主编：万君康
刘伯伦

现代管理的有效方法

武汉工学院系统工程教研室

现代管理的有效方法

主　编　万君康
刘伯伦

武汉工学院系统工程教研室

前　言

科学技术、教育、管理是现代文明的三鼎足。实现工业、农业、国防和科学技术的现代化，必然要求与之相适应的管理机构、方法和手段现代化。否则，先进的技术设备就难以发挥作用。

管理方法的现代化是管理现代化的重要组成部分。随着科学技术的进步和“四化”建设的发展，我国工业企业的管理体制和管理手段，都将和正在发生的大变化，向管理现代化的方面转化。这一新的形势，为管理方法的现代化提供了一定的前提条件，同时也对管理方法的现代化提出了更高的要求。

管理方法现代化的内容很多，适用的条件和环境也不同。国家经委从我国的国情出发，总结近几年一些企业的实践经验，提出和推荐了一系列有效的管理方法。为了满足广大读者和管理人员学习的需要，我们根据近年来教学的体会，编写了这本《现代管理的有效方法》讲义，作为向国庆三十五周年的献礼。

全书内容包括：线性代数、概率论与数理统计基础、线性规划、投入——产出分析、ＡＢＣ分析法、价值工程、量本利分析、资金运动的时间因素、存储论、滚动计划、设备更新、系统工程等十二个专题。

编写时，我们本着理论联系实际的原则，在简要阐明基本原理的同时，结合我国的实际，着重于介绍方法的应用。为了帮助读者加深理解和方便应用，在部分内容后面还附有一些实例、练习和计算机程序。这对各类管理人员和大专院校管理师生都有一定的参考价值。

全书由万君康、刘伯伦主持编写，参加编写的有：詹明清（1、2讲）、熊伟（3、12讲）、刘伯伦（5、11讲）、万君康（7讲）、张武农（6、4讲）、杨青（9、10讲）、晏敬东（8讲）。在编写、印刷和发行过程中，还得到了麦惠仪、李赤林、代能山、陶中开等同志的支持和帮助，在此深表谢意。

由于现代管理的方法本身还不十分完善和成熟，加之我们的水平有限，又缺乏一定的实践经验，编写和印刷的时间仓促，因而谬误之处一定不少，敬请读者批评指正，以利进一步修改和完善、

编　者

1984、10

目　　录

第一讲　线性代数基础

§1—1 矩阵的基本概念和类型

一、什么是矩阵

简单地说，矩阵就是一张抽象化了的数表。比如：

表 1—1

销地＼产地	A	B	C	D
甲	1.5	2	0.3	3
乙	7	0.8	1.4	2
丙	1.2	0.3	2	2.5

单位：百公里

这张表给出了产地至销地的距离情况，这里的 3×4 个数就组成了一个矩阵，通常记作：

$$\begin{pmatrix} 1.5 & 2 & 0.3 & 3 \\ 7 & 0.8 & 1.4 & 2 \\ 112 & 0.3 & 2 & 2.5 \end{pmatrix}$$

又比如线性方程组：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_3 = 4 \\ 4x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

的系数也能构成如下的矩阵：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

通过以上两个例子说明，用矩阵来表达具有某种实际意义的数表，使问题数量特征显得更简单了，并且形式整齐，便于加工处理。

二、矩阵的几个术语

一个一般形式的矩阵是：

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

它的横排叫“行”，竖排叫“列”，上面这个矩阵是n行m列的矩阵，它一共有$n\times m$个数，这每个数称为矩阵的“元素”。元素a_{11}位于第一行第一列，元素a_{12}位于第一行第二列，……元素a_{nm}位于第n行第m列。

一般地a_{ij}位于第i行第j列。

这种一般形式的矩阵还有更简单的表示方法：

$$(a_{ij})_{n\times m} \quad 或 \quad A$$

三、矩阵的类型

1、行矩阵

只有一行的矩阵叫行矩阵，如

$$(2,\ -1,\ 4,\ 7)$$

就是一个行矩阵，有时也称为“行向量”。

2、列矩阵

只有一列的矩阵叫列矩阵，有时也称为“列向量”。

3、方阵

行数与列数相等的矩阵称为方阵。如：

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

就是一个方阵，方阵的行数（或列数）称为方阵的阶，上述方阵是一个三阶方阵。

4、单位阵

形如

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

的矩阵称为一个四阶单位阵。是单位阵一定是一个方阵。

从方阵的左上角至右下角的一条连线称为方阵的主对角线，单位阵的特点是位于主对角线上的元素都是1，其余所有元素为0。

5、上三角阵

形如

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ O & & \ddots & \vdots \\ & & & a_{nn} \end{pmatrix}$$

的矩阵称为上三角阵，它的特点是主对角线以下所有元素皆为0，至于在主对角线上或主对角线以上部分的元素是否为0末有限制。显然，上三角阵也是一种特殊的方阵。

6、转置矩阵

设有矩阵A，把A的行列位置交换就形成了A的转置 矩阵，并 把 它 记为A′（或A'）

例如：设

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 9 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

则 $A'=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 7 & 9 & -1 \end{pmatrix}$

7、对称矩阵

设一个矩阵A为一方阵，并且A满足条件

$$A=A'$$

则称A为一对称矩阵。

事实上满足A＝A′的矩阵亦必为一方阵。

例如：

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

就是一个对称阵

§1—2 矩阵的加法、减法和数乘运算

一、矩阵的加减运算：

只有当两个矩阵的行数相等、列数也相等时才能进行加法或减法运算。两个矩阵相加的规则是将它们的对应元素加起来，例如：

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 6 & 3 & 6 \\ -4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

二、矩阵的减法运算：

当两个矩阵的行数、列数相等时，两个矩阵相减就等于它们的对应元素相减。例如：

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

三、矩阵的数乘运算：

任何一个矩阵可以与一个数K相乘，这叫矩阵的数乘运算，其规则是将矩阵的每一个元素都乘以这个数。例如：

$$3 \times \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 0 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 18 \\ -3 & 0 \\ 6 & 21 \end{pmatrix}$$

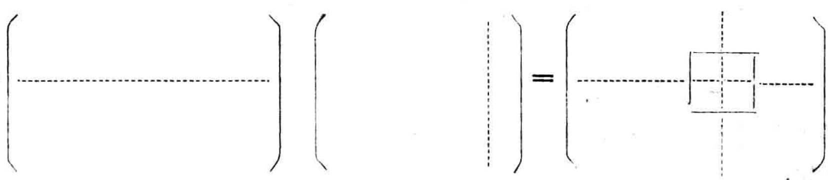
§ 1—3 矩阵的乘法运算

一、矩阵的乘法

两个矩阵可以相乘，写在左边的一个矩阵叫左乘矩阵，写在右 边的一个 矩阵 叫右乘矩阵，规定只有当左乘矩阵的列数等于右乘矩阵的行数时，这两个矩阵才能够相乘。

在相乘时，左乘矩阵的第i行与右乘矩阵的第j列的元素对应相乘再相加就得到乘积矩阵的第i行第j行的元素。（如图 1—1 所示）

左乘矩阵 的 第i行



右乘矩阵的第j列

得到乘积矩阵的第 i 行第j列元素

图 1—1

例如：

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 0 & -1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\times4+3\times1+7\times2 & 2\times0+3\times4+7\times3 \\ 0\times4+(-1)\times1+6\times2 & 0\times0+(-1)\times4+6\times3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 33 \\ 11 & 14 \end{pmatrix}$$

二、矩阵乘法运算性质

设A，B，C为矩阵，并假定在下面的各种运算中，它的行列数都是适宜的。现在不加证明地简述几个运算性质：

$$A(B \pm C) = AB \pm AC \qquad (1—1)$$

$$(B \pm C)A = BA \pm CA \qquad (1—2)$$

$$(AB)C = A(BC) = ABC \qquad (1—3)$$

$$(AB)' = B'A' \qquad (1—4)$$

$$IA = A,\ BI = B \qquad (1—5)$$

在（1—5）式中I表示一个单位矩阵。

顺便指出：矩阵运算不成立 $AB=BA$。

三、矩阵乘法举例

例1—1，试计算以下矩阵乘法：

$$(1)\begin{pmatrix}3 & 0 & -1\\ 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 1\\ 1 & 0\\ -2 & 2\end{pmatrix}$$

$$(2)\begin{pmatrix}3 & 0 & -1\\ 1 & -1 & 2\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$$

$$(3)\ (3\ \ 1\ \ -1)\begin{pmatrix}4\\ 2\\ 5\end{pmatrix}$$

解：（1）

$$原式=\begin{pmatrix}14 & 1\\ -1 & 5\\ -4 & 4\end{pmatrix}$$

（2）

$$原式=\begin{pmatrix}11\\ 4\\ 2\end{pmatrix}$$

（3）

原式＝（9）

最后一问的结果是一个 1×1 阶的方阵，一般说来矩阵和数是两个 概念，但 对 于一个 1×1 阶的方阵，在它脱离了矩阵运算的时候，我们就可以把它当作一个数看待。

例1—2、试用矩阵乘法的形式表达线性方程组：

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1m}x_m=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2m}x_m=b_2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nm}x_m=b_n\end{cases}\tag{1—6}$$

解、原式可写作：

$$\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ \vdots\\ x_m\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1\\ b_2\\ \vdots\\ b_n\end{pmatrix}\tag{1—7}$$

更简单地可以记为：

$$AX=B \tag{1—8}$$

其中
$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$ 称为系数矩阵

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$$ 称为未知数列

$$B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$ 称为常数项列

例1—3、设

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

试计算： $(A+B)^2-(A^2+2AB+B^2)$

解：$\because (A+B)^2=(A+B)(A+B)=(A+B)A+(A+B)B$
$$=A^2+BA+AB+B^2$$

$\therefore$ 原式$=BA-AB$

$$BA=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & 11 & 9 \\ 0 & -6 & 0 \\ 6 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 \\ 6 & 8 & 4 \\ -1 & 11 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{原式}=BA-AB=\begin{pmatrix} 7 & 11 & 9 \\ 0 & -6 & 0 \\ 6 & 6 & 8 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 \\ 6 & 8 & 4 \\ -1 & 11 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 & 4 & 7 \\ -6 & -14 & -4 \\ 7 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

§1—4 矩阵的逆

在初等代数中，一个数（不为0）与它的倒数相乘等于1，在矩阵中，单位矩阵就类似

于单位1的作用，而矩阵的逆就类似于倒数的作用。

设A为一方阵，如果存在另一方阵B与它相乘恰等于单位矩阵I，即有：

$$AB = I \qquad (1-9)$$

则称B是A的逆矩阵。并且说A存在逆。

可以证明当$AB=I$时，必有$BA=I$，因此，当B是A的逆时，A也一定是B的逆。

通常把A的逆又记为A^{-1}。

至于如何求出一个矩阵的逆矩阵，我们放到§1—7再叙述，现在我们将逆矩阵的概念用于（1—8）式，当然假定A^{-1}是存在的。

以A^{-1}左乘以（1—8）两边得

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

∵ $A^{-1}A=I$且 $IX=X$　　故上式即

$$X = A^{-1}B \qquad (1-10)$$

这就是线性方程组的解的逆矩阵表达形式。

最后不加证明地给出一个求逆的重要性质：

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \qquad (1-11)$$

例1—4、验证矩阵B是A的逆，已知

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

解：∵ $AB=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

∴ B是A的逆。

§1—5　矩阵的初等变换

矩阵具有一种特殊形式的运算，就是对矩阵的初等变换．初等变换又分行和列两种。

一、矩阵的行的初等变换

对一个矩阵的行施行以下三种变换：

1°用一个非零数乘于某一行；

2°把一行的倍数加到另一行上；　　（1—12）

3°互换两行的位置；

无论是一种或几种，无论是进行一次或反复多次就叫做对矩阵的行初等变换。

二、矩阵的列的初等变换

对于一个矩阵的列施行以下三种变换：

1° 用一个非零数乘于某一列；

2° 把一列的倍数加到另一列上；　　　　　　　　　　　　　　　　(1—13)

3° 互换两列的位置。

就叫做对矩阵的列的初等变换。

往往根据问题的性质采取行的初等变换或是采取列的初等变换，或是同时采取这两种变换。但是最有用的是矩阵的行初等变换。

三、利用行初等变换解线性方程组

设有线性方程组

$$AX = B$$

由A与B拼成的矩阵（A，B）称为$AX=B$的增广矩阵。这里不妨设A为方阵。

在初等代数中，用加减消元法的过程就是对其增广矩阵施行行初等变换的过程，也就是说，对增广矩阵的行初等变换就是对线性方程组的恒等变形。

如能将增广矩阵（A，B）通过行初等变换变成（I，B^*），于是$AX=B$就恒等变换为：

$$\begin{cases} x_1 & & & = b_1^* \\ & x_2 & & = b_2^* \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & x_n = b_n^* \end{cases}$$

从而就达到了求解方程组的目的。

例1—5、利用对增广阵的行初等变换求解下列方程组：

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2-x_3=4 \\ x_1-x_2+2x_3=5 \\ -2x_1+x_2-x_3=-3 \end{cases}$$

解：

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ -2 & 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \times 2$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix} \times(-3) \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 5 & -7 & -11 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 5 & -1 & -11 \\ 0 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix} \times 5 \quad \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & 24 \\ 0 & -1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 24 \end{pmatrix} \times(-1) \times\frac{1}{8} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \times 3 \quad \times 1$$

$$\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&1\\0&1&0&2\\0&0&1&3\end{pmatrix}$$

旁边的记号表示对它进行哪一种行初等变换的批注，而箭头"→"表示变换。从变换结果可知原方程组的解是：

$$x_1=1,\ x_2=2,\ x_3=3。$$

例1—6、利用对增广阵的行初等变换求解线性方程组：

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3=1\\2x_1-3x_2+x_3=0\\4x_1+x_2-x_3=-1\end{cases}$$

解：
$$\begin{pmatrix}1&2&-1&1\\2&-3&1&0\\4&1&-1&-1\end{pmatrix}\begin{matrix}\times(-2)\quad\times(-4)\end{matrix}$$

$$\rightarrow\begin{pmatrix}1&2&-1&1\\0&-7&3&-2\\0&-7&3&-5\end{pmatrix}\times(-1)\rightarrow\begin{pmatrix}1&2&-1&1\\0&-7&3&-2\\0&0&0&-3\end{pmatrix}$$

可见原方程组经过恒等变形之后转化成一个矛盾方程组，因此原方程组无解。

§1—6顺序高斯消元法求解线性方程组的BASIC程序

设AX＝B中A为方阵，且它的逆存在，进一步再假定在进行行变换中A的主对角元素都不为0，这时AX＝B的求解就可像例1—4那样，而且是按顺序地通过行的初等变换将增广矩阵变形为：

$$(A,\ B)\xrightarrow[\text{行的初等变换}]{}(I,\ B^{*})\qquad(1—14)$$

从而达到求解方程组的目的，这个方法就称为顺序高斯消元法。

"顺序"的含义是指：先将A的第一行的第1个元素变成"1"，同时将"1"以下各元素变为0；当然这会导致整个增广矩阵都要起变化。接下去是第二行的第2个元素变为"1"，……。直至第N行的第N个元素变为"1"。

下面再用图1—2来说明变换的一般方法。

假定AX＝B的增广矩阵(A，B)是一个n行n×1列的矩阵，并且也记作A，现在对它进行行初等变换已经把它的前面K－1列变成了所要求的样子，接下去就要使它的第K列也变成在a_{KK}处为1，在a_{KK}的上面，下面诸元素都是0的样子，我们来分析一下是如何变化的。

首先我们仔细观察图1—2，这时的增广矩阵可划分为这样几部分：

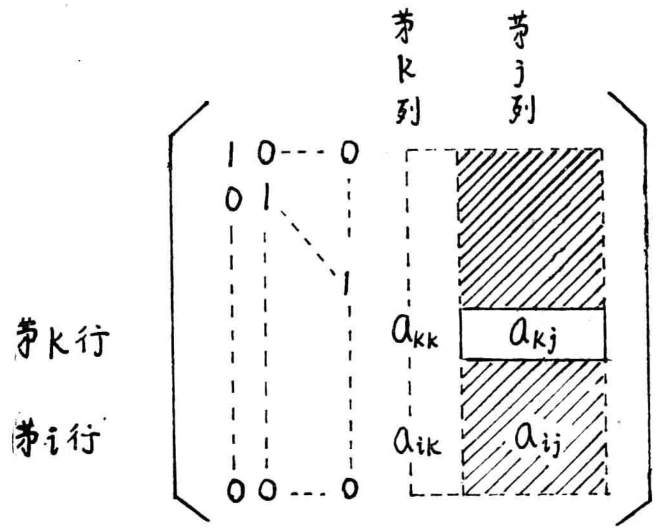


图1—2

（1）前K－1列，已经变好了；

（2）第K列；

（3）第K＋1至N＋1列；

在第（3）部分中又包括着两部分：第K行和其余各行（后者用 斜线 条标 注）这两小部分都在图1—2中写出了一个代表性的元素，第K行的代表元素是a_{Kj}，其余 各 行的代表元素是a_{ij}。

我们已经知道一定要把第K列的a_{KK}变为1，然后再把第K列的其余元素 变为0，所以问题就集中在第(3)部分的两个小部分的各元素将分别变成什么？

1°第(3)部分的第K行元素可用

$$a_{Kj} \qquad (j=K+1,\ K+2,\ \cdots N+1)$$

描述，它们应当变成：a_{Kj}/a_{KK} （1—15）

2°第(3)部分的除K以外的各行元素可用

$$a_{ij} \qquad \begin{pmatrix} i=1,\ 2,\ \cdots N\text{但}i\neq k \\ j=k+1,\ k+2,\ \cdots N+1 \end{pmatrix}$$

描述，它们应当变成：

$$a_{ij}-a_{iK}\cdot a_{Kj}/a_{KK} \qquad (1—16)$$

如果a_{Kj}已经作了除以a_{KK}的变化，并且仍旧记为a_{Kj}时，那么上式应当写作：

$$a_{ij}-a_{iK}\cdot a_{Kj} \qquad (1—17)$$

综合（1—15）（1—17）就是顺序高斯消元法求解线性方程组的主要公式，要特别注意的是（1—15）的运算在前，然后再计算（1—17）。

下面是APPLESOFT的BASIC程序清单，程序中所计算的例子是一个 3阶的线性方程组：

$$\begin{pmatrix}2&3&1\\1&1&1\\1&-1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\4\\-2\end{pmatrix}$$

如果解其他方程组，请自行修改第10行，如要求解10阶以上的方程组，请再加上维语句。

```
5   REM*******AX=B*******
10  N=3: DATA 2,3,1,9,1,1,1,4,1,-1,-1,-2
20  FOR I=1 TO N: FOR J=1 TO N+1
30  READ A(I,J): NEXT J,I
50  FOR K=I TON
60  FOR J=K+1 TON+1: A(K,J)=A(K,J)/A(K,K): NEXT
70  FOR I=1 TON: IF I=K GOTO 90
80  FOR J=K+1 TON+1: A(I,J)=A(I,J)-A(I,K)*(K,J): NEXT
90  NEXT I,K
100 FOR I=1 TO N: PRINT "X(";"I)="; A(I,N+I): NEXT
```

§1—7 利用行的初等变换求矩阵的逆

设A是一个有逆存在的方阵，I是与A同阶单位阵，可以证明如下的结论：

$$(A,\ I)\xrightarrow[\text{行初等变换}]{}(I,B) \qquad (1—18)$$

这时B就一定是A的逆。

例1—5、用行初等变换方法求

$$A=\begin{pmatrix}2&2&3\\1&-1&0\\-1&2&1\end{pmatrix}$$

的逆矩阵（参见例1—3）

解：

$$\begin{pmatrix}2&2&3&1&0&0\\1&-1&0&0&1&0\\-1&2&1&0&0&1\end{pmatrix}\begin{matrix}\times(-2)\\ \\ \times 1\end{matrix}\to\begin{pmatrix}0&4&3&1&-2&0\\1&-1&0&0&1&0\\0&1&1&0&1&1\end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}1&-1&0&0&1&0\\0&4&3&1&-2&0\\0&1&1&0&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&-1&0&0&1&0\\0&1&1&0&1&1\\0&4&3&1&-2&0\end{pmatrix}\begin{matrix}\times 1\\ \times(-4)\\ \end{matrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}1&0&1&0&2&1\\0&1&1&0&1&1\\0&0&-1&1&-6&-4\end{pmatrix}\begin{matrix}\\ \\ \times 1\ \ \times 1\end{matrix}$$