接肋条或平板 (均质或非均质)	( 229 )
6.6.1-1	受拉伸作用的含裂纹加肋板条	( 229 )
6.6.1-2	受均匀拉伸作用的用肋条加固的含裂纹板	( 232 )
6.6.1-3	承受均匀拉伸的靠近两半平面边界的一条裂纹	( 233 )
6.6.1-4	受拉伸作用的含裂纹板	( 234 )
6.6.2	铆接加肋	( 235 )
6.6.2-1	承受均匀拉伸铆接加肋的含裂纹板	( 235 )
6.7	参考文献	( 236 )
<b>第七章</b>	<b>壳内裂纹</b>	( 239 )
7.1	壳体理论	( 237 )
7.1.1	经典的壳体方程	( 237 )
7.1.2	剪变形理论	( 241 )
7.2	经典理论	( 244 )
7.2.1	圆柱壳	( 244 )
7.2.1-1	承受均匀压力的带纵向裂纹的圆柱壳	( 244 )
7.2.1-2	承受弯曲轴向裂纹的圆柱壳	( 245 )
7.2.1-3	承受扭转带向裂纹的圆柱壳	( 246 )
7.2.2	球壳	( 247 )
7.2.2-1	承受拉伸载荷的带裂纹球壳	( 247 )
7.2.2-2	承受弯曲的带裂纹球壳	( 248 )
7.3	剪变形理论	( 249 )
7.3.1	球壳	( 249 )
7.3.1-1	承受均匀拉力的带裂纹球壳	( 249 )
7.3.1-2	承受弯曲的带裂纹球壳	( 251 )
7.3.1-3	承受弯曲与拉伸组合的带裂纹球壳	( 253 )
7.4	参考文献	( 254 )
<b>第八章</b>	<b>动态裂纹扩展</b>	( 255 )
8.1	弹性动力学中的裂纹问题	( 255 )
8.1.1	动力场方程	( 255 )
8.1.2	静力加载下的动裂纹	( 257 )

8.1.3	弹性波所浸入的静态裂纹 .....	(264)
8.1.4	冲击加载 .....	(269)
8.1.5	运动裂纹散射的弹性波 .....	(275)
8.2	静载下的运动裂纹 .....	(278)
8.2.1	无限边界 .....	(278)
8.2.1-1	承受均匀纵向剪应力的半无限运动裂纹 .....	(278)
8.2.1-2	承受集中纵向剪力的半无限运动裂纹 .....	(278)
8.2.1-3	承受均匀拉力的有限运动裂纹 .....	(278)
8.2.1-4	承受均匀拉力的有限运动裂纹 .....	(279)
8.2.1-5	承受纵向剪力的有限运动裂纹 .....	(280)
8.2.2	有限宽板条 .....	(280)
8.2.2-1	承受面外位移的一有限板条内半无限运动裂纹 .....	(280)
8.2.2-2	承受均匀纵向剪切在一有限板条内的半无限运动裂纹 .....	(280)
8.2.2-3	承受集中面外剪力在一有限板条内的半无限运动裂纹 .....	(281)
8.2.2-4	承受均匀拉伸应力的有限运动裂纹 .....	(282)
8.2.2-5	承受均匀拉伸的有限运动裂纹 .....	(282)
8.3	承受弹性波的静态裂纹 .....	(283)
8.3.1	无限边界 .....	(283)
8.3.1-1	承受压力波的半无限裂纹 .....	(283)
8.3.1-2	承受垂直偏振剪切波的半无限裂纹 .....	(285)
8.3.1-3	受剪切谐波的半无限裂纹 .....	(286)
8.3.1-4	平面压力谐波射向有限裂纹 .....	(286)
8.3.1-5	垂直偏振剪切波射向一有限裂纹 .....	(287)
8.3.1-6	承受面外剪切波的有限裂纹 .....	(287)
8.3.2	圆片状裂纹 .....	(288)
8.3.2-1	承受法向压力波的一圆片状裂纹 .....	(288)
8.3.2-2	承受径向剪切波的一圆片状裂纹 .....	(290)
8.3.2-3	承受扭振的一圆片状裂纹 .....	(291)
8.3.3	板 .....	(292)
8.3.3-1	受挠曲波的带裂纹板 .....	(292)
8.4	承受弹性波的动力裂纹 .....	(293)
8.4.1	无限边界 .....	(293)
8.4.1-1	承受压力波的半无限动力裂纹 .....	(293)
8.4.1-2	承受剪切波的一个半无限动力裂纹 .....	(295)
8.4.1-3	承受压力波的一条动力裂纹 .....	(296)
8.4.1-4	承受面外剪切波的一条动力裂纹 .....	(298)
8.5	承受冲击载荷的静态裂纹 .....	(299)
8.5.1	无限边界 .....	(299)
8.5.1-1	承受突加面外剪应力的有限裂纹 .....	(299)
8.5.1-2	承受突加拉应力和剪应力的一块无限长带裂纹平板 .....	(299)
8.5.2	圆片状裂纹 .....	(301)
8.5.2-1	承受冲击波的一条圆片状裂纹 .....	(301)
8.5.2-2	突加扭力的一条圆片状裂纹 .....	(301)
8.5.3	板 .....	(302)
8.5.3-1	承受突加弯矩的带裂纹板 .....	(302)
8.6	参考文献 .....	(303)



# 卷一 引言

## 经典概念与应变能量密度理论

### I. 概 述

工程结构设计中要考虑两个重要项目：第一项是对问题作应力分析，以便了解结构物各点上应力和应变的大小和方向；另一项是对结构物的每一构件所决定使用的材料种类，选择一个破坏准则。传统的方法是将结构构件的横截面积设计得使所受应力保持在材料的屈服强度以内。如果材料没有怎样大的机械缺陷，对于低强度和中强度的合金，这种方法是合用的。现在，普遍地认识到通用的设计准则已经不适合于描述高强度合金的破坏，因为这类材料对原先就存在的伤痕或机械缺陷来得特别敏感。

虽则应力集中的概念在计算孔、切口、卷角边以及其他几何不连续类型附近的应力当中已经有所认识，但是，这个所谓“应力集中系数”本身并不是一个破断准则。这个系数只表示了局部应力比作用应力增大的倍数。对于尖锐的裂纹，从数学上说，裂纹尖端处的应力集中很高，且在极限时变为无穷大。这个结果对采用传统破断准则的设计人员显然是毫无用处的，因为裂纹尖端的应力在数值上经常比屈服应力大许多倍，然而不是所有的裂纹都会导致危险。估算含裂纹部件的剩余寿命需要一种新的训练，而通用的破断理论却没有包含这个内容。实际上，许多结构物是由于出现裂纹的失稳扩展而破断的，其正应力水平较之材料的屈服强度为甚小。这类破断表明，机械缺陷对结构物的承载能力有很大的影响。问题的发生在于：无论是在制造过程中，或是在结构物使用期间内，许多这些缺陷都无法精密地检测出来。

显然，许多工程材料不可避免地存在着机械缺陷，它们将导致应力重新分布，这在予估破断的载荷时必须加以考虑的。断裂力学的经典理论将回答这里提到的某些问题，因为它提供一个更加精密的分析，包括了裂纹存在使材料的强度有所削弱在内。

### II. 应 力 集 中

绝大多数固体内存在的微小缺陷或小到看不见的裂纹，可通过将玻璃纤维加载到破断点所作出的一系列试验来说明其影响。可以证明，长纤维较之短纤维一般在较小的载荷下拉断。图1中以曲线图所示结果指出，抗拉强度随着纤维长度的增加而不断地降低，这是因为长纤维存在较多的表面缺陷。因此，通过将纤维表面仔细地抛光，可将微小的表面缺陷数目减少，结果，提高了纤维的抗拉强度。图1指出抛光过的纤维较之那些未进行表面加工的有着较高的强度，而它们的抗拉强度因纤维长度增加降低得不快。平均说来，高质量玻璃纤维的抗拉