温特渥斯

平面幾何學

桂林
馬君武譯

科學會編譯部出版
商務印書館發行

溫特渥斯

平面幾何學

桂林

馬君武譯

科學會編譯部出版
商務印書館發行

務印書館

中華民國十一年九月五版

溫特渥斯
平面幾何學
一　冊

每册定價大洋
壹元 五角
外埠酌加運費匯費

溫特渥斯

翻譯者　桂林馬君武

發行者　科學會編輯部

印刷所　上海北河南路北首寶山路
商務印書館

總發行所　上海棋盤街中市
商務印書館

八九六五目

分售處　北京天津保定奉天吉林龍江濟南太原開封鄭州
西安南京杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口長沙常德
衡州成都重慶瀘縣福州廣州潮州香港梧州雲南
貴陽張家口新嘉坡
商務印書分館

溫特渥斯

平面幾何目錄

序言……………………………………………… 1.

釋名……………………………………………… 4.

公理……………………………………………… 6.

記號及略號……………………………………… 7.

第一書　直線圖………………………………… 8.

界說……………………………………………… 8.

直線……………………………………………… 9.

平面角…………………………………………… 10.

諸角廣義………………………………………… 13.

角之單位………………………………………… 14.

垂線及斜線……………………………………… 17.

平行線…………………………………………… 26.

三角……………………………………………… 33.

點軌……………………………………………… 49.

四邊形…………………………………………… 53.

多邊形 ……………………………………………… 64.
對稱形 ……………………………………………… 68.
例題 ………………………………………………… 72.
證題法 ……………………………………………… 74.

第二書　圓 ………………………………………… 92.

界說 ………………………………………………… 92.
弧　弦　切線 ……………………………………… 95.
量度法 ……………………………………………… 112.
界限論 ……………………………………………… 114.
量角法 ……………………………………………… 122.
第二書　問題 ……………………………………… 131.
作圖問題 …………………………………………… 137.
題解法 ……………………………………………… 154.
例題 ………………………………………………… 157.

第三書　比例　相似形 …………………………… 167.

比例論 ……………………………………………… 167.
相似多邊形 ………………………………………… 182.
例題 ………………………………………………… 195.

圖之數實……197.
例題……208.
作圖問題……211.
例題……218.

第四書　多邊形面積……228.

多邊形之面積……228.
多邊形之比較……237.
例題……240.
作圖問題……243.
例題……259.

第五書　有法多邊形及圓……264.

有法多邊形及圓……264.
作圖問題……281.
極大及極小度……290.
例題……298.

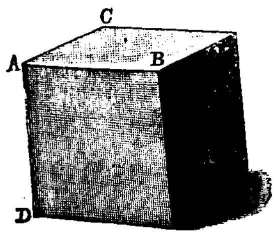
温特渥斯

平面幾何學

序　言

1. 將木塊或石塊切之如第一圖之形。則得六个平面。

第一圖



木塊之每方四面Surface。若將此等面磨平之。則各面皆有側邊。而與此面相切。曰**平面**。

2. 其任何二面之界曰**線**。

3. 其任何三線之界曰**點**。

4. 此木塊有三主向。

由左至右。　如 A 至 B

由前至後。　如 A 至 C

由上至下。　如 A 至 D

是爲木塊之度界Dimension。曰**長界**。**闊界厚界**。

5. 立體Solid者。常意爲一有限部位以物質之之

謂。但幾何學則無論此物之組織如何，惟論其形狀及體度而已。幾何學所謂立體。即論有限部位之可以實物占據之者是也。

幾何的立體乃部位之有限者。

6.　立體之面。爲此立體之定界。而使其與其旁之部位相離。

面者。不成立體而無厚界者也。故一面只有兩度界。即長界及濶界。

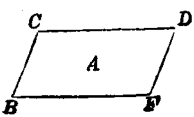
7.　線爲面之定界。或兩面之交界。因面無厚界。故線無厚界。且因線無面部。故無濶界。而一線只有一度界即長界。

8.　一點爲線之極端。或兩線之交界。故點無厚界濶界及長界。即無純值。而一點無度界。惟單以指一位置而已。

9.　凡幾何學所謂點線面體者。皆純爲意想的。不可不知。有如畫線於紙或黑板。皆有濶界及厚界。則非眞線矣。然可想其爲代表眞線之無濶界無厚界者。

10.　一點以一字母表之。如 A。一線以二字母表之。如 B F。一面以界之諸線表之。如 B C D F

第二圖



一體以諸面之界之者表之。

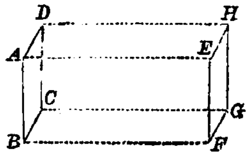
11. 一點不可以線形容之。

12. 若一點依位而移。其路成一線。一線不可以面形容之。

13. 若一線依位而移。可生一面。一面不可以體形容之。

14. 若一面依位而移。可得一體。如第三圖 ABCD 向左移至 EFGH 其 A, B, C, D 諸點生 AE, BF, CG, DH 諸線。其 AB, BC, CD, DA, 諸線各生 AF, BG, CH, DE 各面。而 ABCD 生 AG 體。

第三圖



15. 幾何學乃論位置形狀及大小之科學也。

16. 聚合點線面體。為幾何圖。

17. 平面幾何 Plane geometry 論圖之一切諸點在一同平面內者。

立體幾何 Solid geometry 論圖之一切諸點不在一平面內者。

釋名

18. 證者。據理以討論任何事題之眞僞也。

19. 公理者。事題之不待證而明者也。

20. 定理 Theorem 者。事題之因證而明者也。

21. 構圖 Construction 者。以點線表所求之圖也。

22. 假定 Postulate 者。構圖之假定其可能者也。

23. 推問 Problem 者。乃作圖以求與一定之狀態相適合者也。

24. 命題。爲一公理·一定理·一假設·或一問題。

25. 系言 Corollary 者。乃易自一既知之眞理以得他眞理之謂也。

26. 特記 Scholium 者。乃對一命題之特別形狀而記之者也。

27. 解釋命題有四部。

1 分析 analysis。據思索以發見所求圖之構造。

2 圖之構造。以規矩爲之。

3 證據。所以明此圖之適合一切。

界限之辨。據此以明解釋之合理。

28. 定理有二部。曰題設即假定爲眞者。曰證結。乃由前題而得其爲眞者。

29. 悖定理。Contradictory of a theorem 若定理爲眞。則此必爲僞。若定理爲僞。則此定理必爲眞。

定理	若A爲B.則C爲D.
悖定理	若A爲B.則C不爲D.

30. 反定理 Opposite of a theorem 命題設及證結皆爲相反。

定理	若A爲B.則C爲D
反定理	若A不爲B。則C不爲D。

31. 逆定理 Converse of a theorem 將題設及證結易位。

定理	若A爲B則C爲D.
逆定理	若C爲D.則A爲B.

32. 逆定理不必常合於理。

如謂各虎皆爲四足獸。爲合理。其逆謂各四足獸皆爲虎。則不合理矣。

33. 若一正命題及其反爲合理。其逆命題亦必合理。且若一正命題及其逆合理。則其反命題亦合理。

有如

1. 若一獸爲虎。則此獸爲四足獸。

2. 若一獸爲非虎。則此獸爲非四足獸。

故得

3. 若一獸爲四足獸。則此獸爲虎。更若 1 及 3 爲眞。則 2 亦當爲眞。

公理

34. 1. 若諸量與同量相等。則彼此相等。

2. 以等量加等量。其和相等。

3. 自等量減等量。其較相等。

4. 以等量加不等量。其和不等。其大者所加之和亦大。若不等量加于不等量。其和依所加之序爲不等。

5. 自不等量減等量。其較不等。若自等量減不等量。其差反所減之序爲不等。

6. 同量之二倍相等。不同量之二倍不相等。

7. 同量之半分相等。不同量之半分不相等。

8. 全量大於其分量。

9. 全量等於其總分量之和。

35. 記號

$>$　大於也。左大於右也。

$<$　小於也。左小於右也。

≎　同値也。

$\therefore$　故也。

$\perp$　垂線也。　　$\perp$s　諸垂線也。

$\parallel$　平行線也。　　$\parallel$s　諸平行線也。

$\angle$　角也。　　$\angle$s　諸角也。

$\triangle$　三角也。　　$\triangle$s　諸三角也。

▱　平行四邊形也。　　▱s　諸平行四邊形也。

$\odot$　平圓也。　　$\odot$s　諸平圓也。

其　$+$, $-$, $\times$, $\div$, $=$　之意如代數。

平面幾何

第一書

直線圖 Rectilinear figures.

界說

36. 直線 A straight line 者。若其兩端置於一方向。則其各分之方向處處相同。 如 A B. A——B

37. 曲線 Curved line 者。其線之諸分無一爲直者如 C D。 C⌒D

38. 折線 Brocken line 者。乃各直線之所作成。如 E F。 E⋀F

(一直線通常稱之爲線。)

39. 平面 Plane surface 者。乃一表面。若於此面中取兩點。以直線聯之。則此線全在此平面中。

40. 曲面 Curved surface 乃一面之無一成平面者。

41. 平面圖 A plane figure 乃一圖。其一切點皆在同平面中。

42. 平面圖之以直線界之者。名直線圖。以曲線界之者。名曲線圖。

43. 圖之形狀同者曰相似 Similar。其形狀不同而大小同者。曰同値。圖之同形狀及同大小者。曰相等。

直線

44. 假定　一直線可引長至無窮。

45. 假定　一直線可自一點至他點。

46. 公理　由此點至彼點。只可畫一直線。故二點定一直線。

47. 系言一　兩直線有二點同。則適合成一直線。

48. 系言二　二直線只能於一點中相交。因如有二點相同。則必相合而不能相交。故兩交線定一點。

49. 公理　一直線爲由一點至他點間最短之線。

50. 界說　二點間之距離。爲連此二點之直線之長。

51. 二點所定之一直線。可設爲延長無限。

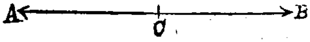
52. 若只論二定點間線之一分。則名分線。

53. 若稱 AB. 乃指分線之以 A 及 B 兩點爲限界者.

54. 一線之由一定點延長者。則此點名線源。

55. 若於一直線 AB 內取任何點 C. 則其二分 CA

第五圖



及 CB 自 C 點觀之爲二反對方向(如第五圖).

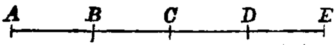
各直線如 AB. 可設爲自任何反對方向而延長者.若自 A 至 B. 以 AB 表之.名 AB 分線.又自 B 至 A. 以 BA 表之.名 BA 分線.

56. 若一與線之大變.即爲其更長或更短.

如第五圖延長 AC. 至 B. 即加 CB. 於 AC. 而 $AB=AC+CB$. 反之自 C 減 AB. 即將 CB 自 AB 減之.而 $AC=AB-CB$.

將一與線增之.如延其本長依序增數倍.則此線爲被乘.其結果曰乘與線.

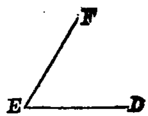
第六圖



如第六圖 $AB=BC=DE$ 則 $AC=2AB$, $AD=3AB$ 及 $AE=4AB$. 故有一定長界之諸線.可以一數加減之或乘之.

平面角

第七圖



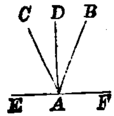
57. 二直線自一同點張開.則成一平面角. ED 及 EF 二線爲二邊.其遇點 E 爲此角之頂(如第七圖)

角之大小.依其二邊張開如何而定.不依其邊之長界

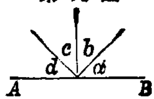
而定。

58. 若一頂只有一角。則此角以其頂之大字母顯之。

第八圖



第九圖



若於同頂有二或二以上之角。則每角以三字母顯之。其中一爲他二者間頂上之一字。如 DAC.(第八圖)乃 AD 及 AC 二邊所成之角。

一角又帶以小字母寫於近角頂及在兩邊之間表之。如第九圖。

59. 虛懸假設。 任何圖可由一處移至他處。而不改其大小及形狀。

60. 試驗二幾何之大小。即試其全體可互相適合否。

有如二直線爲相等。若將任一置於他一。而其極端之二點能適合。

二角爲相等。若將任一置於他一。而其角頂互相適合。且其二者之邊亦互相適合。

61. 一線或面之分幾何之大爲二相等分者。曰此量之平分線或平分面.如第八圖 BAD 及 CAD 二角相等。AD 平分 BAC 角。