

高等学校教材

# 计量地理学基础 实习与计算程序

(第二版)

张超 余国培 张长平 沈建法 编著



高等教育出版社

高等學校教材

# 计量地理学基础实习与计算程序

(第二版)

张超 余国培 编著  
张长平 沈建法

高等教育出版社

1989年

高等学校教材  
**计量地理学基础实习与计算程序**  
(第2版)

张超 余国培 编著  
张长平 沈建法

\*  
高等教育出版社出版  
新华书店北京发行所发行  
二二〇七工厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 10.75 字数 250 000  
1985年4月第1版 1990年4月第2版 1990年1月第1次印刷  
印数 0001—2 15)  
ISBN 7-04-002875-1/K·132  
定价 2.40 元

## 再 版 前 言

本书为《计量地理学基础》的配套教材。这一版是在初版的基础上，总结数年教学实践的经验，吸取多次教材分析会议上有关教师的意见，配合《计量地理学基础》（第二版）的内容，根据教学改革的需要修订的。

实习课是整个教学过程中的重要环节。既要培养学生解决地理实际问题、上机运算的能力，又要要求了解有关的基本原理和计算方法，通过实习课补充和巩固课堂讲授的内容。针对上述目的要求，我们在修订过程中，除了保持初版的优点外，在内容上作了不同程度的更新、调整和增删。

首先，在计量分析方法上增加一些基本的方法，如基尼系数和地理联系率的计算。

第二，在实例和习题安排上考虑了自然地理、人文地理、经济地理三方面的内容，同时也考虑到中国地理与世界地理方面的计算实例。

第三，对书中所附的计算程序进行了充实调整，增加了一元非线性回归、二类判别分析、投入产出分析等程序。每个程序按功能、说明、程序、上机实例等进行阐述，便于实习和应用。

本书在编写时，力求在讲清楚基本原理的基础上，阐明计量分析方法的计算步骤，并尽量考虑到便于自学。

本书和《计量地理学基础》第二版（张超、杨秉廉编著）教材紧密联系，对某些计量地理方法还有所引伸，并增加了应用实例。书后所附的 BASIC 语言简介，供学员上机时参考。

根据教学大纲的安排，实习及作业时数约占计量地理学基础教学总时数的三分之一。实习作业可分散于各章教学以后进行。

本书由张超教授统稿。在修订过程中承蒙北京师范大学钟骏襄、陕西师范大学张伯祉、西北师范大学袁兴仁、福建师范大学关文良、山东师范大学王洪芬、南宁师范学院谭肖娟等同志提出宝贵意见。修订插图由华东师范大学地理系朱一平同志清绘，该校计量地理研究生李旭、祝俊民、黄叶芳、和莹、邱文协助抄写书稿，在此一并致谢。

编 者

1989 年 6 月

# 目 录

## 再版前言

## 第一章 地理数据统计特征值的计算

和程序	1
§ 1 地理数据统计特征值的计算	1
一、地理数据的统计分组	1
二、位置特征数的计算	3
三、离散性特征值的计算	6
四、偏度和峰度系数的计算	9
§ 2 电算程序及实例	10
一、程序功能	10
二、使用说明	11
三、程序	11
四、上机实例	14
§ 3 习题	16

## 第二章 空间分布的测度和时间序列的计算

19	
§ 1 点分布的计算	19
§ 2 网络中最短路问题的计算	21
一、最短路计算的基本思路	21
二、最短路算法	22
§ 3 区域分布的测度	24
§ 4 时间序列的计算	28
一、谐波分析简介	29
二、北京 1951—1970 年 1 月上旬最低气温周期分析	31
§ 5 习题	32

## 第三章 地理学中概率函数和统计假设检验的计算

35	
§ 1 概率函数的计算	35
一、二项分布的概率计算	35
二、泊松分布的概率计算	36
三、正态分布的概率计算	37
§ 2 统计假设检验举例	39
一、 $u$ 检验	39
二、 $t$ 检验	40
三、 $F$ 检验	41
四、 $\chi^2$ 检验	42
§ 3 习题	44

## 第四章 地理要素回归分析的计算

及程序	46
§ 1 相关系数的计算及显著性检验	46
一、两地理要素间的相关系数的计算	46
二、等级相关系数的计算	48
§ 2 一元线性回归方程的计算	50
§ 3 多元线性回归方程的计算	52
一、多元线性回归方程的数学模式	52
二、标准方程的几种形式	52
三、多元线性回归方程建立的步骤	52
§ 4 趋势面分析的计算	54
§ 5 电算程序	57
一、一元线性回归电算程序及上机实例	57
二、一元非线性回归电算程序与上机实例	59
三、多元线性回归电算程序及上机实例	60
§ 6 习题	65

## 第五章 逐步回归的计算步骤及程序

70	
§ 1 逐步回归的计算步骤	70
§ 2 手算实例	71
§ 3 电算程序	76
一、程序功能	76
二、使用说明	77
三、程序框图	79
四、程序	79
五、上机实例	83
§ 4 习题	84

## 第六章 地理系统分类和分区的方法及计算步骤

87	
§ 1 系统聚类分析方法及计算步骤	87
一、地理数据的标准化处理	87
二、聚类的相似性和差异性统计量	88
三、地理系统类型(区域)的谱系建立方法 ——系统聚类法	90
§ 2 两类判别分析方法及计算步骤	94
§ 3 电算程序	97
一、系统聚类分析程序	97
二、二类判别分析程序	103

§ 4 习题 .....	112
<b>第七章 地理要素主成分的计算和程序</b> .....	<b>114</b>
§ 1 用雅可比法求实对称矩阵的特征值 .....	114
§ 2 地理要素主成分的计算 .....	118
一、主成分分析的数学模型 .....	118
二、主成分分析计算步骤 .....	119
§ 3 主成分分析程序 .....	121
一、程序功能 .....	121
二、使用说明 .....	121
三、程序 .....	121
四、上机实例 .....	127
§ 4 习题 .....	130
<b>第八章 地理数学模型计算及程序</b> .....	<b>131</b>
§ 1 地理线性规划问题的计算 .....	131
一、线性规划问题的一般模型 .....	131
二、线性规划问题的图解法 .....	132
三、线性规划问题的单纯形解法 .....	132
§ 2 投入产出计算 .....	136
一、直接消耗系数和完全消耗系数的计算 .....	136
二、从最终产品出发进行国民经济计划计算 .....	140
§ 3 电算程序 .....	141
一、线性规划程序 .....	141
二、投入产出分析程序 .....	147
§ 4 习题 .....	151
<b>附录 BASIC 语言简介</b> .....	<b>153</b>
§ 1 电子计算机的发展和在地理学研究中的应用 .....	153
§ 2 BASIC 语言的基本特点 .....	153
§ 3 BASIC 基本词法 .....	154
§ 4 BASIC 语语法 .....	157

# 第一章 地理数据统计特征值的计算和程序

## § 1 地理数据统计特征值的计算

### 一、地理数据的统计分组

统计分组就是根据地理事物的特点和研究任务，按照某一标志把地理现象区分为不同类型分组，揭示地理现象的类型、内部结构、相互关系及一般分布趋势。统计分组可以按质量标志，也可以按数量标志进行。按数量标志分组又可以分为等距分组与不等距分组两种。表 1-1 是一个不等距分组的例子。

表 1-1 中国县级人口统计分组（1983）

人 口 组	组 距	县 个 数
15万以下	15	418
15—30万	20	505
30—50万	20	530
50—80万	30	95
80—100万	20	139
100万以上		102
合 计		2089

下面我们结合一个气温分组的例子说明等距分组的步骤和方法。

例 1 我们如果想预报北京 1 月气温，就要对北京 1 月气温的历史资料进行分析，了解北京 1 月气温的基本特点，揭示出蕴含在资料内部的一般规律性。现选取 1951—1970 年 20 年资料（表 1-2），试分析其频率直方图、累积频率直方图，并计算其均值、方差、变异系数等统计特征数。

表 1-2 北京 1 月气温(℃)

年 份	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
温 度	-6.8	-2.7	-5.9	-3.4	-4.7	-3.8	-5.3	-5.0	-4.3	-5.7
年 份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
温 度	-3.6	-3.1	-3.9	-3.0	-4.9	-5.7	-4.8	-5.6	-6.4	-5.6

### 1. 分组

地理数据分组的数目要依容量的大小来确定。组数不宜过少，也不宜过多，至少5组，最多不要超过20组。平均每组以5个数据以上为宜。进行分组时首先将数据按数值大小进行排列，然后划分数据为k个互不相交的分组区间。组距一般要相等，各组间隔的中点叫组中值，用它来代替组内各数据的平均值。分组的方法是：（1）确定地理数据的上界和下界；上界可以比数据最大值稍大，下界可以比数据的最小值稍小。（2）定出组距 $l=(\text{上界}-\text{下界})/k$ 。（3）统计落入各组内地理数据的个数，称为频数。地理数据中如果是微量元素，数据变化常达好几个级次，可以先取对数，然后将对数值按等距分组。

数据分组是数据整理过程中比较麻烦的一步，但是，它是非常重要的一步，要认真耐心地进行。确定数据应当分几组和确定组距大小时，要以能突出数据比较集中处的频数为准。分组点尽量避免与数据值相重叠。同时要避免有的组中不含数据的现象发生。

本例为了说明计算方法，取的资料较少。把1月气温等间隔划分为五个级别， $k=5$ 。

## 2. 列统计表

地理数据经过分组后，列出统计表，并为制作直方图提供依据。统计表的项目主要包括：组段、组中值、频数、频率、累积频率等。频数 $u_i$ 是指地理数据落入第*i*组内的个数。各组频数之和等于地理数据的总个数n，即

$$n = \sum_{i=1}^k u_i \quad (1-1)$$

式中*k*为组数

频率 $f_i$ 是指第*i*组内的频数 $u_i$ 与地理数据的个数n之比，各组频率之和应等于1，即

$$f_i = \frac{u_i}{n} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (1-2)$$

$$\sum_{i=1}^k f_i = \sum_{i=1}^k \frac{u_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k u_i = 1$$

累积频率 $F_i$ 是指各组内频率依次相加之和，最后一组的累积频率为1，即

$$F_i = \sum_{j=1}^i f_j, \quad (1-3)$$

$$F_k = \sum_{i=1}^k f_i = 1$$

表1-3为北京1月气温频率分布表。

## 3. 作图

主要是作频数(频率)分布直方图和累积频率多边形图。

(1) 频数(频率)分布直方图 以横坐标为x轴，在x轴上确定出分组的上界和下界，依次标出组中值。再以各组中值为中心向两边等距离取值，确定分组点的位置。以各组段间隔为底边，在其上作一小矩形，其面积等于对应的各频数(频率)值，就构成频数(频率)分布直方图。在直方图旁边还应标出频数为1(频率为 $1/n$ )的单位面积图。频率分布直方图是频数分布直方图的 $1/n$

表 1-3 北京 1 月气温频率分布表

组号	组段	组中值	频数 $u_i$	频率 $f_i$	累积频率 $F_i$
1	-7—6	-6.5	2	0.10	0.10
2	-6—5	-5.5	6	0.30	0.40
3	-5—4	-4.5	5	0.25	0.65
4	-4—3	-3.5	5	0.25	0.90
5	-3—2	-2.5	2	0.10	1.00
			20	1.00	

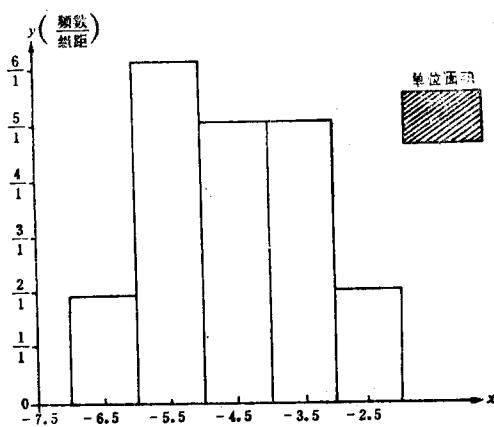


图 1-1 北京 1 月气温频数(频率)分布直方图

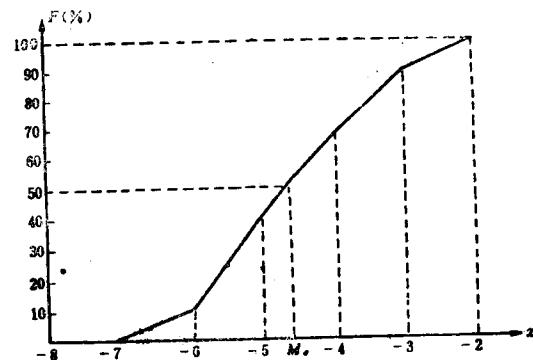


图 1-2 北京 1 月气温累积频率多边形图

倍，图形相似。

频数(频率)分布直方图反映统计对象的分布特征，它的特点是用矩形面积，而不是用高度表示频数(频率)之值。在频率分布直方图中各矩形面积的总和等于 1，这是一个重要的特征。图 1-1 是根据表 1-1 绘制的北京 1 月气温频数分布直方图。从图 1-1 看出，数据落在  $-6^{\circ}\text{C}$  至  $-5^{\circ}\text{C}$  区间的频数(频率)最大，图形基本是对称的，它比较直观而且形象地将这批数据的统计特征反映出来。

(2) 累积频率多边形。以横轴为  $x$ ，而以纵轴表示累积频率  $F(\%)$  的值。在  $x$  轴上标出上、下界及分组点，再在各组的上限处作一高为对应累积频率值  $F_i$  的虚线，依次连接各虚线顶点，就构成累积频率多边形图(图 1-2)。其中最后一组上限处线段高度恒为 1，这是由于最后累积频率为 1 的缘故。图形特点表现在从左到右是单调递增的。两端平缓，中间变化突出。说明这段内频率较大，数据比较集中。

## 二、位置特征数的计算

位置特征数反映数据分布的集中位置或中心趋势，它们包括算术平均数、几何平均数、众数、中位数等。

### 1. 平均数

平均数是描述样本资料数字的平均状况的, 记为  $\bar{x}$ 。对一组样本  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 其平均数为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-4)$$

例如求北京 1951—1970 年 1 月气温的平均数

$$\bar{x} = [-6.8 + (-2.7) + \dots + (-5.6)]/20 = -4.7(\text{°C})$$

表示北京 1 月多年平均气温是  $-4.7\text{°C}$

如果不同数据的权重不同, 则应用加权算术平均以反映实际数据的一般水平。

例 2 华东六省一市的人口数不同, 人均产粮数不同, 用加权平均数计算华东区的人均产量。

记  $x_i, u_i$  分别为第  $i$  个数据及其权重, 加权算术平均数的公式为:

$$\bar{x} = \frac{u_1 x_1 + u_2 x_2 + \dots + u_k x_k}{u_1 + u_2 + \dots + u_k} = \frac{\sum_{i=1}^k u_i x_i}{\sum_{i=1}^k u_i} \quad (1-5)$$

表 1-4 为华东区数据。

表 1-4 华东区 1984 年人口数、人均产粮数

地 区	人 均 产 粮 数 (每公 斤)	人 口 数 (万 人)
上 海	209.5	1 205
江 苏	543.4	6 171
浙 江	455.0	3 993
安 徽	431.6	5 103
福 建	317.7	2 677
江 西	452.8	3 421
山 东	398.1	7 637

$$\begin{aligned} \text{华东区人均产粮数} &= \frac{\text{粮食总产量}}{\text{总人口}} \\ &= \frac{1205 \times 209.5 + \dots + 7637 \times 398.1}{1205 + \dots + 7637} \\ &= \frac{13065000}{30207} = 432.5 \text{ (每公 斤)} \end{aligned}$$

对于分组资料, 计算平均数也应用加权算术平均数。这时,  $x_i$  为各组组中值,  $u_i$  为各组频数或频率。

北京 1 月气温的加权平均数为

$$\bar{x} = [(2 \times (-6.5) + 6 \times (-5.5) + \dots + 2 \times (-2.5)]/20$$

$$= -4.55 \text{ } (\text{°C})$$

## 2. 几何平均数

地理数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的几何平均数为

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdots x_n} = \left[ \sum_{i=1}^n x_i \right]^{\frac{1}{n}} \quad (1-6)$$

在计算平均发展速度时应用几何平均数。

例 3 我国 1979—1984 年历年国民收入发展速度如下,

年份	1979	1980	1981	1982	1983	1984
发展速度	1.11	1.10	1.07	1.08	1.11	1.19

1979—1984 年平均发展速度为

$$\begin{aligned} \bar{x}_g &= \sqrt[6]{1.11 \times 1.10 \times \cdots \times 1.19} \\ &= 1.11 = 111\% \end{aligned}$$

## 3. 众数

众数是指频数出现最多的那个数, 或者把对应最大频数(频率)的变量值称为众数, 记为  $M_d$ , 例如数据 5, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 9。众数就是 7。在地理数据被划分为  $k$  个组时, 众数就在频数分布直方图中矩形最大的那个区间内, 可用描图法求出众数  $M_d$ 。

北京 1 月气温的众数值约为  $-5.2^{\circ}\text{C}$ , 即图 1-3 中虚线交叉点的横坐标  $M_d$ 。

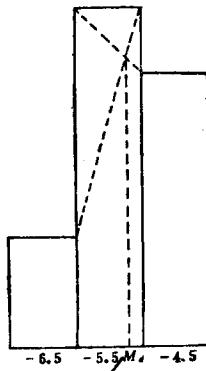


图 1-3 众数的图解法

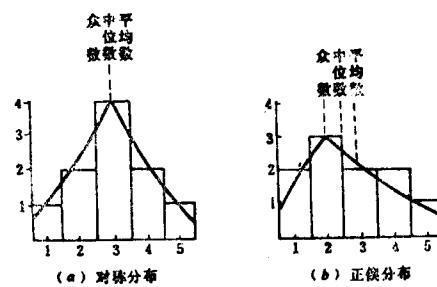


图 1-4 不同分布情况平均数、中位数、众数的比较

## 4. 中位数

将总频数分为相等两半的变量值称为中位数, 记为  $M_e$ 。即当一批数据按大小顺序排列后居于中间位置的一个变量值, 在这个值两旁的数据数目各有 50%。如果该值的顺序号是偶数, 则中位数等于两个中间值的平均数。

北京 1 月气温的中位数:

$$M_e = [(-4.8) + (-4.9)] / 2 = -4.85$$

在频数(频率)分布直方图中,把总面积分为相等两半的变量值就是中位数,即  $n/2$  所对应的变量值。设由第 1 组到第  $i$  组累积频数为  $N_1$ ,由第 1 组到第  $i+1$  组的累积频数为  $N_2$ ,则

$N_1 < \frac{n}{2} < N_2$ ,中位数  $M_e$  必是在  $i+1$  组内的一个确定的变量值。其计算公式为

$$M_e = M + \frac{n/2 - N_1}{u_{i+1}} \times l \quad (1-7)$$

式中  $l$  为组距;  $M$  为第  $i$  组的上限。

由表 1-3, 北京 1 月气温的中位数为

$$M_e = -6.0 + \frac{10-8}{5} \times 1 = -4.6(^{\circ}\text{C})$$

对于累积频率分布函数  $y = F(x)$ , 我们把对应于  $F(x) = 0.5$  的  $x$  值, 叫做 50% 分位数, 也就是中位数。由图 1-2 求出北京 1 月气温的中位数亦为  $-4.6^{\circ}\text{C}$

众数、中位数和平均数三者的关系, 可用下式表示:

$$M_d = \bar{x} - 3(\bar{x} - M_e) \quad (1-8)$$

根据此式算得北京一月气温的众数

$$M_d = -4.7 - 3 \times [-4.7 - (-4.85)] = -5.15(^{\circ}\text{C})$$

如果直方图是对称的, 则平均数、中位数、众数在同一位置上。对于正偏的直方图, 众数最小, 中位数次之, 平均数最大, 在负偏的直方图上, 众数最大, 平均数最小(图 1-4)。

就北京 1 月气温的情况来看, 众数值( $-5.2^{\circ}\text{C}$ )为最小, 中位数 ( $-4.85^{\circ}\text{C}$ )其次, 平均数 ( $-4.55^{\circ}\text{C}$ )最大, 是属正偏分布。

### 三、离散性特征值的计算

只有位置特征值还不足以概括地理数据分布的主要特征, 因为中心趋势相同的两组地理数据其离散程度可有很大差异。描写离散性特征值主要有极差、方差、标准差、变异系数等。

#### 1. 极差

极差就是一批地理数据中最大值减去最小值的差数, 记为  $R$ 。设一批地理数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 则

$$R = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} - \min\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (1-9)$$

北京 1 月气温的极差  $R = (-6.8) - (-2.7) = -4.1(^{\circ}\text{C})$

#### 2. 方差和标准差

对于地理数据  $x_1, x_2, \dots, x_n$  离差平方和的平均数, 叫做方差, 记为  $\sigma^2$ 。它描述样本资料与平均数差异的平均状况, 或表示围绕平均数平均振动大小。其计算公式为

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1-10)$$

方差的无偏估计表示为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (1-11)$$

这里的  $n-1$  称为自由度, 当  $n$  较大时, 可用  $n$  代替  $n-1$ ,  $S^2$  称为样本方差。

方差的平方根叫做标准差(或均方差、标准离差), 即

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-12)$$

样本标准差为

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-13)$$

若将  $n$  个地理数据分为  $k$  组, 则方差和标准差的加权形式(用无偏估计)为

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k u_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (1-14)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k u_i (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-15)$$

式中  $\sum_{i=1}^k u_i = n$ ;  $x_i$  为组中值。

北京 1 月气温的方差和均方差为:

$$\sigma^2 = \frac{1}{20} \times 26.82 = 1.341$$

$$S^2 = \frac{1}{19} \times 26.82 = 1.411$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{20} \times 26.82} = 1.158$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{19} \times 26.82} = 1.187$$

为什么在方差和标准差的计算中, 有时要用无偏估计呢? 因为对于地理数据来说, 总体常是很大的, 衡量总体的平均状况和总体的平均变化幅度的量, 相应地称为总体平均数(数学上又常称为数学期望)和总体均方差, 记为  $\mu$  和  $\sigma$ 。

由于某些地理事物的总体是无穷大的, 实际上无法确切地求出, 只能用样本的平均数和标准差去估计。比较好的估计量是无偏估计量, 例如平均数  $\bar{x}$  就是总体平均数  $\mu$  的无偏估计量,  $S$  就是总体均方差  $\sigma^2$  的无偏估计量。在实际计算中,  $S$  和  $\sigma$  差别很小, 对北京 1 月气温来说,  $\sigma = 1.158$  和  $S = 1.187$  仅差 0.029, 而且在  $n$  较大的情况下两者差别更小, 为方便起见, 通常使用  $S$

即可。

标准差反映数据的离散程度,  $S$  越大, 数据越分散;  $S$  越小, 数据就较多地集中在  $\bar{x}$  附近。

在电子计算机上, 像计算平均数一样, 设计了各种不同的算法来计算方差  $\sigma^2$ 。其中常用的算法有:

(1) 直接算法

$$\sigma_{(1)}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2 \quad (1-16)$$

(2) 递推算法

令  $\bar{x}_0 = 0, \sigma_0^2 = 0$ , 对于  $k = 1, 2, \dots, n$ , 递推计算中间平均数和中间方差

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= \frac{k-1}{k} \bar{x}_{k-1} + \frac{1}{k} x_k \\ \sigma_k^2 &= \frac{k-1}{k} \sigma_{k-1}^2 + \frac{k-1}{k^2} (x_k - \bar{x}_{k-1})^2 \end{aligned} \quad (1-17)$$

最后得

$$\sigma_{(2)}^2 = \sigma_n^2$$

递推算法可以得到一系列的中间均值  $\bar{x}_k$  和中间方差  $\sigma_k^2$ , 避免在  $\sigma^2$  的计算过程中  $\sum_{i=1}^k x_i$  可能发生溢出现象, 提高了计算结果的精度, 因而应用很广。

(1-17)式的证明如下:

$$\begin{aligned} \sigma_k^2 &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x}_k)^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left( x_i - \frac{k-1}{k} \bar{x}_{k-1} - \frac{1}{k} x_k \right)^2 \\ &= \frac{1}{k} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} \left[ (x_i - \bar{x}_{k-1}) - \frac{1}{k} (x_k - \bar{x}_{k-1}) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left( x_k - \frac{1}{k} x_k - \frac{k-1}{k} \bar{x}_{k-1} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{k} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} \left[ (x_i - \bar{x}_{k-1})^2 - 2(x_i - \bar{x}_{k-1}) \times \frac{1}{k} (x_k - \bar{x}_{k-1}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{k^2} (x_k - \bar{x}_{k-1}) \right] + \frac{(k-1)^2}{k^2} (x_k - \bar{x}_{k-1})^2 \right\} \\ &= \frac{1}{k} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} (x_i - \bar{x}_{k-1})^2 + \frac{k-1}{k^2} (x_k - \bar{x}_{k-1})^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{(k-1)^2}{k^2} (x_k - \bar{x}_{k-1})^2 \right\} \\ &= \frac{k-1}{k} \sigma_{k-1}^2 + \frac{k-1}{k^2} (x_k - \bar{x}_{k-1})^2 \end{aligned}$$

在推导过程中, 利用了平均数这样一个性质

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x} = \bar{x} - \bar{x} = 0$$

### 3. 变异系数

地理数据的标准差与平均数之比称为变异系数(或离差系数),记作 $C_v$ ,即

$$C_v = \frac{s}{|\bar{x}|} \times 100\% \quad (1-18)$$

$$\text{北京1月气温变异系数 } C_v = \frac{1.187}{|-4.7|} \times 100\% = 25\%$$

### 四、偏度和峰度系数的计算

#### 1. 偏度

偏度用以确定直方图偏态的程度,其计算公式为

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n s^3} \quad (1-19)$$

$C_s > 0$  时为正偏; $C_s < 0$  时为负偏。

北京1月气温的偏度  $C_s = \frac{2.231}{20 \times 1.187^3} = +0.0667$  为正偏。对正偏的资料,根据偏态的程度不同,可采用对原始资料开方及对数法使其成为对称分布,而对负偏资料则可采用乘方及反对数法,如表1-5所示:

表 1-5 偏态分布的对称转换

偏态类型	偏态程度	
	弱	强
正偏分布	$\sqrt{x}$	$\log_{10}x$
负偏分布	$x^2$	$\text{Antilog}_{10}x$

#### 2. 峰度系数

峰度系数用以确定直方图中峰的陡峭程度,其计算公式为

$$g = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n s^4} - 3$$

$g > 0$  时峰陡些, $g < 0$  时峰平些。

表 1-6 离散指标与平均测度的对应

中心趋势的测度	离散程度的测度
众 数	极 差
中 位 数	四 分 位 差
平 均 数	标 准 差

北京1月气温的峰度系数  $g = \frac{41.6444}{29.7038} - 3 = -1.4474$ , 表明峰比较平缓。

上面所述的离散程度指标,都是指对中心离散的测度。因此每一指标都是与各种平均测度相对应的。其对应关系如表 1-6 所示

离散程度的分析还可以帮助我们对地理事物进行分区。

例 4 某乡种植作物面积的百分比为: 水稻(A)32%, 棉花(B)24%, 小麦(C)22%, 杂粮(D)15%, 经济作物(E)7%。试以“最小方差”法确定该乡属何种作物区。

$\sigma_4^2 = 41.6 = \min$ 。该乡可划为以水稻、棉花、小麦及杂粮为主的多种作物区。

作物类型	A	B	C	D	E	
单一标准作物区	100	0	0	0	0	
实际作物分布(%)	32	24	22	15	7	$\Sigma d^2 = 5958$
d	68	24	22	15	7	$\sigma_1^2 = 1181.6$
$d^2$	4624	576	484	225	49	
二种标准作物区	50	50	0	0	0	
实际作物分布(%)	32	24	22	15	7	$\Sigma d^2 = 1758$
d	18	26	22	15	7	$\sigma_2^2 = 351.6$
$d^2$	324	676	484	225	49	
三种标准作物区	33.3	33.3	33.3	0	0	
实际作物分布(%)	32	24	22	15	7	$\Sigma d^2 = 489.87$
d	1.3	9.3	11.3	15	7	$\sigma_3^2 = 97.974$
$d^2$	1.69	86.49	127.69	225	49	
四种标准作物区	25	25	25	25	0	
实际作物分布(%)	32	24	22	15	7	$\Sigma d^2 = 208$
d	7	1	3	10	7	$\sigma_4^2 = 41.6$
$d^2$	49	1	9	100	49	
五种标准作物区	20	20	20	20	20	
实际作物分布(%)	32	24	22	15	7	$\Sigma d^2 = 358$
d	12	4	2	5	13	$\sigma_5^2 = 71.6$
$d^2$	144	16	4	25	169	

## § 2 电算程序及实例

### 一、程序功能

本程序用于计算和印出地理数据的各种数字特征,其中包括平均数、中位数、极差、方差、均方差、变异系数、偏度、峰度等。同时,根据一组样本数为N的观测数据  $a_i$ (存于数组 A(N) 中), 使用经验公式  $K = (1 + 3.3 \lg N)$  确定分组的组数和分界点  $u_i$ (存于数组 U(20) 中), 计算并印出频率和频率直方图, 累计频率和累计频率图。

## 二、使用说明

主要标识符

N 样本数

R 极差

C<sub>3</sub> 中位数

E 方差

W 平均数

D 均方差

C 变异系数

Q 偏度

Q<sub>1</sub> 峰度

K<sub>3</sub> 分组数

D<sub>3</sub> 组距

A(N) 存放原始地理数据的一维数组

U(20) 存放分界点的一维数组

V(20) 存放每一分组中频数的一维数组

X(20) 存放每一分组频率×50 的值

Z(20) 存放累计频率×20 的值

## 三、程序

```
2 REM DATA PROCESSING
10 INPUT "N="; N
20 DIM A(N), U(20), V(20), X(20), Z(20)
30 FOR I= 1 TO N
40 READ A(I)
50 LPRINT A(I);
60 NEXT I
70 LPRINT
75 REM 数据从大到小排序
80 FOR I= 1 TO N-1
90 FOR J= I+ 1 TO N
100 IF A(I)>A(J)THEN 140
110 M=A(I)
120 A(I)=A(J)
130 A(J)=M
140 NEXT J
```