

高考应试指导丛书

# 高考新动向 与解题思路

数学



中国轻工业出版社

高考复习指导丛书

# 高考新动向与解题思路

· 数 学 ·

本册主编:王世平

编 著 者:邵光砚 李 芳 薛光伟

孟 永 程远铭 王世平

刘美英

中国轻工业出版社

(京)新登字 034 号

## 内 容 提 要

本丛书作者以国家教委《教学大纲》及《考试说明》为纲,以人民教育出版社统编教材为依据而编写的。作者综合分析了1992、1993年全国大陆及台湾高考、考前模拟试卷出现的新题型、新内容,预见未来高考的内容及题型。全书包括高中各科:语文、数学、外语、物理、化学的各章节基本内容、重点难题、综合能力的提高,重点放在高考中常见错误的解析,重点难点的突破及复习考试的思路 and 对策。丛书的作者多为历届高考升学指导老师。

“数学”分册按代数、三角、立体几何与平面解析几何的知识系统编写,精选各类练习、测试题,并附有答案,用以强化学生思考解题的技能。

本丛书适合全国各地应届高中考生及在校高中生、教师阅读使用。

高考复习指导丛书  
高考新动向与解题思路  
· 数学 ·

王世平 主编

于彩祥 彭倍勤 责任编辑

中国轻工业出版社出版

(北京市东长安街6号)

河北省遵化印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

\*

毫米:787×1092 印张:13.25 字数:290千字

1993年12月 第一版第一次印刷

印数:1-10000册 定价:9.90元

ISBN7-5019-1531-8/G.063

## 前 言

一年一度的全国高等学校统一招生考试,是我们每个有志于考取高等学校的年轻人的大事。大家都希望考出自己的水平,考出好成绩,考上自己理想的大学。因此,也都十分注意学习和研究每年高考试题的动态和特点。

历年的高考试题,都有其共性,这就是以教学大纲为依据的基础知识和基本的技能技巧;同时,随着形势的发展和教育的不断深化改革,每年的高考命题又会有一些新的特点,这些新特点,往往对以后的教学工作起着某种指导作用。

我们编写的这套丛书,既考虑到历年高考命题的共同性,又研究了1993年高考试题的新动向,为大家在高考复习时提供一些思路。本书的第一部分都包含有对重点难点的分析、综合能力的培养提高以及解题思路,并举例说明。此外,为适应复习的需要,还精心设计、选择了一批综合练习题。

这套丛书共有语文、数学、英语、物理、化学五个分册。参加本书编写工作的,都是北京市各重点中学、著名中学如北京四中、五中、十三中、二十七中、师大实验中学、清华大学附中等学校的高级教师。他们多年从事高中教学、科研及高考总复习的辅导工作,许多人都编写过这方面的书籍和奥林匹克学校教材,不少作者还是市、区级教研员、奥林匹克学校教师。因此,撰稿人在高考辅导方面都有着丰富的经验。

本书除了供广大考生及高中学生复习使用外,还可作为各类青年自学高中课程、参加各类考试的辅导教材,同时可作中学教师、教研人员、高等师范院校师生的参考用书。

由于编写时间仓促,本书难免有错误或不妥之处,恳请读者批评指正。

编辑委员会  
1993年10月

# 开篇语

高考,是广大高中学生及其家长最为关切的中心课题。

随着考试改革的深化,部分省市实行了会考后的高考,文理科都考五科,每科150分。这一方面在一定程度上有利于减轻学生的负担,但在另一方面则必然加重了每一科在高考中的比重,做为自然科学的基础和工具的重要学科——数学,在高考中尤为重要。

如何搞好应试复习工作,是考生及其家长关心的焦点。为此,特邀请了在中学数学教学第一线辛勤耕耘30余年、多年指导高三毕业班总复习工作的有经验的高级教师,针对当前高考的新动向编写了本书。

根据国家教委考试中心颁发的《考试说明》,结合近三、四年来高考试卷及有关试卷的分析材料,我们认为高考试题有如下特点:

1. 试卷整体水平近年来是稳定的,克服了80年代中期的起落悬殊的现象。在题型上,选择题、填空题、解答题的比例为4.5:1.5:4,在难度上,容易题、中等题、难题的比例为3:5:2,都严格按《考试说明》加以控制。

2. 考查知识覆盖面大。数学科有近130个知识点。在近几年的高考试题中,覆盖面达到了60%—70%,而且还有逐年扩

大的趋势,往往一道题中综合几个知识点,比如93年高考第5题:“直线 $bx+ay=ab(a<0, b<0)$ 的倾斜角是( )……。”这样一个仅3分的选择题,就考查了直线方程、倾斜角与斜率、反三角函数等多个知识点。在解答题中综合考查的特点则更为突出。

3. 题目量较大。选择题、填空题共有23—24个,解答题一般有5个,因此对解题速度有较高的要求。解题速度是考查学生学习质量的重要方面。它要求思维敏捷,计算熟练准确,推理严谨简练,因此考生在这方面应具备较强的能力。

4. 有难题,但不偏不怪。高考是选择性考试,要求试题有较强的区分度。综合性,灵活性较强的难题是必要的。从近年试卷看,这些题目在考查数学基础知识、基本技能和方法的基础上,着重考查综合分析的能力。这要求考生不仅仅是理解一些概念、定义,掌握一些定理公式,更重要的是能应用这些知识和方法去解决数学问题与实际问题。

特别应提出的是:考查数学思想、方法是“考试说明”中的一项基本要求。也是数学科考试的一个突出特点。近年来的高考试题注重了对数形结合的思想;函数与方程的思想,分类讨论的思想;等价转化的思想以及换元法,待定系数法、数学归纳法、分析法、综合法、反证法等数学方法的考查。

基于上述形势,要求我们在应试复习中一方面要全面、系统,搞清知识结构,切忌疏漏,另一方面要致力于能力的提高,掌握和运用正确的数学思想和数学方法,提高分析问题和解决问题的能力。

针对以上要求,本书除系统整理、浓缩高中数学基本内容外,各章安排了“重点难点分析”和“能力的培养”两个重点栏目,

通过精选典型例题,加以分析说明,着力于加固基础,拓宽思路,掌握方法,指导与提高学生自学应试能力。再配以“思考与练习”,“单元自测题”和“综合测试题”栏目,并附有答案与提示,全面满足考生在复习中各方面的需求。

本书是指导学生应试复习的有益材料,对数学教师的教学工作也很有参考价值。它凝聚了参与编写的老师们的汗水和心血,是他们多年教学经验和心得的结晶。

希望本书能给同学们提供帮助,在高考中折桂而返。



# 目 录

开篇语 .....	1
<b>第一章 函数</b> .....	1
一 集合与映射 .....	1
思考与练习一(1) .....	10
二 函数的基本知识 .....	11
思考与练习一(2) .....	31
单元自测题一 .....	32
<b>第二章 不等式</b> .....	37
一 不等式的证明 .....	37
二 不等式的解法 .....	47
三 不等式的应用 .....	53
思考与练习二 .....	64
单元自测题二 .....	73
<b>第三章 数列、极限、数学归纳法</b> .....	76
一 数列与极限 .....	76
思考与练习三(1) .....	89
二 数学归纳法 .....	94
思考与练习三(2) .....	105
单元自测题三 .....	106
<b>第四章 复数</b> .....	110
一 复数的有关概念 .....	111

二	复数的运算	118
	思考与练习四(1)	125
三	复数的应用	127
	思考与练习四(2)	143
	单元自测题四	145
<b>第五章</b>	<b>排列、组合、二项式定理</b>	148
一	排列与组合	148
	思考与练习五(1)	156
二	二项式定理	158
	思考与练习五(2)	164
	单元自测题五	166
<b>第六章</b>	<b>三角函数</b>	169
一	任意角的三角函数	170
	思考与练习六(1)	182
二	三角变换	187
	思考与练习六(2)	205
	单元自测题六	208
<b>第七章</b>	<b>反三角函数、三角方程</b>	211
一	反三角函数	211
二	三角方程	218
	思考与练习七	226
	单元自测题七	231
<b>第八章</b>	<b>直线与平面</b>	234
	思考与练习八	257
<b>第九章</b>	<b>多面体和旋转体</b>	264
	思考与练习九	285

第十章 直线	291
思考与练习十	306
第十一章 圆锥曲线	311
思考与练习十一	334
第十二章 参数方程、极坐标	341
思考与练习十二	358
综合测试题一	363
综合测试题二	367
附录一 答案与提示	373
附录二 1993年普通高等学校招生全国 统一考试·数学(附答案)	399

# 第一章 函 数

## 一、集合与映射

### 【基本知识概述】

#### 1. 集合的表示法

(1) 字母表示法: 如集合  $A$ . (2) 列举法: 如集合  $\{a, b, c\}$ .

(3) 描述法: 如集合  $\{\text{负偶数}\}$ ; 集合  $\{(x, y) | 3x - 2y = 1\}$ .

(4) 区间法: 如区间  $(-\infty, 2)$ ,  $[-2, 3]$ .

#### 2. 元素与集合

(1) 元素与集合间的关系: ①  $a \in A$ , ②  $a \notin A$ .

(2) 空集  $\emptyset$ , 有限集与无限集.

#### 3. 集合与集合之间的关系

##### (1) 包含与相等

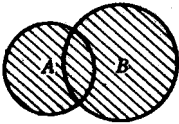
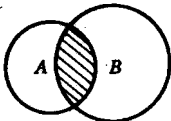
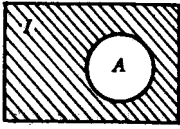
包含: 子集  $A \subseteq B$ , 真子集  $A \subset B$ .

性质:  $A \subseteq B$  且  $B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$ .

相等:  $A \subseteq B$  且  $B \subseteq A$ , 则  $A = B$ .

##### (2) 运算

表 1-1

	并 集	交 集	补 集
定 义	$A \cup B = \{a   a \in A \text{ 或 } a \in B\}$	$A \cap B = \{a   a \in A \text{ 且 } a \in B\}$	$I$ : 全集, $A \subseteq I$ $\bar{A} = \{a   a \in I, a \notin A\}$
图 示	 $A \cup B$	 $A \cap B$	 $\bar{A}$
性 质	$A \cup A = A$ $A \cup \emptyset = A$ $A \cup B = B \cup A$	$A \cap A = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cap B = B \cap A$	$A \cup \bar{A} = I, \bar{\bar{A}} = A$ $A \cap \bar{A} = \emptyset$ $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

4. 映射: 从集合  $A$  到集合  $B$  的映射记为  $f_{A \rightarrow B}$ .

### 【重点与难点分析】

本单元的重点知识是: 集合的表示法, 子集、并集、交集、补集的定义及求法.

本单元知识的难点是: 有关集合的各基本概念的涵义及相互的区别与联系, 以及符号的正确使用和对映射概念的理解.

本单元知识是数学高考的必考内容, 约占数学高考全卷总分的 2.5%~2.6%.

1. 集合的表示法中, 列举法和描述法是两个最重要的基本

## 方法

列举法只适用于由离散元素组成的集合. 在应用列举法表示集合时, 要注意集合中的元素的互异性和无序性.

**例 1** 已知  $\{-2, 0\} \subset \{m-1, -2, m^2+m\}$ , 则  $m =$

**分析** 由已知, 得  $m-1$  或  $m^2+m$  中必有一个元素为 0. 由  $m-1=0$ , 得  $m=1$ . 由  $m^2+m=0$ , 得  $m=0$  或  $m=-1$ . 但当  $m=-1$  时,  $m-1=-2$  这与集合中的元素必须互异相矛盾.  $\therefore$  所求  $m$  的值为  $m=1$  或  $m=0$ .

只有元素有共同属性的集合, 才能用描述法表示. 对集合中元素共性的描述可以用语言, 也可以用数学式子或符号.

**例 2** 用描述法表示下列集合:

(1) 由 3、4、5、6 这四个数组成的集合;

(2) 直角坐标平面上第一象限的所有的点组成的集合.

**解** (1)  $\{\text{不小于 } 3, \text{ 不大于 } 6 \text{ 的整数}\}$ . (也可以表示为  $\{n \mid 3 \leq n \leq 6, n \in \mathbb{N}\}$ ).

(2)  $\{(x, y) \mid x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$ . (也可以表示为  $\{\text{直角坐标平面上第一象限的点}\}$ ).

掌握集合的表示法要注意两个方面即: 不仅要会选用适当的方法表示已知集合, 还要能理解用某种方法 (尤其是描述法) 给出的集合是一个怎样的集合. 如: 设集合  $A = \{(x, y) \mid y = 2x^2 - 1\}$ ,  $B = \{y \mid y = 2x^2 - 1, x \in \mathbb{R}\}$ . 问集合  $A$ 、 $B$  各是怎样的集合?

显然, 集合  $A$  是抛物线  $y = 2x^2 - 1$  上的点组成的集合, 集合  $B$  是二次函数  $y = 2x^2 - 1$  的值域集合.

2. 子集、并集、交集、补集是本单元的四个重要的基本概念. 由于概念本身的抽象性, 因此正确理解它们各自的涵义, 弄清它

们之间的区别和联系,又是本单元知识的难点之一.

子集与真子集是两个相互联系又相互区别的概念.它们之间的相互联系为:集合  $A$  的真子集首先应为  $A$  的子集,它们的相互区别为:集合  $A$  是集合  $A$  的子集,却不是集合  $A$  的真子集.

$\emptyset$  是任意集合的子集,是任意非空集合的真子集.

**例 3** 写出集合  $\{a, b, c\}$  的所有真子集.

**解**  $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$ .

注:再添上  $\{a, b, c\}$  便得到已知集合的所有子集.

交集与并集是两个极易混淆的概念,对于集合  $A, B$ , 有

$$A \cap B = \{a \mid a \in A \text{ 且 } a \in B\},$$

$$A \cup B = \{a \mid a \in A \text{ 或 } a \in B\}.$$

定义中只是“且”与“或”字之差;对于“且”字不难理解为“同时”的意思,因此  $A \cap B$  是由  $A, B$  两集合的公共元素组成的集合.“或”字包含以下三种情况:①  $a \in A \cap \bar{B}$ ; ②  $a \in \bar{A} \cap B$ ; ③  $a \in A \cap B$ . 图示为  $A \cup B$ :

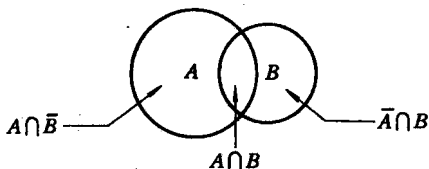


图 1-1

由图不难得出  $A \cap B \subseteq A \cup B$  的结论.

集合  $A$  的补集  $\bar{A}$  是依赖于全集  $I$  而存在的,它是由  $I$  中除去  $A$  中元素后,剩下的所有元素组成的集合,这一点在它的图示中已经非常直观地表达出来了.

**例 4** 已知全集  $I=R$ , 集合  $A=\{x|x^2-x-2<0\}$ ,  $B=\{x|x^2-3x\geq 0\}$ , 则  $A\cap B=$  \_\_\_\_\_;  $A\cup B=$  \_\_\_\_\_;  $\overline{A\cup B}=$  \_\_\_\_\_;  $\overline{A\cap B}=$  \_\_\_\_\_.

**分析** 全集  $I$  即为数轴上所有点组成的集合, 把集合  $A=\{x|-1<x<2\}$ ,  $B=\{x|x\leq 0$  或  $x\geq 3\}$  表示在数轴上, 即可求出答案. 在求  $\overline{A\cap B}$  时, 还可以化为  $\overline{A\cup B}$  来求.

**答案**  $A\cap B=\{x|-1<x\leq 0\}$ ;  $A\cup B=\{x|x<2$  或  $x\geq 3\}$ ;  
 $\overline{A\cup B}=\{x|x\leq 0$  或  $x\geq 2\}$ ;  $\overline{A\cap B}=\{x|2\leq x<3\}$ .

3. 数学符号多是本单元知识的特点之一, 数学符号是数学语言的一种形式, 要学会用数学语言进行思维, 就首先必须能正确地使用符号.

在本单元的数学符号中,  $\in$ 、 $\notin$  用在元素与集合之间;  $=$ 、 $\neq$ 、 $\subseteq$ 、 $\subset$ 、 $\cap$ 、 $\cup$  用在集与集合之间.

**例 5** 下列各关系中, 哪些是成立的?

- |  |  |
|--|--|
| ① $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ ;              | ② $\emptyset \in \{\emptyset\}$ ;                  |
| ③ $\emptyset = \{\emptyset\}$ ;                    | ④ $\emptyset \neq \{\emptyset\}$ ;                 |
| ⑤ $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \emptyset$ ;     | ⑥ $\emptyset \notin \{\emptyset\}$ ;               |
| ⑦ $\emptyset \cup \{\emptyset\} = \{\emptyset\}$ ; | ⑧ $\emptyset \cap \{\emptyset\} = \{\emptyset\}$ ; |
| ⑨ $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ;            | ⑩ $\emptyset \cup \{\emptyset\} = \emptyset$ .     |

**分析** 集合  $\{\emptyset\}$  是由一个元素  $\emptyset$  组成的集合.

显然  $\emptyset$  是集合  $\{\emptyset\}$  的元素, 故②成立, ⑥不成立; ④成立, ③不成立.

因为  $\emptyset$  是任意非空集合的真子集, 是任意集合的子集, 故①与⑨均成立.

因为  $\emptyset$  与任意集合的交集为  $\emptyset$ , 与任意集合的并集为任意集合, 故⑤与⑦均成立, ⑧与⑩均不成立.



4. 映射概念是本单元的难点之一,它是两个集合中的元素所建立的一种对应关系.从集合  $A$  到集合  $B$  的映射  $f_{A \rightarrow B}$  有下面的三个特点:

(1) 方向性:从  $A$  到  $B$ ,  $A$  中元素为原像,它所对应的  $B$  中元素为象;

(2) 原象  $\xrightarrow{\text{对应}}$  唯一的象;

(3)  $A$  中无剩元,  $B$  中可以有剩元.

集合  $A$ 、 $B$  与对应法则  $f$  是组成一个映射  $f_{A \rightarrow B}$  的三个要素.

**例 6** 下面所给的对应是否是映射  $f_{A \rightarrow B}$ ? 若不是,请将集合做最小的变动使其成为映射.

(1)  $A = Q^+$ ,  $B = R$ , 对应法则  $f$ : 取  $A$  中元素的平方根;

(2)  $A = Z$ ,  $B = N$ , 对应法则  $f$ : 取  $A$  中元素的绝对值.

**解** (1) 由于  $A$  中任意一个元素的平方根有两个且均在  $B$  内,故不是映射. 只要将  $B$  改为:  $B = R^+$ , 便成为映射  $f_{A \rightarrow B}$ .

(2) 由于  $A$  中元素  $0$  的绝对值为  $0$ , 而  $0 \notin N$ , 故不是映射. 只要将  $A$  改为:  $A = Z^- \cup Z^+$  便为映射  $f_{A \rightarrow B}$ .

### 【能力的培养】

近几年数学高考试卷中关于本单元的试题的特点是:①考查的起点较低,偏重于对基础知识的理解和基本方法的掌握和运用;②考题内容多为小型综合,这是因为组成集合的对象可以是任意的数学对象(常见的是数或点),在有关于子集个数和映射个数的计算中,又离不开排列组合及其性质的应用.

因此在复习本单元知识时,要着重培养以下几个能力:

(1) 掌握和运用基础知识解决问题的能力;

(2) 审题和正确理解题意的能力;