

# 应用有限元方法计算后 桥壳的强度和变形

第一机械工业部  
重庆重型汽车研究所

---

编辑出版发行：重庆重型汽车研究所组  
地 址：重 庆 市 双 桥 区  
印 刷：重 庆 市 印 制 第 一 厂  
出 版 时 间：一九七九年十二月三十日

---

本期责任编辑 陈树林 工本费：0.80元

## 内 容 简 介

本文扼要阐述了关于应用现代化计算方法——有限单元法计算汽车桥壳强度及变形的优点、条件、步骤、方法、结果及其评价。其中较为详细地介绍了有关计算载荷的确定、桥壳的载荷工况限制、边界条件的确定、桥壳网格的划分、加载平面中的载荷分布、应用计算机进行计算的过程及其结果、计算结果的评价和所取得的经验与结论。

本文虽篇幅不长，但所述内容对开展应用有限元法计算桥壳的试验研究工作提供了先例和经验，因此，本文具有一定的参考价值。

# 应用有限元方法计算后 桥壳的强度和变形

东德 K.Dirlam

汽车的后桥壳是研制过程中经常或多或少地要作内容广泛的强度和变形计算的典型零件。然而应用古典方法计算变断面系数的弯曲承载梁时，只能确定一些选定的几何部位的强度和变形数值的平均值。

现在有了有限元方法 (FEM)，人们就有了一种非常现代化的计算方法。利用这种方法，在一定的前提条件下，首次有可能计算一些特定零件的几乎所有感兴趣的几何部位产生的应力和变形。因此可以用多次改变结构的办法，使零件尺寸适应最佳的应力分布，从而在结构设计阶段就达到积极节约材料的目的。

以东德WTZ汽车制造厂中一个集体的智慧，摸索出了应用有限元方法计算后桥壳强度和变形的经验。必要的准备和计算费用当然是相当高的，并且对研制小组的技术能力也提出了很高的要求。下面的应用实例将表明，为了应用有限元方法，设计师必须使用哪些输入数据，和应当如何准备这些数据。这个实例还将说明怎样最合理地评价和解释计算结果。建立被计算零件的计算模型（网格划分，确定边界条件和载荷条件）必须在有限元专家和设计师的密切配合下进行，而有限元程序输入数据的准备工作可以由有限元专家单独进行（也可参看文献 [1]、[2]、[3]、[4]）。在应用有限元方法之前，设计师在任何情况下都应当首先和有限元专家商讨，并同他一起检查应用确定的有限元程序的适用前提条件。做完这些工作之后，就可以着手准备计算载荷。

## 1. 确定计算载荷

在后桥的车轮上作用着三种载荷：径向力（车轮负荷） $F_Q$ ，圆周力（驱动或制动力） $F_B$ 和侧向力 $F_s$ （图1）。由于这些力的大小和它们之间的瞬间组合都是变化不定的，因此在作强度计算时应当考虑实际出现的典型的或不利的情况。

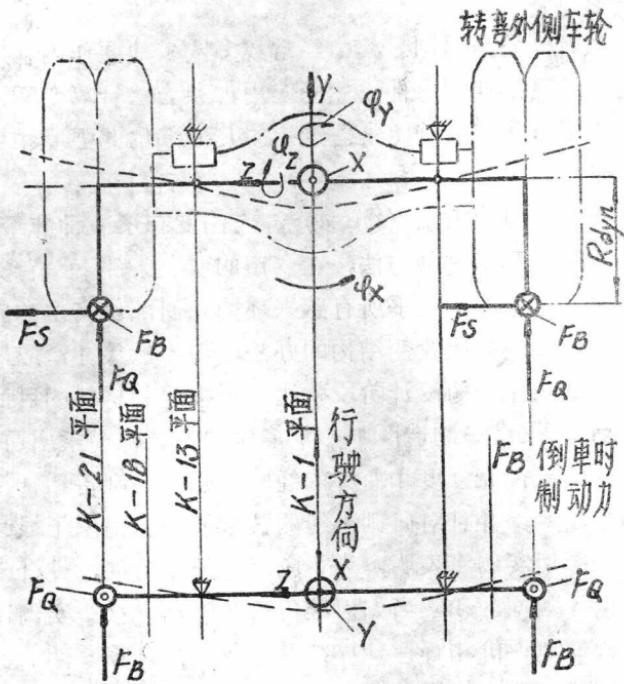


图1 载重汽车后桥上各种作用力的大小和作用点

从各种可能的载荷状况中选出了表1中用L表示的组合情况，考虑到这些载荷值本身已经作了假设，以及以后可以很可靠地同已经制造出来并经过实际考验的桥壳通过类比验算比较许用应力，这些载荷状况可以看作是典型的，并且是充分的。

按照惯例，为了考虑冲击载荷，在径向力（车轮负荷）上增加一个冲击系数 $f_s$ 。于是就得到表 2 中列出的五种主要工况。

## 2. 工况的限制

为了降低计算费用，减少计算工况是极其重要的。根据虎克定律，在需要计算的范围内可以假定载荷和应力之间成正比，于是在工况 1 中只用 $F_{ost} \cdot f_s$  的乘积来计算就够了。

在复合载荷时，例如径向力 $F_Q$  和制动力 $F_B$  同时作用时，按照剪应力假说计算比较应力( $\sigma_v$ )。由于采用了恒定的制动力和可变的径向力的假设， $F_{ost} \cdot f_s$  和 $\sigma_v$  之间的函数关系不再是严格的线性关系(图 2)。在这种情况下，鉴于力本身的假设已经足够，强度计算就可以根据图 2 按 $F_{ost} \cdot f_s$  座标轴上适当距离的两点来进行。经过这两点作一条直线，就可以近似读出 $F_{ost} \cdot f_s$  座标轴上其它点的比较应力。在出现侧向力时，即转弯时靠近内侧车轮的桥壳一端承受较高的负荷（由于附加弯矩的缘故），所以只考虑这一情况已经足够。于是便得到表 3 中列出的三种工况。

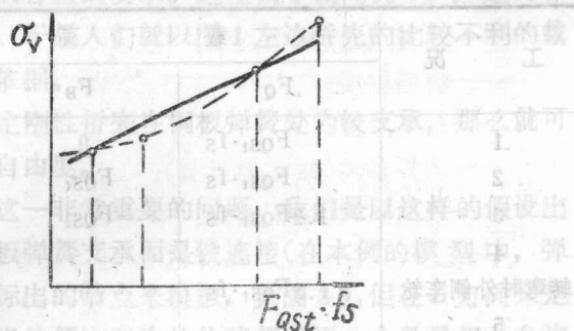


图 2 求不同的 $F_{ost} \cdot f_s$  横坐标值的近似比较应力

因为在汽车设计阶段常常要作多次修改，每次修改的 $F_{ost} \cdot f_s$  值都不一样，所以在复合载荷时，应按图 2 中的两个点计算应力。

表 1

## 力的组合矩阵形式

$F_Q$ —— 沿 Y 方向的力 $F_{QSt}$	0.8 (前进时制动)	1	1.2 (倒车时制动)
$F_B$ —— 沿 X 方向的力, 根据不同工况, 其值与 $F_{QSt}^*$ 的比例关系如下:			
0		L	
0.5			
1.0		(L)	
-0.5			
-1.0			L
沿 Z 方向的力 $F_S/F_{QSt}=0.6^{**}$ 当 $F_B=0-0.6$ 时	L		L

表 2

## 计算载荷的瞬时主要工况

工况	载荷力		
	$F_Q$	$F_B$	$F_S$
1	$F_{QSt} \cdot f_S$	0	0
2	$F_{QSt} \cdot f_S$	$F_{QSt}$	0
3	$1.2F_{QSt} \cdot f_S$	$-F_{QSt}$	0
4			
转弯时外侧车轮	$1.2F_{QSt} \cdot f_S$	0	$0.6F_{QSt}$
5			
转弯时内侧车轮	$0.8F_{QSt} \cdot f_S$	0	$+0.6F_{QSt}$

\* 径向力  $F_Q$  包括静载荷 (悬挂重量)  $F_{QSt}$  与动载荷  $F_{QSt} \cdot f_S$ 。

\*\* 原文误为  $F_S/F_{QSt}+0.6$ 。——编者注

表 3 计算载荷的主要工况

计算工况	荷载力		
	由 $F_Q$	$F_B$	$F_S$
1	$F_{Qst} \cdot f_s$	0	0
2	$1.2(F_{Qst} \cdot f_s)$	$F_{Qst}$	0
3	$0.8(F_{Qst} \cdot f_s)$	0	$0.6F_{Qst}$

### 3. 确定边界条件

有限元法要求知道桥壳上某些确定部位(加载点或对称点)所具有的位移或旋转自由度(边界条件)的准确数据。在本例的情况下,这些部位就是弹簧支承平面、车轮中心平面和桥壳中央平面(见图1)。用自由度1代表刚性的,用自由度0代表活动的,这在本文的例子中是适用的。因为桥壳在汽车的横方向一般是对称的,所以只需要考虑桥壳的一半,这就大大简化了计算,同时也降低了对计算和存贮容量的要求。这里由于侧向力 $F_s$ 引起的非对称载荷尚未考虑,于是人们就以图1左边桥壳的比较不利的载荷状况作为计算的依据。

根据图1,假定刚性桥壳在钢板弹簧处为铰支承,那么就可得到表4中列出的自由度。

为了便于评价这一非常重要的问题,我们是以这样的假设出发的,即桥壳在钢板弹簧支承面是铰连接(在本例的模型中,弹簧支承面用三角形标出的节点来模拟,见图3),但在Z方向又是活动的。这种假设当然假定所有的位移都是同一个数量级,允许钢板弹簧悬挂中有间隙,并且允许钢板弹簧具有比桥壳小得多的扭转刚度。因此建议在全部计算结束以后,检查上述假设条件上的绝对位移。一般情况下,实际的位移小于假定可能产生的位移,

因此，上述假设是成立的。

表 4 在车桥的各个平面上运动的边界条件

车桥各平面的座标	自由度					
	$x$	$y$	$z$	$\varphi x$	$\varphi y$	$\varphi z$
钢板弹簧固定处的节点 (K-13平面)	1	1	0	0	0	1
车 桥 中 心 平 面 (K-1 平面)	0	0	1	1	1	0
车 轮 中 心 平 面 (K-21平面)	0	0	0	0	0	0

#### 4. 桥壳的网格化

有限元法的规则要求将被研究的零件按照准确的规定(这里按照文献[4])划分成合适的网格，加以网格化，并且准确表示出单元和单元的几何座标。在本文的例子中主要是板单元和代替加强筋的杆。根据设计师提供的下列数据，有限元专家对要计算的零件进行网格化(图3)：

- 几何尺寸(结构图纸);
- 材料种类;
- 材料厚度;
- 边界条件(根据第三节);
- 载荷状况(根据第二、第五节)。

零件上的加强筋此时用杆代替(图3中的粗实线)，真实的加强筋的惯性矩就被转换到这些杆上。每一种有限元程序都有一定的适用范围，在本文的情况下特别要注意被计算零件的相对薄壁性。对本文选择的后桥壳应用实例来说，这一前提在 K-18 平面以外的轴颈部位不再适用，因此计算的应力值也不真实。如果出现这种情况，有限元专家可以用进一步迁就零件实际构造的这一

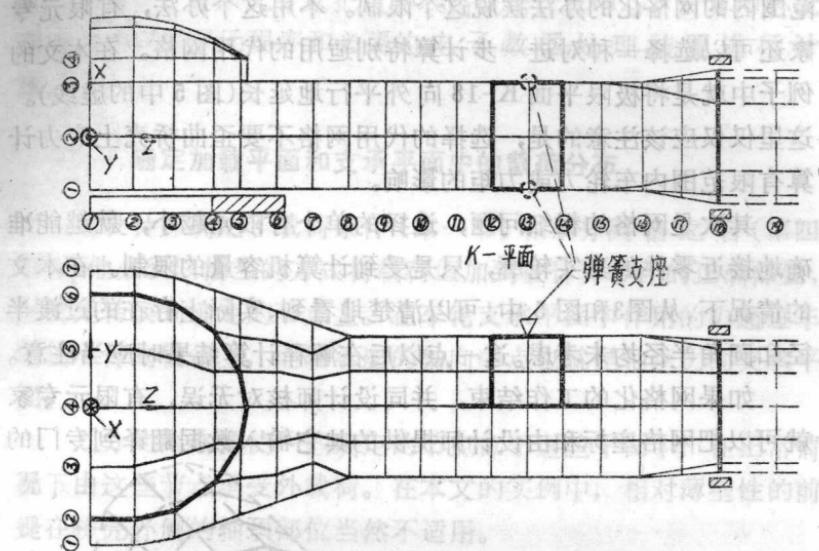


图3 将桥壳划分成有限元(网格化)

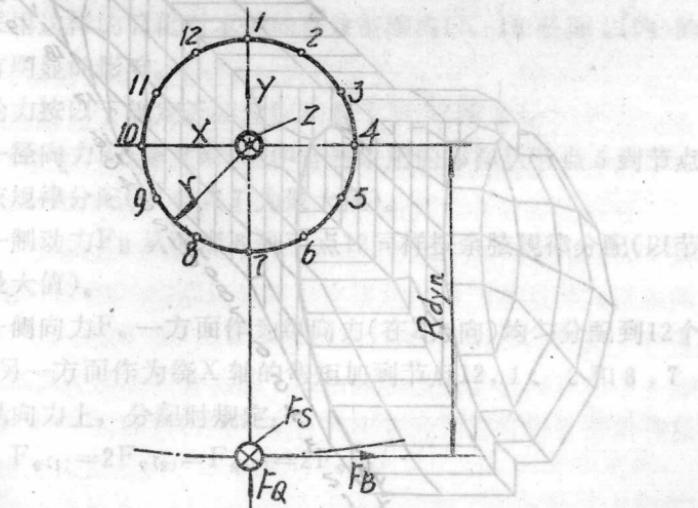


图4 桥壳轴颈上加载平面(K-21)中的车轮力和节点分布

范围内的网格化的办法摆脱这个限制。不用这个办法，有限元专家还可以选择一种对进一步计算特别适用的代用网格。在本文的例子中就是将极限平面 K-18 向外平行地延长(图 5 中的虚线)。这里仅仅应该注意的是，选择的代用网格不要歪曲桥壳上应力计算有限范围内车轮力或力矩的影响。

其次是网格的粗细问题，选择的单个有限元越小，就越能准确地接近零件的真实轮廓，只是受到计算机容量的限制。在本文的情况下，从图3和图 5 中，可以清楚地看到，实际上存在的过渡半径和圆角半径均未考虑。这一点以后在解释计算结果时应当注意。

如果网格化的工作结束，并同设计师核对无误，有限元专家就可以把网格座标和由设计师提供的其它输入数据翻译到专门的

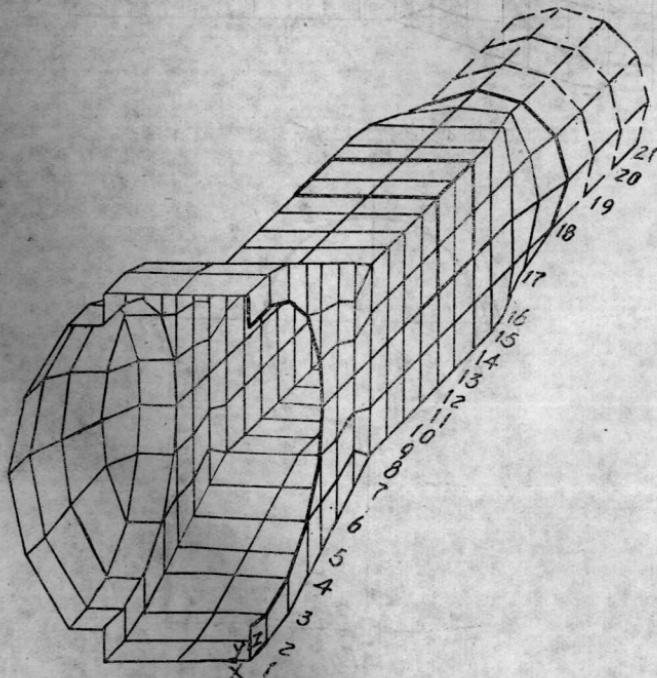


图 5 计算模型的组合图

输入表格上。有限元专家把这种表格交给计算中心，计算中心就利用适当的有限元程序和必要的电子数据处理装置进行计算。

## 5. 确定加载平面和支承平面中的载荷分布

在设计师确定了载荷条件(第一节)和划分网格之后(第四节)，他必须以恰当的方式将载荷值加到被计算零件的正确部位，也就是转换到确定的节点上。在车轮支承平面中作用的力通过车轮轴承传到轴颈上，而轴承座的轴向中点也就是轴承力的支承平面。

划分的网格要使一些确定的节点位于这些平面中，在正常情况下由这些节点承受外载荷。在本文的实例中，相对薄壁性的前提在桥壳外侧的轴颈部位当然不适用。

但是另一方面，这个缺点也可以加以利用。作为这个特例中的一种简化，可以使车轮平面(K-21平面)的车轮力直接传到轴颈上。采用这样的简化对本例的有效范围内(K-18平面以内)的应力没有明显的影响。

车轮力按以下规定近似分配到各个节点(图4)：

——径向力 $F_Q$ 像文献[5]中普遍采用的那样从节点5到节点9按余弦规律分配(以节点7为最大值)。

——制动力 $F_B$ 从节点8到节点12同样按余弦规律分配(以节点10为最大值)。

——侧向力 $F_s$ 一方面作为纵向力(在Z方向)均匀分配到12个节点上；另一方面作为绕X轴的弯矩加到节点12, 1、2和8, 7, 6处的纵向力上，分配时规定：

$$F_{s(1)} = 2F_{s(2)} = F_{s(7)} = 2F_{s(6)}$$

以及

$$F_{s(2)} = F_{s(12)} = F_{s(8)} = F_{s(6)}$$

表 5 用于计算桥壳外载荷的节点力

节点 i	车 轮 平 面		K-21平面	制 动 底 板	K-18平面
	x 方 向 $F_{B_i}$	y 方 向 $F_{Q_i}$	$z$ 方 向 $F_{s_i}$	x 方 向 $F_{B_i}$	y 方 向 $F_{B_i}$
1	0	0	-1.78 $F_S$	0.578 $F_B$	0
2	0	0	-0.847 $F_S$	0.50 $F_B$	0.289 $F_B$
3	0	0	-0.083 $F_S$	0.289 $F_B$	0.50 $F_B$
4	0	0	+0.083 $F_S$	0	0.578 $F_B$
5	0	0.134 $F_Q$	+0.083 $F_S$	-0.289 $F_B$	0.50 $F_B$
6	0	0.232 $F_Q$	+1.113 $F_S$	-0.50 $F_B$	0.289 $F_B$
7	0	0.268 $F_Q$	+1.94 $F_S$	-0.578 $F_B$	0
8	-0.134 $F_B$	0.232 $F_Q$	+1.113 $F_S$	-0.50 $F_B$	-0.289 $F_B$
9	-0.232 $F_B$	0.134 $F_Q$	+0.083 $F_S$	-0.289 $F_B$	-0.50 $F_B$
10	-0.268 $F_B$	0	+0.083 $F_S$	0	-0.578 $F_B$
11	-0.232 $F_B$	0	+0.083 $F_S$	0.289 $F_B$	-0.50 $F_B$
12	-0.134 $F_B$	0	-0.847 $F_S$	0.50 $F_B$	-0.289 $F_B$

——由制动力  $F_B$  引起的通过固定的制动器底板传到 K-18 平面的轴颈的制动力矩由那里的 12 个节点平均分担。由此产生的每一个节点的周向力必须再分解成 X 和 Y 方向的分力(表 5)。

在这些假设和本例的特殊情况(半径比  $R_{dyn}/r=6.9^*$ )的前提下, 得到表 5 中汇集的节点力。设计师必须以载荷输入数据集的明确形式将这些汇集的数据交给有限元专家, 此时车轮力采用以各种工况为基础得到的数值(例如表 3)。为了便于进一步处理, 表 5 中所有的符号是这样规定的, 即所有的车轮力均取为正值。这种做法经过和有限元专家商讨证明是可行的。

\* 原文误为 0.69。——编者注

## 6. 有限元计算和计算结果

根据交来的三种不同载荷状况的输入数据表，计算中心制成共240张穿孔卡片，然后利用这些卡片进行了计算(费用大约2500马克)。

作为计算结果首先得到的是组成图5的空间计算模型的任意两个相邻网格平面的透视图，然后是以表格形式列出的计算结果。表格(根据节点变形的计算机数学表达式)给出每一个节点和载荷状况的位移( $D_x, y, z$ )和转角( $R_x, y, z$ )。

这些表格(根据板单元应力的计算机数学表达式)还包括每一个板单元和每一种载荷状况的正应力( $Q_x, y, z$ )、剪应力( $M_x, y, z$ )和比较应力。

此时还得到板单元外表面和中心的重心数据。一般情况下表面应力要高一些，因此应当用表面应力进行评价。

## 7. 计算结果的评价

首先应当将单个网格平面的图形逐次画出来，由此就得到一张检查图(图5)。这种检查图可以非常形象地表示出使用的网格，并且便于检查和零件实际形状的差别(偶然产生的网格误差在这里可以清楚地看出来)。接着应当评价应力和变形，为此使用表格有些不太合适，所以建议转换成图表。对于这个问题，我们有两种不同的行之有效的方法：

1. 在划出网格的桥壳图纸上添上代表应力的数字或线条(图6)。

2. 画出桥壳上选出的几何线条上的应力和变形图(图7)。

前一种方法费用较少并能提供一种形象化的应力分布全貌。后一种方法费用虽高，但可以使设计师清楚地了解各处应力和变形的相互关系，可以使设计师更好地和其它方案进行比较，也可

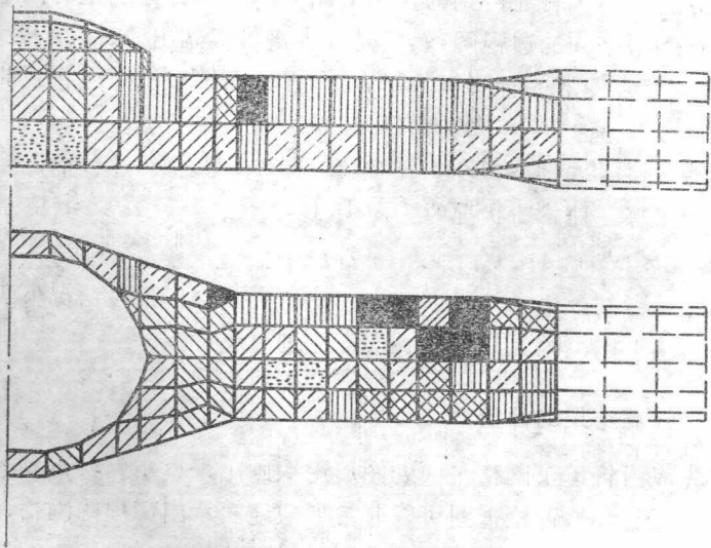


图 6 用不同的线条代表不同比较应力的桥壳有限元方案 1

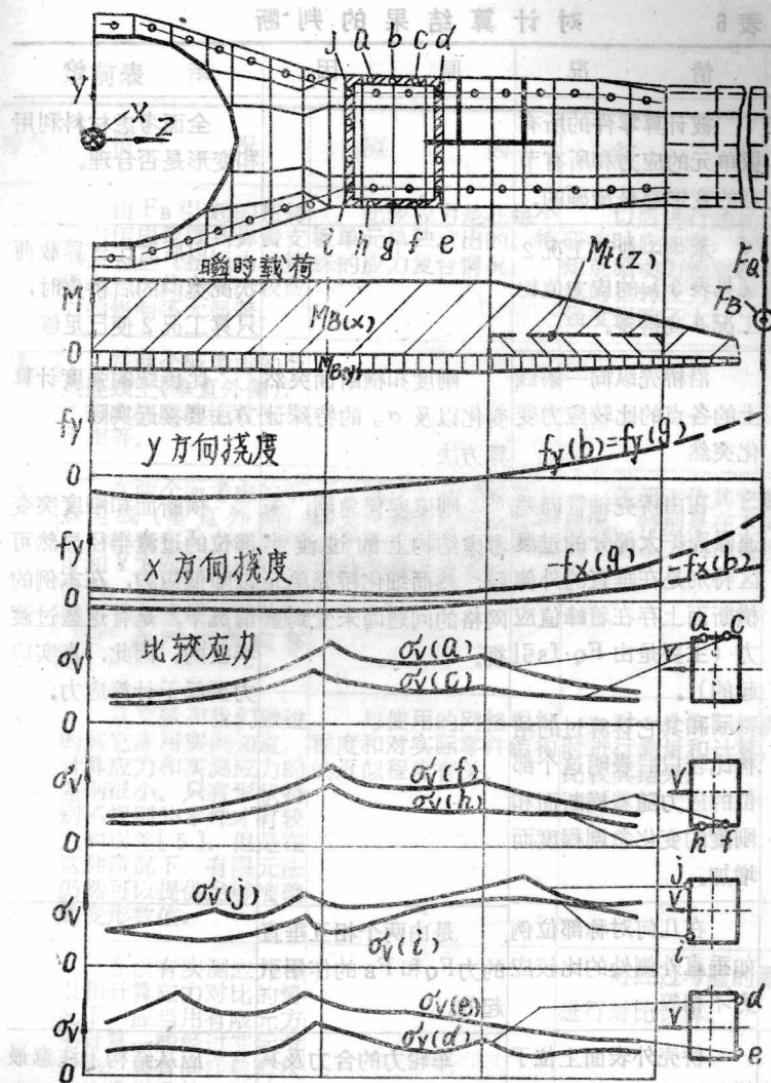


图 7 带有某些选择的应力值的桥壳有限元方案 I

表 6 对计算结果的判断

序号	情 况	原 因	结 论
1.	被计算零件的所有板单元的应力和所有节点的变形都是精确的。		全面考虑材料利用和变形是否合理。
2.	本例中载荷工况 2 (见表 3) 的应力值比工况 3 高得多。		以后对比计算载荷状况类似的后桥壳时, 只算工况 2 便已足够
3.	沿桥壳纵向一条线上的各点的比较应力变化突然	刚度和横断面突然变化以及 $\sigma_v$ 的特殊计算方法	比传统的强度计算方法要接近实际
4.	在由桥壳轴管向差速器壳扩大部分的过渡区特别是在垂直的外侧横断面上存在着峰值应力 (主要是由 $F_Q \cdot f_s$ 引起的)。 和其它计算过的结构比较以后表明这个部位的应力随着横断面和刚度的变化急剧程度而增加。	刚度变化急剧, 未考虑结构上的过渡半径, 然而细化桥壳单元网格的问题尚未受到重视。	横断面和刚度突变部位的过渡半径显然可以降低应力, 在本例的情况下, 是有这些过渡半径的。因此, 真实应力要低于计算应力。
5.	在几何对称部位例如垂直外侧处的比较应力不相等。	是由两个相互垂直的力 $F_Q$ 和 $F_B$ 的作用引起的。	
6.	桥壳外表面上位于横断面的对角线上的部位有较高的比较应力	车轮力的合力及其方向根据弯曲理论决定了横断面的最外部位具有最高应力。	应从结构上注意最高应力的部位, 在其它与本例有关的载荷状况 (例如起步时), 合力的方向要反过来!