

高校经典教材同步辅导

九章丛书

概率论与数理统计

(浙大三版)

辅导

主编 / 牛丽英 赵广涛

编写 / 九章系列课题组

- 知识点窍 ■ 逻辑推理
- 习题全解 ■ 全真考题
- 名师执笔 ■ 题型归类

赠
习题全解

新版

人民教育出版社

高校经典教材同步辅导

概率论与数理统计辅导

(浙大三版)

主编 牛丽英 赵广涛

主审 孙怀东

编写 九章系列课题组

周奎伟 宋彩霞

黄树森 杨富云

人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高校经典教材同步辅导·概率论与数理统计(浙大三版)/牛丽英,赵广涛主编. —北京:人民日报出版社,2004.9

ISBN 7-80153-967-2

I. 高… II. ①牛…②赵… III. 高校—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 099672 号

高校经典教材同步辅导·概率论与数理统计(浙大三版)

主 编:牛丽英 赵广涛

责任编辑:曲 易

封面设计:伍克润

出版发行:人民日报出版社(北京金台西路2号/邮编:100733)

经 销:新华书店

印 刷:北京顺天意印刷有限公司

字 数:295千字

开 本:787×960 1/16

印 张:20.75

印 数:3000

版 次:2005年8月第1次印刷

书 号:ISBN 7-80153-967-2/G·550

定 价:19.20元(全五册·128.00元)

前 言

本书是高等教育出版社出版的《概率论与数理统计》(浙江大学, 第三版)一书的辅导及习题全解. 全书按教材各章顺序编排, 与教材题号一致, 对各章全部习题都做了详尽解答. 同时, 本书亦可作为一本概率统计的参考书独立使用, 以帮助读者更好的学习该课程.

本书各章均由五部分组成:

◆**知识结构网络图**:以图表的形式概括各章知识点及其之间的联系, 使读者对全章内容有一个清晰的脉络.

◆**重要概念、定理及公式**:阐述每一章中重要的性质定理、公式和结论, 并对一些难于理解但又是大纲所要求的考研经常涉及的内容进行了详细的归纳和解释. 目的是使读者在一个更高的角度去分析问题、解决问题.

◆**典型题型及例题解析**:本书尽可能归纳了这门课程所涉及的重要题型, 这些题型都是在对历年考试和考研所涉及的题型进行深入分析后总结出来的, 具有一定的代表性. 读者通过对典型的“思路点拨”和例题的“逻辑推理”的理解, 可以更好的掌握和理解此类题型的解法, 从而达到举一反三、触类旁通的效果.

◆**全真考题解析**:精选历年经典考研题并给出详细的解题思路和解答过程. 供读者提高解题能力和备考硕士研究生之用.

◆**自测题及解答**:要掌握一门课程, 做一定的习题是非常必要的. 本书精心选编了部分习题, 供读者模拟练习之用, 部分习题可能具有一定的难度, 读者可以参考其后的自测题解答仔细揣摩, 使读者的解题技能得到提高.

在成书过程中, 编者参考了众多优秀的著作和教材, 由于篇幅所限未能

一一列出,在此谨向有关作者表示衷心感谢。

由于时间仓促和编者水平有限,不妥之处在所难免,希望广大读者不吝批评,指正。

编 者

2005年6月

目 录

第一章 概率论的基本概念	(1)
一、知识结构网络图	(1)
二、重要概念、定理及公式	(1)
三、典型题型的解题方法与技巧	(5)
题型 I 事件的表示方法及其运算; 题型 II 随机试验的样本空间的描述; 题型 III 事件运算的性质的应用; 题型 IV 有关概率基本性质的命题; 题型 V 古典概型的计算; 题型 VI 几何概型的计算; 题型 VII 有关事件独立性的相关命题; 题型 VIII 求与条件概率有关的事件的概率; 题型 IX 全概率公式和贝叶斯(Bayes)公式的命题; 题型 X 伯努利(Benoulli)试验的应用	
四、全真考题解析	(28)
五、自测题	(33)
六、自测题答案	(35)
第二章 随机变量及其概率分布	(38)
一、知识结构网络图	(38)
二、重要概念、定理及公式	(38)
三、典型题型的解题方法与技巧	(41)
题型 I 有关分布律、分布函数以及概率密度的基本概念和性质的命题; 题型 II 有关离散型和连续型的分布律、密度函数以及分布函数的命题; 题型 III 已知事件的概率分布或概率密度, 反求事件中的未知参数; 题型 IV 利用常见分布求相关事件的概率; 题型 V 随机变量的分布律或分布函数的相关计算; 题型 VI 求随机变量函数的分布;	
四、全真考题解析	(57)
五、自测题	(62)
六、自测题答案	(64)

第三章 多维随机变量及其分布	(67)
一、知识结构网络图	(67)
二、重要概念、定理及公式	(67)
三、典型题型的解题方法与技巧	(71)
题型 I 二维随机变量及其分布的基本概念及性质; 题型 II 给定的试验来确定各种概率分布; 题型 III 随机变量函数的分布; 题型 IV 由给定的分布或密度求各种分布或密度; 题型 V 二维随机变量取值的概率; 题型 VI 随机变量的独立性与相关性的计算	
四、全真考题解析	(92)
五、自测题	(94)
六、自测题答案	(96)
第四章 随机变量的数字特征	(100)
一、知识结构网络图	(100)
二、重要概念、定理及公式	(100)
三、典型题型的解题方法与技巧	(104)
题型 I 由给定分布律或试验求相应一维随机变量的数学期望与方差; 题型 II 由给定分布求相应二维随机变量的数学期望与方差; 题型 III 求离散型和连续型随机变量函数的数学期望与方差; 题型 IV 有关矩、协方差、相关系数、协方差矩阵及独立性与相关性的讨论; 题型 IV 应用题	
四、全真考题解析	(123)
五、自测题	(130)
六、自测题答案	(132)
第五章 大数定律及中心极限定理	(135)
一、知识结构网络图	(135)
二、重要概念、定理及公式	(135)
三、典型题型及例题解析	(138)
题型 I 有关切比雪夫不等式应用的相关命题; 题型 II 大数定理的应用; 题型 III 中心极限定理的应用	
四、全真考题解析	(152)
五、自测题	(155)
六、自测题答案	(156)
第六章 样本及抽样分布	(160)

一、知识结构网络图	(160)
二、重要概念、定理及公式	(160)
三、典型题型及例题解析	(165)
题型 I 有关总体样本均值及样本方差的相关命题; 题型 II 有关 样本的联合分布函数、经验分布函数的命题; 题型 III 统计量的数 学特征; 题型 VI 正态总体的抽样分布; 题型 IV 求统计量取值的 概率及由某个范围内的概率来反求总体参数的类型	
四、全真考题解析	(178)
五、自测题	(184)
六、自测题答案	(186)
第七章 参数估计	(189)
一、知识结构网络图	(189)
二、重要概念、定理及公式	(190)
三、典型题型及例题解析	(193)
题型 I 求点估计量的方法; 题型 II 评选估计量的标准; 题型 III 正态总体参数的置信区间	
四、全真考题解析	(209)
五、自测题	(214)
六、自测题答案	(217)
第八章 假设检验	(222)
一、知识结构网络图	(222)
二、重要概念、定理及公式	(222)
三、典型题型及例题解析	(225)
题型 I 统计假设和显著性检验; 题型 II 单个正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 均值 μ 的假设检验; 题型 III 单个正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 方差 σ^2 的假设 检验; 题型 IV 两个正态总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的假设检验; 题型 V 两个正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2), N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 方差 σ_1^2, σ_2^2 的假设检验	
四、全真考题解析	(238)
五、自测题	(239)
六、自测题答案	(241)
第九章 方差分析及回归分析	(245)
一、知识结构网络图	(245)
二、重要概念、定理及公式	(245)

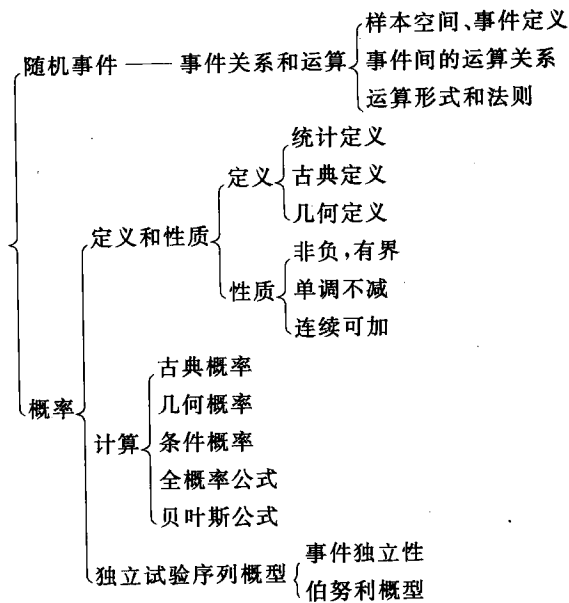
三、典型题型及例题解析	(250)
题型 I 方差分析的相关命题; 题型 II 回归分析	
四、全真考题解析	(259)
五、自测题	(264)
六、自测题答案	(264)
第十章 随机过程及其统计描述	(267)
一、知识结构网络图	(267)
二、重要概念、定理及公式	(267)
三、典型题型及例题解析	(269)
题型 I 有关随机过程数字特征的相关命题; 题型 II 有关随机过程的相关命题	
四、全真考题解析	(271)
五、自测题	(272)
六、自测题答案	(273)
第十一章 马尔可夫链	(276)
一、知识结构网络图	(276)
二、重要概念、定理及公式	(276)
三、典型题型及例题解析	(277)
题型 I 马尔可夫过程及其概率分布的相关命题; 题型 II 多元转移概率的确定	
四、全真考题解析	(280)
五、自测题	(282)
六、自测题答案	(282)
第十二章 平稳随机过程	(284)
一、知识结构网络图	(284)
二、重要概念、定理及公式	(284)
三、典型题型及例题解析	(286)
题型 I 随机过程的平稳性	
四、全真考题解析	(289)
五、自测题	(291)
六、自测题答案	(291)
附录	
模拟试题(一)	(293)

目 录

模拟试题(一)解答	(295)
模拟试题(二)	(303)
模拟试题(二)解答	(305)
模拟试题(三)	(314)
模拟试题(三)解答	(316)

第一章 概率论的基本概念

一、知识结构网络图



二、重要概念、定理及公式

1. 随机事件

(1) 基本概念

随机试验在概率论中,我们将具有以下三个特点的试验称为随机试验:

- ① 可以在相同的条件下重复进行;
- ② 每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确所有可能结果;
- ③ 进行一次试验之前不能确定哪个结果会出现。

样本空间 随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的样本空间.

样本点 样本空间的元素,即 E 的每个结果.

随机事件 试验 E 的样本空间 S 的子集为 E 的随机事件,简称事件.

事件发生 在每次试验中,当且仅当这一子集中的一个样本点出现时,称这一事件发生.

基本事件 由一个样本点组成的单点集.

必然事件 样本空间 S 包含所有的样本点,它是 S 自身的子集,在每次试验中它总是发生的,称为必然事件.

不可能事件 试验中不可能发生的事件.

(2) 事件间的关系与运算

设试验 E 的样本空间为 S ,而 $A, B, A_k, (k = 1, 2, \dots)$ 是 S 的子集. 则事件间有以下几种基本关系:

事件的包含 若 $A \subset B$, 则称事件 B 包含事件 A , 这指的是事件 A 发生必导致事件 B 发生(图 1-1).

事件的相等 若 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 即 $A = B$, 则称事件 $A = B$, 则称事件 A 与事件 B 相等.

事件的和 事件 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的和事件. 当且仅当 A, B 中至少有一个发生时,事件 $A \cup B$ 发生. $A \cup B$ 也记作 $A + B$ (图 1-2).

事件的积 事件 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的积事件. 当且仅当 A, B 同时发生时,事件 $A \cap B$ 发生. $A \cap B$ 也记作 AB (图 1-3).

事件的差 事件 $A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的差事件. 当且仅当 A 发生, B 不发生时事件 $A - B$ 发生(图 1-4).

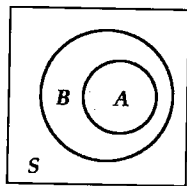


图1-1

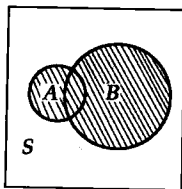


图1-2

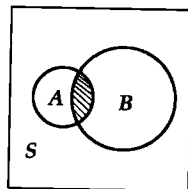


图1-3

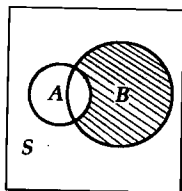


图1-4

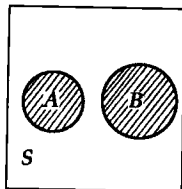


图1-5

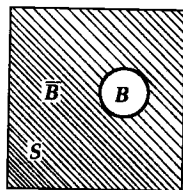


图1-6

事件的互斥(互不相容) 若 $A \cap B = \emptyset$, 则称事件 A 与 B 是互不相容的, 或互斥的. 这指的是事件 A 与事件 B 不能同时发生(图 1-5). 基本事件是两两互不相容的.

事件的逆(对立) 若 $A \cup B = S$ 且 $A \cap B = \emptyset$, 则称事件 A 与事件 B 互为逆事件. 又称事件 A 与事件 B 互为对立事件. 这指的是对每次试验而言, 事件 A, B 中必有一个发生, 且仅有一个发生. B 的对立事件记为 \bar{B} , $\bar{B} = S - B$ (图 1-6).

2. 概率的定义和基本性质

(1) 概率的定义

① 概率的统计定义

如果在 n 次重复试验中事件 A 发生了 m 次, 当 n 逐渐增大时, 比值 $\frac{m}{n}$ 稳定地在某一常数 p 附近摆动, 且 n 越大, 摆动幅度越小. 则称此常数 p 为事件 A 的概率, 记为 $P(A)$.

② 概率的古典定义

若试验结果一共有 n 个基本事件 w_1, w_2, \dots, w_n , 且每次试验中各基本事件出现的可能性完全相同, 而事件 A 由其中 m 个事件 $w_{i_1}, w_{i_2}, \dots, w_{i_m}$ ($m \leq n$) 组成, 则事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

(2) 概率的性质

① $P(\emptyset) = 0$;

② 有限可加性 若 n 个事件 A_1, \dots, A_n 满足 $A_i \cap A_j = \emptyset$ ($i \neq j$), 则

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

③ 逆事件的概率 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

④ 单调性 设 A, B 是两个事件, 且 $A \subset B$, 则 $P(A) \leq P(B)$, 且

$$P(B - A) = P(B) - P(A)$$

⑤ 连续性 设事件列 A_1, A_2, \dots 满足 $A_1 \subset A_2 \subset \dots$, 且 $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A$, 则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = P(A)$$

⑥ 加法定理 若 A, B 是任意两个事件, 则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

3. 古典概型(等可能概型)

(1) 定义

具有以下两个特点的试验称为等可能概型:

① 试验的样本空间只包含有限个元素;

②试验中每个基本事件发生的可能性相同.

它在概率论发展初期曾是主要的研究对象,所以也称为古典概型:

(2)古典概型中事件概率的计算公式

若事件 A 包含 k 个基本事件,即 $A = \{e_{i_1}\} \cup \{e_{i_2}\} \cup \dots \cup \{e_{i_k}\}$, 这里 i_1, i_2, \dots, i_k 是 $1, 2, \dots, n$ 中某 k 个不同的数. 则有

$$P(A) = \sum_{j=1}^k P(\{e_{i_j}\}) = \frac{k}{n} = \frac{A \text{ 包含的基本事件数}}{S \text{ 中的基本事件的总数}}$$

4. 条件概率

(1)定义

设 A, B 是两个事件,且 $P(A) > 0$, 称

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

为在事件 A 发生的条件下事件 B 发生的条件概率.

(2)乘法公式

设 $P(A) > 0, P(A_1, A_2 \dots A_{n-1}) > 0$, 则

$$P(AB) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \dots P(A_n|A_1 A_2 \dots A_{n-1})$$

(3)全概率公式和贝叶斯公式

若 A_1, A_2, \dots, A_n 是一个完备事件组, 则

① $P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$ 为全概率公式.

② $P(A_j|B) = \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)}, j=1, 2, \dots, n$

为 Bayes 公式(贝叶斯公式或逆概率公式).

5. 事件的独立性

(1)定义

设 A, B 是两事件, 如果满足 $P(AB) = P(A)P(B)$, 则称事件 A 与事件 B 相互独立.

(2)独立事件的性质

①事件 A 与事件 B 独立, 则 A 与 \bar{B}, \bar{A} 与 B, \bar{A} 与 \bar{B} 亦相互独立;

② A_1, A_2, \dots, A_n 相互独立与 A_1, A_2, \dots, A_n 两两相互独立是不同的概念, 前者蕴涵后者, 但反之不成立;

③ A 与 B 相互独立 $\Leftrightarrow P(B|A) = P(B), (P(A) > 0)$;

$$\textcircled{4} P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A), (P(A) > 0);$$

$$P(A_1 + A_2 | B) = P(A_1 | B) + P(A_2 | B) - P(A_1 A_2 | B).$$

三、典型题型的解题方法与技巧

题型 I 事件的表示方法及其运算

【解题提示】 事件是空间的子集, 因此要想正确的表示事件必须首先写出正确的样本空间, 并进而弄清楚不同事件之间的关系; 对于事件的运算, 其与集合运算相对应.

【例 1-1】 连续进行三次独立射击, 设 A_i “第 i 次射击命中”, $i=1, 2, 3$; B_j “恰好命中 j 次”, $j=0, 1, 2, 3$; C_k “至少命中 k 次”, $k=0, 1, 2, 3$.

(1) 试用 A_i 表示 B_j 和 C_k ; $i=1, 2, 3, j, k=0, 1, 2, 3$.

(2) 试用 B_j 表示 C_k ; $j, k=0, 1, 2, 3$.

【解】 (1) $B_0 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3$; $B_1 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3$;
 $B_2 = A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3$; $B_3 = A_1 A_2 A_3$;
 $C_0 = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + A_1 + A_2 + A_3$; $C_1 = A_1 + A_2 + A_3$;
 $C_2 = A_1 A_2 + A_1 A_3 + A_2 A_3$; $C_3 = A_1 A_2 A_3$.

(2) $C_0 = B_0 + B_1 + B_2 + B_3$;
 $C_1 = B_1 + B_2 + B_3$;
 $C_2 = B_2 + B_3$;
 $C_3 = B_3$.

【点评】 由本例可见

$$A_1 + A_2 + A_3 = B_0 + B_1 + B_2 + B_3 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 A_2 A_3;$$

等式左端是三个相容事件的和, 而右端各项互不相容, 就是说任意事件的和, 可以化为不相容事件的和, 这在计算概率时是经常应用的, 一般方法如下:

设 A, B, C 为任意事件, 则

$$A + B = A + (B - A) = A + B\bar{A}.$$

$$A + B + C = A + (B - A) + (C - A - B) = A + B\bar{A} + C\bar{A}\bar{B}.$$

【例 1-2】 在电炉上安装了 4 个温控器, 其显示温度的误差是随机的. 在使用过程中, 只要有二个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0 , 电炉就断电. 以 E 表示事件“电炉断电”, 而 $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$ 为 4 个温控器显示的按递增顺序排列的温度

值,则事件 E 等于.

$$(A)\{T_{(1)} \leq t_0\} \quad (B)\{T_{(2)} \leq t_0\} \quad (C)\{T_{(3)} \leq t_0\} \quad (D)\{T_{(4)} \leq t_0\}$$

【解】 由题意可知只有两个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0 , 事件 E 就发生. 由于 $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$, $\{T_{(1)} \geq t_0\}$ 表示 4 个温控器显示的温度都不低于 t_0 ; $\{T_2 \geq t_0\}$ 表示至少有 3 个温控器显示的温度都不低于 t_0 ; $\{T_{(3)} \geq t_0\}$ 表示至少有两个温控显示器的温度不低于 t_0 ; $\{T_{(4)} \geq t_0\}$ 表示至少一个温控器显示的温度不低于 t_0 . 因此仅选 (C).

题型 II 随机试验的样本空间的描述

【解题提示】 随机试验具有以下三种特点: ①可以在相同的条件下重复地进行; ②每次试验的可能结果不止一个, 且能事先明确试验的所有可能结果; ③进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现. 随机试验的每一个可能结果称为随机事件, 相对于观察目的不能再分解的事件称为基本事件. 所有基本事件的全体称为样本空间, 记做 Ω (或 S).

【例 1-3】 将一颗骰子连掷两次, 观察其掷出的点数. 令 $A = \{\text{两次掷出的点数相同}\}$, $B = \{\text{点数之和为 } 10\}$, $C = \{\text{最小点数是 } 4\}$.

(1) 写出试验的样本空间;

(2) 用样本点表示事件 A, B, C 以及 $A \cup B, ABC, A - C, C - A, B\bar{C}, A \cup (BC)$.

【解】 (1) 每次掷骰子都有 6 个可能结果, 令第一次出现 1 点, 且第二次出现 1 点的表示方法为“11”, 其他类似, 因此样本空间可表示为

$$\Omega = \{11, 12, \dots, 16, 21, 22, \dots, 26, \dots, 61, 62, \dots, 66\},$$

Ω 共包含有 36 个元素.

(2) 通过以上分析可知 $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66\}$; $B = \{46, 55, 64\}$, $C = \{44, 45, 46, 54, 64\}$.

$$A \cup B = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 46, 64\},$$

$$ABC = \emptyset,$$

$$A - C = \{11, 22, 33, 55, 66\},$$

$$C - A = \{45, 46, 54, 64\},$$

$$B\bar{C} = \{55\},$$

$$A \cup (BC) = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 46, 64\}.$$

【例 1-4】 写出下列随机试验 E 的样本空间 Ω , 如果 Ω 是有限集, 计算样本空间的容量 V_Ω (Ω 中样本点的总数目):

(1) E : 一个小班进行一次数学考试, 试录其平均成绩 (百分制);

(2) E : 10 件产品中有 3 件是次品, 每次从该 10 件中任取 1 件(取后不放回), 直将 3 件次品都取出为止, 记录抽取的次数;

(3) E : 连续生产某种产品, 直到生产出 10 个正品为止, 记录产品总件数;

(4) E : 某射击手向靶射击, 直到击中为止, 记录击中的各种情况;

(5) E : 向 xy 平面上的单位圆内($x^2 + y^2 < 1$) 投点, 记录落点的坐标,

【解】 (1) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \frac{0}{n}, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{1000 \cdot n}{n}$, n 为小班人数,

因此, 样本空间的容量为 $V_{\Omega} = 100n + 1$;

(2) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \{3, 4, \dots, 10\}$, 因此, 样本空间的容量为 $V_{\Omega} = 8$;

(3) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \{10, 11, 12, \dots\}$;

(4) 用 ω_i 表示第 i 次击中, $\bar{\omega}_i$ 表示第 i 次不中, 则试验 E 的样本空间为

$$\Omega = \{\omega_1, \bar{\omega}_1 \omega_2, \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2 \omega_3, \dots, \bar{\omega}_1 \bar{\omega}_2 \dots \bar{\omega}_{n-1} \omega_n, \dots\}$$

Ω 为无限集;

(5) 试验 E 的样本空间为 $\Omega = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$.

题型 III 事件运算的性质的应用

【解题提示】 事件运算的性质主要包括事件之间的交换律、结合律、分配律及摩根律, 此外在事件关系运算中还有 ① $A = AB + A\bar{B}$, 其中 AB 与 $A\bar{B}$ 互不相容; ② A, B 互不相容, $A - B = A, AB = \emptyset$; ③ $A \supset B$ 时, $A + B = A, AB = B$.

【例 1-5】 设袋内有 10 个编号为 1 ~ 10 的球, 从中任取一个, 观察其号码:

(1) 写出此试验的样本空间;

(2) 若 A 表示“取得的球的号码是奇数”, B 表示“取得的球的号码是偶数”, C 表示“取得的球的号码小于 5”, 则: ① $A \cup B$, ② AB , ③ \bar{C} , ④ $\bar{A}\bar{C}$, ⑤ $\bar{B} \cup \bar{C}$, ⑥ \overline{BC} , ⑦ $A \setminus C$ 各表示什么事件?

(3) 事件 A 与 B 是否互不相容?

(4) AC 与 $\bar{A}\bar{C}$ 是否互不相容? 是否对立?

【解】 (1) 若用 ω_i 表示“取得的球的号码为 i ”($i = 1, 2, \dots, 10$), 则这个试验的样本空间为 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{10}\}$.

(2) ① $A \cup B$ 表示“取得的球的号码或者是偶数, 或者是奇数”, 它是必然事件, 即 $A \cup B = \Omega$.

② AB 表示“取得的球的号码既是奇数又是偶数”, 它是不可能事件, 即 $AB = \emptyset$.

③ \bar{C} 表示“取得的球的号码是大于或等于 5”, 即 $\bar{C} = \{\omega_5, \omega_6, \dots, \omega_{10}\}$.

④ $\bar{A}\bar{C}$ 表示“取得的球的号码是大于 5 的偶数”, 即 $\bar{A}\bar{C} = \{\omega_6, \omega_8, \omega_{10}\}$.