

教育統計學

靳久誠著

臺灣中華書局印行

靳久誠著

教育統計學

臺灣中華書局印行

中華民國五十九年十一月初版

大專
用書
教育統計學（全一冊）

平裝基本定價四元正

（郵運匯費另加）

著者 靳 久 誠

臺灣中華書局股份有限公司代表
劉 克 宸

臺北市重慶南路一段九十四號

臺灣中華書局印刷廠

臺北市雙園街六〇巷九〇號

臺灣中華書局

臺北市重慶南路一段九十四號

郵政劃撥帳戶：三九四二號

Chung Hwa Book Company, Ltd.

94, Section 1, South Chungking Road,
Taipei, Taiwan, Republic of China



著者 靳 久 誠
發行人 劉 克 宸
印刷者 臺灣中華書局
發行處 臺北市重慶南路一段九十四號

（臺總）甲書

自序

統計學可以說是一種應用科學，從方法論的觀點來說，統計法(The Statistical Method)是治學的重要工具之一；在自然科學上，生物學家用以研究遺傳性，物理學家用以研究放射性，氣象學家用以研究氣象的變化的常模，心理學家用以研究人的共同心理狀態，並制定蓋然的心理律。至於在社會科學上，人事現象紛紜繁複，為求科學的研究，避免個人主觀的觀察成分，計量(Quantification)的重視，為研究「人」的學問之新取向(Orientation)。因此社會學、經濟學、政治學、教育學等，無不利用統計的概念，原理和公式來研究、測量，以解釋人類社會中屬於數量方面的諸種現象。有人稱統計學為科學的科學(Science of Sciences)，其原因即在此。

就一個從事教育工作者的立場來說，無論其所從事者為純學理上的研究工作，或是教學工作，或是行政工作，在在都需要統計的知識與技術，以達成其任務。現今我國民教育延展為九年，教育上的諸種現象，教學上的諸種問題，有待研究與實驗者正多，對於統計知識與技術的需要，自必更殷。

筆者在美修習教育，所涉獵有關教育統計的著作頗多，然其體例取材，畸輕畸重，各有所見，或側重於統計學上純理論研究，其旨深遠，重在求本探源。或側重於概論式的介紹，其旨淺近，重在觀念齊全。然前者失之艱深，後者失之簡略，其去平實之旨遠矣。前哲有云：「學問之道以用得着者為主。」，治學的方法，自應於平實處多下工夫。筆者編撰此書，旨在理論與實用兼顧。在一般的教育統計學中，對於統計結果的有效方

法，也就是統計圖與統計表之製作，類多簡略，而本書則不厭其詳的說明圖表繪製的規則，列舉一般常用的統計圖、統計表之類別和形式。凡已經研究過統計學理者，俾透過實例的運用，以引證其學理；凡未曾研習過統計學理者，也能從詳盡的實例中，去了解統計的概念與原理。哥倫比亞大學名譽退休心理學教授吳偉士博士(Dr. R.S. Woodworth)說：「統計學家有三類，第一類是數學家，他們是發明統計方法者，稱曰統計業之製器師(The Toolmaker of the Statistical Industry)；第二類統計學家是技術工作者(Skilled workers)，他們是根據數學家提供的公式，遵行其計算之程序，利用圖表和計算機等工具，將可計算出所需的均數、機誤和相關係數等。他們的興趣專在工具的利用，所以特別重於迅速敏捷與精密正確。如今日使用IBM機器，有資料處理(Data processing)和打孔(Key punch)等工作，此類統計學家對與教育與心理問題的研究也不感興趣；第三類統計學家，居於二者之間，其根本興趣是心理或教育的問題研究，用統計方法處理心理與教育的材料。我撰寫此書之旨也就是供給第三類的統計學家之應用。哥倫比亞大學之另一教授葛銳特(H.E. Garrett)在其教育與心理之統計法一書的序文中曾說：「研究教育與心理測量者，應多關心於各公式的意義，而不應多費心力於研究其來歷」。又說：「研究科學者，若從其他科學借用其理論與公式，祇有信任而已」。葛氏之言，深獲我心，這也是筆者撰寫此書之旨趣。

統計方法本來是蓋然證理法的一種，凡屬蓋然性質，便混有「知」與「不知」的成分，也就是知得越多，不知性越少。本此，統計務求其精確。筆者撰作此書，在實例的演算上，務本精確的原則，例如本書中的實例，其演算式都是求取小數點以下四位數，如果只需二位數者，再就四捨五入的方式，取其二位，用括弧注入。其次統計的方式，本來是要從大量的繁複現象中，化而簡之，凡不必要的繁瑣，皆宜去之，也就不影

響正確的原則下，能簡者必求其簡。本書根據此一原則，對於統計學的若干公式，儘可能求其簡，例如下列兩公式都是由分組資料求算術平均差：

$$\text{其一爲 } M.D. = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i |x_i - M_e|$$

其二爲 $M.D. = \frac{\sum fd}{N}$ (在此公式內只需註明 $d = X - M_e$)，本書根據簡化的原則，取其後者。

此外，在一般教育統計，測驗及統計等書中，均未曾提過均互差的公式與應用，以及求各差數可靠性時，只注意到正常的大量樣本的計算，對於特殊的小樣本的計算也都略而不提，我在此書中也一併增列與補充之。疏漏之處，在所不免，尚希國內先進，不吝指正，幸甚。

著者寫此書時，內子王昭昭協助甚力，內侄王明德抄寫，使此書順利完成。本書既成復蒙師大教育系主任雷國鼎吾師賜序，並介紹於中華書局出版，此皆應一併致謝。

靳久誠謹識於國立臺灣師範大學

民國五十八年五月

教育統計學 目錄

第一章 緒論	1
第一節 統計學與教育統計學.....	1
第二節 教育統計學之意義與目的.....	1
第三節 教育統計學之重要.....	3
第四節 教育統計學之原理.....	4
第五節 變量與抽樣.....	5
第六節 教育統計方法之程序.....	8
第二章 教育統計表	10
第一節 統計表之意義及其功用.....	10
第二節 統計事項之分類.....	11
第三節 統計表之形式及其種類.....	12
第四節 製表之規則.....	17
第五節 次數表.....	18
第六節 全距與組距.....	19
第七節 分組次數表.....	23
第三章 教育統計圖	25
第一節 統計圖之意義及其功用.....	25
第二節 繪圖之步驟.....	26
第三節 製圖之規則.....	27
第四節 統計圖之種類.....	28
第四章 教育統計之地位數量	43

2 教 育 統 計 學

第一節	兩極位數與四分位數	43
第二節	百分位數	47
第三節	百分等級	52
第五章	教育統計之代表量數	61
第一節	集中量數的意義	61
第二節	算術平均數	61
第三節	中數	67
第四節	衆數	76
第五節	幾何平均數	84
第六節	倒數平均數	91
第六章	各種代表量數之比較	97
第一節	優良平均數應具備之條件	97
第二節	各種平均數之特性	97
第三節	各種平均數之比較	100
第七章	教育統計之差異量數	103
第一節	離中差之意義	103
第二節	全距及四分位差	105
第三節	平均差	109
第四節	標準差	114
第五節	相互平均數	123
第八章	各種差異量數之比較	135
第一節	優良差異量數應具備之條件	135
第二節	各種差異量數之特性	135
第三節	各種差異量數之比較	137
第九章	標準分數	139

第一節	標準分數之意義	139
第二節	標準分數之公式與計算方法	139
第三節	標準分數之用途	141
第十章	常態機率曲線	144
第一節	常態機率曲線的意義與原理	144
第二節	常態曲線之公式	151
第三節	常態曲線面積之意義及計算	154
第四節	常態曲線之應用	159
第五節	偏態與峯態	166
第十一章	相關	177
第一節	相關之意義	177
第二節	相關之現象	178
第三節	相關係數	180
第四節	相關係數公式之解釋	181
第五節	相關係數之計算	183
第六節	等級相關法	195
第十二章	迴歸直線與估計標準誤	204
第一節	迴歸直線	204
第二節	估計標準誤	220
第三節	相關係數, 迴歸係數, 及估計標準誤之關係	225
第十三章	統計結果之可靠性	228
第一節	取樣與可靠性	228
第二節	代表量數之可靠性	230
第三節	差異量數之可靠性	240
第四節	相關係數與迴歸係數之可靠性	242

4 教 育 統 計 學

第五節	兩量數之差的可靠性.....	246
第六節	其他量數之可靠性.....	261
第七節	實得分數之可靠性.....	265
第八節	χ^2 測驗(Chi-Square Test).....	266
附表一	隨意亂數表.....	277
附表二	自 1 至2000對數表.....	283
主要參考書		307

教育統計學

第一章 緒 論

第一節 統計學與教育統計學

統計一詞在英文爲 Statistics, 德文爲 Statistik, 法文爲 Statistique。這三個字的來源, 則由拉丁字 Status 變化而來, 而這個拉丁字又含有考察國家政情的意思。此外有謂 Statistics 係從意大利大政治家 Statista 一字脫胎而出。由此可知彼時統計與政治關係之密切, 無怪統計學始祖阿亨窩(Gottfried Achenwall 1719-1772)把統計學之目標, 定爲「國家顯著事實之記載」。稍後, 即有人應用統計方法, 研究人口, 物產, 土地, 財富等。工業革命後, 更把統計方法擴大其用途, 用到工業方面。統計方法應用到教育上, 乃近百餘年的事情。

德國統計學發展最早, 嗣由威美曼(Eimmerman)介紹至英國, 經高爾登(Galton)發明相關之概念, 於是統計學遂發展完善。其後由其弟子皮爾生(K. Pearson)及斯皮爾曼(C. Spearman)復發明相關之分析方法, 此外尚有英國統計學家尤爾(G. U. Yule)亦曾提出相關分析方法多種, 使得統計分析方法之體系更趨完備。因此, 吾人常稱英國爲研究統計學最有成績之國家。美國最早研究統計者爲卡推爾(Cattell), 其次爲桑戴克(Thorndike), 他如凱雷(Kelley), 羅格(Rugg)和賀林格(Hallinger)均爲一時有名之統計學家。

統計發展後, 各方面應用甚廣, 在自然科學方面有生物統計, 數理

2 教育統計學

統計等。在社會科學方面有經濟統計，人口統計，農業統計和教育統計。但是應用最廣者在經濟方面，自統計被用到教育研究法之後，教育學的科學的基礎，始奠定穩固。教育研究方面關於實際的部分，大都靠統計來整理，如教育經費，教育調查，教育實驗，教育與心理測驗等，尤其在測驗方面，更不能離開統計法而可完成其研究。故測驗與統計常聯合用之為書名。

第二節 教育統計學之意義與目的

統計的使用最初儘及於國家政事的研究，嗣後擴大到社會與自然現象方面，於是涵義遂廣。早期的統計祇應用均數與差數，迨高爾登，皮爾生等發明相關原理與公式後，不特統計的範圍擴大，統計的意義也隨之而變廣了。

欲知教育統計學之意義，當先明瞭統計學之意義；關於統計學之意義，各家有各家之說法，如英人鮑來(A. U. Bowley)稱統計為計算平均數之學。美人雷翁(S. Leon)以計數之學作為統計學之定義。其實數學才是研究計數的科學，桑戴克則以統計學為測量天下萬物之狀況及其差異並相關之方法，其意義較為明確。金氏(King)云，統計學者用計數或估量以數字表示社會或自然現象之動態或靜態，並分析其數字間關係之學也。

至於教育統計學之定義，有謂以統計方法研究教育問題之學科，有謂是運用統計學所發明的公式，來解釋教育現象的一種科學方法之學科。如根據統計學之意義，加以詳細解釋可以說教育統計學，乃應用統計方法研究教育現象之量的一般情形與差異狀況及其相關程度之科學也。

教育統計即是應用統計的方法於教育上，心理上。統計的資料就是

數字，將這些數字的資料加以整理，分析，以爲此種資料之解釋，而明瞭在教育上，心理學上的意義。資料的整理分析稱爲統計的方法。故其目的有下面三種：

1. 組織整理數字資料：就是以整理分析數字資料，因爲原始資料，並沒有任何顯著意義。所謂原始資料，就是從調查或測驗所得的數字資料，將原始資料加以分類整理。如按地區分，年齡分，性別分，然後再加以分析。

2. 從取樣所得的結果推斷全體的情形：取樣(Sampling)就是在調查的對象中抽取若干爲調查的對象，以作統計的資料，由這些資料，分析的解釋，可以推斷全體的情形。這種推斷的結果，是否正確，則須視取樣是否具備了一般的通性，同時需要明白的，就是這個結果是一種真正的近似，近似的程度，即爲統計結果的可靠性，正確性。

3. 研究兩種以上物質間的關係：兩種以上的物質之間，有正關係，有負關係或有關係或無關係，其關係或高或低。欲明瞭其間的關係如何，實有賴於統計。如智力與學業，其關係如何，只有由統計方法，才能獲得正確的了解。

第三節 教育統計學之重要

有人謂統計學是科學的科學(Science of Sciences)由此推之，教育統計學也可以說是教育科學的科學。這就可以看出教育統計學的重要了。

教育方面關於數量的材料，都是要應用教育統計方法來處理，計算方知其結果。教育統計圖表在教育行政與學校行政方面已普遍的被用來表示某些現象與結果；平均法與求差法在學生成績考核方面應用的很多，如加權總平均的方法，成績的集中趨勢，程度差異的比較等。而相

關的用處更大，如學業成績與操行成績的相關；體育分數與學業分數的相關，學科成績間的相關，在校成績與升學成績的相關，畢業成績與就業成績的相關等。測驗的正確與可靠性的決定更非應用相關方法不可。由上面看來，教育統計學不僅為教育與學校行政人員所必須研究，就是每一個做教師的也應知道教育統計；從事教育研究與調查工作的人，尤為不可少之工具，研究測驗的人更要懂得教育統計，否則人家發表測驗的結果不能了解，自己從事測驗更不能完成美滿工作。我國故心理學家艾偉先生說：「從事教育的人，若不懂得教育統計，不能稱為教育科學家。」這更可證明教育統計的重要了。

第四節 教育統計學之原理

教育統計的材料，有廣狹的區分，狹的方面如一班學生成績的統計，材料有限，應用統計方法來處理毫無問題。反之，如以全國小學一年級學生成績的統計，材料很多，欲一一計算，事實上不許可，於是乃有抽樣的辦法，所謂抽樣，就是從全體中抽出一部份作為研究之標準，而所抽出的一部份又足以代表全體的樣子。據統計學家研究的結果，從一大羣中任意選擇一小部份，差不多可以保持全部的特性，這就叫做「統計常態之法則」(Law of Statistical Regularity)。

有時為了實驗的需要，要有相同的兩個樣子，如某科教學法的實驗，於是不得不多抽一個樣子；倘使要有二個相等的樣子，當然可從全體中再抽出一個樣子，這二個抽樣所得的結果，彼此是差不多的。因為自一大羣中任意抽出之一部既能代表全體，那麼由此一大羣中抽出之其他一部自當與第一部相似，在第一個抽樣中所表現出的幾項特性，而在第二個抽樣中吾人亦可預期發見此特性之幾項，此即所謂「小數永存之法則」(Permanence of Small Numbers)。此一法則乃由統計常態之

法則脫胎而來。從大羣中抽出之各小部份因常保持其恆性，同時大羣之本身若不受特殊的外界原因的影響，亦常有其恆性，如全國兒童身高體重的統計，若兒童環境不受意外的影響，則每年統計的結果常得相似之數量，這就叫做「大量恆性法則」(Inertia of Large Numbers)。智力測驗用紙之所以能長久使用而不須改訂的道理，就是因為人類的智慧是保持其恆性的。

第五節 變量與抽樣

一、品質與變量：統計的材料，有些為品質的量，有些為變量的量。如調查教師已婚與未婚的人數，學生的成績及格與不及格的人數等，有此品質者為一類，無此者另為一類，兩者截為二物，各不相關，如有與無，善與惡等。此種統計的數字均屬於品質的(Attributes)量。舉一種品質，可以不斷的分級，由少而多，由淺而深，如將溫度和智慧，分為無窮等級是，以及調查教師的待遇等級，這種具有同一特質而可以分為若干組者稱為變量(Variable)的量。

二、變量的種類：普通量數可分繼續數系與間斷數系二大類。在教育與心理測驗所得的量數，其大半均屬於繼續數系(Continuous Series)。繼續數系者，即變量之任何兩數值間，均可想像有無限之數值介於其間，也就是說凡事實可作無窮精微測量的，所得的數值屬於繼續數系。它是由最小至最大的數字間，任何一數字均有其意義。如學生成績由「0-100」，其中任何一數字，如 43, 44.5, 67.9 等，均能表示學生成績之程度；又如身高，體重，任何兩人的身長，體重之間，均可能有無數人的身長，體重介於其間，這些均為繼續數系。

雖然說教育與心理學上的事實，大都屬於繼續數系，但也有不屬於繼續數系者，如教員薪水表，其排列可由每月 1200 元至 2500 元，而以

元爲單位，但決無有教員之薪水是 1,253.25 元。又如某校每班學童之平均數，算學上或爲 48.52 個，但實際上 48 與 49 之間，必有一間斷。此種數系，稱曰間斷數系 (Discrete Series)。所以凡事實不能作無窮精微測量的，所得的數值，即是間斷數系。如車三輛，屋三座，人五個，這些數不能再爲細分，更不能容有小數存在。

三、隨機抽樣 (Random Sampling)：統計材料的來源，係由於取樣，故取樣很能影響統計材料的正確性。取樣即是在全體中選擇樣本，所以樣本即代表全體，它應該是具體而微的，如某一社會中年齡的分配爲 50 歲以上的佔 20%，15-49 歲的佔 50%，15 歲以下的佔 30%，這些百分比即代表全體人數年齡分配情形。因此樣本應具有全體的要素。不作任何有目的地選擇，用純粹偶然之方法抽取個體，使全體中之每一個體，皆有同樣被抽出之機會。所以取樣應具有隨機的方法，就稱曰隨機取樣。隨機取樣的技術有三種如下：

1. 每間隔若干選取一個：如調查臺灣省國民小學某年級學生成績，現有國民小學爲 12,000 所，假定欲取樣 20%，即取 2,400 所，於是先將學校編號，每 20 所學校取一所，編號後隨意從 (1-10) 的號碼籤中抽一號碼，如爲 6 即所取樣的學校爲編號上的 6, 26, 46, 66, ……等。故依此法選取者當爲一隨機樣本。

2. 利用錐形全體：仍依前面的 12,000 學校爲例，第一步也是先將 12,000 所學校編號。第二步將 12,000 個號碼寫在大小相同的卡片上。這 12,000 個有號碼的卡片，就是代表 12,000 所學校。第三步將這 12,000 張卡片澈底洗亂，然後隨手抽出 2,400 張卡片，即得 2,400 個號碼。與此等號碼相同的學校，即爲所選取之樣本，亦即調查之對象。

3. 利用隨機號碼表：現代最簡便最進步的隨機抽樣方法，爲利用隨機號碼表 (Table of Random Numbers)。此種表內之數字，排列的非

常凌亂，係依據機遇化之法則編製者。最早之隨機號碼表為 1927 年英國 Tippet 所編。其後 Fisher 與 Yates 於 1938 年，Kendall 與 Smith 於 1939 年，H. Burke Horton 於 1949 年，均續有編製。茲將 Kendall 與 Smith 所編之 15,000 字隨機號碼表第一面的開首 200 個數字轉錄於下（表 1-1），並將 Fisher-Yates 之亂數表附於書末，以供參考。

Table: (1-1)

Kendall & Smith Table of random numbers

23	15	75	48	59	01	83	72	59	93	76	24	97	08	86	95	23	03	67	44
05	54	55	50	43	10	53	74	35	08	90	61	18	37	44	10	96	22	13	43
14	89	16	03	50	32	40	43	62	23	50	05	10	03	22	11	54	38	08	34
38	97	67	49	51	94	05	17	58	53	78	80	59	01	94	32	42	87	16	95
97	31	26	17	18	99	75	53	08	70	94	25	12	58	41	54	89	21	05	13

此種表內共包含十萬個數字。排列時分為每兩個一小組，每四個（即平排相鄰的兩小組）一大組。但應用時並不受此種排列法之限制，可用作兩位或四位數的號碼，亦可用作三位或五位數的號碼。

國立臺灣師範大學五十七年在學學生總人數為 5068 人。如要在此等學生中，隨機抽選二十人為樣本，第一步工作將全校學生編號，自 0001 號起至 5068 號止；即每個學生有一個號碼。第二步工作為利用隨機號碼表，在此 5068 個號碼中隨機抽出二十個號碼。吾人可任意翻開隨機號碼表的一面，由左而右或由上而下取出二十個號碼。表內號碼大於 5068 者則摒棄不用。設所翻開者為 Kendall 與 Smith 表之第一面（見表 1-1），則由左向右看去，所取之二十個號碼為：