

“九五”教育部重点课题研究成果



素质教育新教案

(根据人民教育出版社最新教材编写)

全国知名中学科研联合体实施素质
教育的途径与方法课题组 编

高中立体几何

(全一册)



西苑出版社
XI YUAN PUBLISHING HOUSE

素质教育新教案

高中 立体几何

全一册

全国知名中学科研联合体实施素质
教育的途径与方法课题组 编

西苑出版社

7.15

图书在版编目 (CIP) 数据

素质教育新教案. 高中立体几何: 全一册/全国知名中学科研联合体实施素质教育的
途径与方法课题组编. - 北京: 西苑出版社, 2000.7

ISBN 7-80108-062-9

I. 素… II. 全… III. 立体几何课-教案(教育)-高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 64530 号

高中立体几何

全一册

编 者	全国知名中学科研联合体实施素质教育的途径与方法课题组
出版发行	西苑出版社
通讯地址	北京市海淀区阜石路 15 号 邮政编码 100039
	电话 68173419 传真 68173417
网 址	www.xycbs.com E-mail aaa @ xycbs.com
印 刷	北京市王史山胶印厂
经 销	全国新华书店
开 本	787×1092 毫米 1/16 印张 9.875
印 数	1—10000 册 字数 186 千字
	2000 年 7 月第 1 版 2000 年 7 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-80108-062-9/G·172

定 价: 11.00 元

(凡西苑版图书有缺漏页、残破等质量问题本社负责调换)

编写说明

全国第三次教育工作会议的召开，发出了深化改革，全面推进素质教育，大力培养 21 世纪所需要的，具有民族精神、创新能力的高素质人才的号召，以适应新世纪科学技术和知识经济发展的需要。这种形势对我国中小学教育提出了更高的要求。1980 年以来，我国教育部门倡导实施素质教育并已经做了不少工作，但在适应新世纪国际竞争的需要，实现科教兴国战略方针，振兴中华民族的伟大目标上，还有很多工作要做。因而，积极、自觉、大力探索实施素质教育的途径与方法，已经成为我国教育界及全社会的共同行动。

实施素质教育的主渠道在课堂，实施素质教育的关键在教师。这是教育界的普遍共识。不过，更具建设性的问题是，教师如何通过教案的准备和设计，在课堂教学中渗透素质教育的观念，培养 21 世纪知识经济时代所需要的人才？

为此，全国知名中学科研联合体在承担的“九五”教育部重点课题“重点中学实施素质教育的途径和方法”研究的基础上，组织了全国数十所重点中小学和科研单位从事素质教育研究和实验的科研人员、特级教师和高级教师组成《素质教育新教案》编委会，依据人教版九年义务制中小学统编教材编写一套新教案，为广大教师在课堂这个主渠道上，具体实施素质教育提供一个新的操作框架。

《素质教育新教案》丛书是“实施素质教育的途径与方法”课题的重要阶段成果。它是一套充满时代精神、有着强烈实践意义和科研意义的教学设计成果。同时也是我们为落实全国教育工作会议精神，促进基础教育战线素质教育工作的研究与实践，所做的尝试和抛砖引玉。并以此与全国各地教师创造一个互相交流的条件，进而听取多方意见，吸取大家的宝贵经验。本套丛书具有以下几个特点：

1. **理论上突出创新能力和实践能力。**素质教育的核心是培养学生的创新能力和实践能力，编写过程中，在渗透相关素质教育观念的同时，重点突出每学科每一课中的教学点上，对学生创新和实践能力的训练和提高。

2. **操作上突出现实性。**结合中国的实际情况和学生的基本状况，根据 21 世纪的需要具体设计教学方案，使之既符合中国的具体情况，又符合未来的需要。

3. **内容上反映最新成果。**本教案的编写力求在充分理解教育部《面向 21 世纪教育振兴行动计划》和《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》基本精神的基础上，结合中小学课程教材改革最新进程，总结倡导素质教育以来的主要成果。

4. **使用上突出方便性。**出版形式分为甲、乙两种版本。甲种版为豪华版，每学年为一册，并配有光盘（一节素质教育示范课）。活页装订，并配讲义夹套装，使用方便；乙种版为普通版，每学期为一册。

5. **技术上出现现代化教学手段。**为使教师通过声像图文立体媒介理解教案，我们为每本教案附二张教学示范指导光盘（每学期一张），光盘具有兼容性，既能在计算机

上使用，又能在 VCD 机上演示。

但是，由于时间仓促，水平有限，特别是目前教育界正处于一个从应试教育向素质教育的转型期，我们的“重点中学实施素质教育的途径与方法”的课题研究还在进行之中，所以，这套《素质教育新教案》丛书不免还有旧的教学模式的影子，新意尚嫌不足。究竟每学科、每节课素质教学目标该如何确立；教学内容、结构、教学方法、手段该如何筛选设置；学生活动该怎样组织安排等等，还存在很多问题，有待我们去思考、推敲、实践、解决。我们组织编写本教案的目的就是为广大教师进行课堂素质教学提供一种参考，而不是一种规范；这是对教学方法的研究，而不是对教学流程的固化。所以，我们通过此套教案，促进研讨，边实践边总结，广泛听取意见，把我们大家都很关心的而且又是我们还没最后完成的素质教育课题完成得更好。

本丛书涉及到中学的语、数、外、政、史、地、理、化、生九个学科；小学的数、语二个学科。首先出版的是数、语、外，以后陆续出版其他各学科。

这套丛书的读者对象，首先是有关学科的教师，其次是主管教学工作的领导以及开展素质教育科研工作的同志。此外，对受教育的中小学生和关心孩子成长的家长来说，也是不可多得的良好益友。

值得一提的是，在这套丛书编写过程中得到了科联体成员校领导的大力支持，特别是得到了中央教科所基础教材研究中心的至诚指导和帮助，并且由他们作审定工作。这对本丛书的质量和顺利出版起到了保证作用。在此，一并表示谢意。

全国知名中学科研联合体

“实施素质教育的途径与方法”课题组

2000 年 7 月

目 录

第一章 直线和平面	(1)
一 平面	(1)
§ 1.1 平面	(1)
§ 1.2 平面的基本性质	(7)
§ 1.3 水平放置的平面图形的直观图的画法	(14)
二 空间两条直线	(24)
§ 1.4 两条直线的位置关系	(24)
§ 1.5 平行直线	(24)
§ 1.6 两条异面直线所成的角	(28)
三 空间直线和平面	(33)
§ 1.7 直线和平面的位置关系	(33)
§ 1.8 直线和平面平行的判定与性质	(33)
§ 1.9 直线和平面垂直的判定与性质	(39)
§ 1.10 斜线在平面上的射影,直线和平面所成的角	(52)
§ 1.11 三垂线定理	(57)
四 空间两个平面	(70)
§ 1.12 两个平面的位置关系	(70)
§ 1.13 两个平面平行的判定和性质	(70)
§ 1.14 二面角	(79)
§ 1.15 两个平面垂直的判定和性质	(84)
第二章 多面体和旋转体	(93)
一 多面体	(93)
§ 2.1 棱柱	(93)
§ 2.2 棱锥	(101)
§ 2.3 棱台	(108)
二 旋转体	(117)
§ 2.4 圆柱、圆锥、圆台	(117)
§ 2.5 球	(125)
§ 2.6 球冠	(132)
三 多面体和旋转体的体积	(135)

§ 2.7	体积的概念与公理	(135)
§ 2.8	棱柱、圆柱的体积	(135)
§ 2.9	棱锥、圆锥的体积	(139)
§ 2.10	棱台、圆台的体积	(143)
§ 2.11	球的体积	(146)

第一章 直线和平面

一 平 面

§ 1.1 平 面

立体几何课程是初等几何教育的内容之一,是在初中平面几何学习的基础上开设的,以空间图形的性质、画法、计算以及它们的应用为研究对象,以演绎法为研究方法.通过立体几何的教学,使学生的认识水平从平面图形延拓至空间图形,完成由二维空间向三维空间的转化,发展学生的空间想象能力,逻辑推理能力和分析问题、解决问题的能力.

平面的概念和平面的性质是立体几何全部理论的基础.平面,是现实世界存在着的客观事物形态的数学抽象,在立体几何中是只描述而不定义的原始概念,但平面是把三维空间图形转化为二维平面图形的主要媒介,在立体几何问题平面化的过程中具有重要的桥梁作用.

一、素质教育目标

(一)知识教学点

1. “平面”是空间图形的基本元素,很多空间图形的面都是平面图形,平面图形及其性质是初中平面几何的主要学习内容,因此,要建立起“空间问题平面化”的观点.

2. 虽然日常生活中的平面物体有一定的局限,但作为立体几何中的“平面”无大小之分,是无限延展的.

3. 平面可用图形表示,也可用符号表示,应理清与其它图形表示法的联系与区别.

(二)能力训练点

1. 通过“平面”概念的教学,初步培养空间想象能力,如平面的无限延展性.

2. 由叙述语言、图形语言和符号语言的互译,培养语言转换能力.

(三)德育渗透点

通过通俗意义上的平面到数学意义上的平面的学习,了解具体与抽象,特殊与一般的辩证关系,由点、直线、平面间内在的联系逐渐形成“事物总是运动变化”的辩证观点.

教师备注

二、教学重点、难点及解决办法

1. 教学重点

(1)从客观存在的平面物体抽象出“平面”概念.

(2)掌握点、直线、平面间的相互关系,并会用文字、图形、符号语言正确表示.

(3)理解平面的无限延展性.

2. 教学难点

(1)理解平面的无限延展性.

(2)集合概念的符号语言的正确使用.

3. 解决办法

(1)借助实物操作,抽象出“平面”概念.

(2)运用正迁移规律,将直线的无限延伸性类比于平面的无限延展性.

三、课时安排

1 课时.

四、学生活动设计

准备好纸板三块,纸盒一个,小竹签四根.纸板作为平面的模型,纸盒用于观察平面的位置,以便同画出的图形比较,小竹签用于表示直线.

五、教学步骤

(一)明确目标

1. 能够从日常生活实例中抽象出数学中所说的“平面”.

2. 理解平面的无限延展性.

3. 正确地用图形和符号表示点、直线、平面以及它们之间的关系.

(二)整体感知

“立体几何”作为一门学生刚开始学习的学科,其内容对学生来说基本上是完全陌生的,应以“讲授法”为主,引导学生观察和想象,吸引学生的注意力,激发学生的学习兴趣,初步培养空间想象力.

本课是“立体几何”的起始课,应先把这一学科的内容作一大概介绍,包括课本的知识结构,“立体几何”的研究对象,研究方法,学习立体几何的方法和作用等.而后引入“平面”概念,以类比的方式,联系直线的无限延伸性去理解平面的无限延展性,突破教学难点.在进行“平面的画法”教学时,不仅要会画水平放置的平面,还应会画直立的平面和相交平面(包括有部分被遮住的相交平面).在用字母表示点、直线、平面三者间的关系时,应指明是借用了集合语句,并用列表法将这些关系归类,以便作为初学者的学生便于比较、记忆和运用.

(三)重点、难点的学习与目标完成过程

教师备注

A. 引言

师:以往我们所学的几何是平面几何,研究的是平面图形的性质、画法、计算、应用.今天我们开始学习一门新的学科——立体几何.立体几何的研究对象是空间图形的性质、画法、计算及应用.它使得我们的学习内容从二维平面上升到三维空间,因此,需要我们在学习过程中通过严密的逻辑推理把三维空间图形问题转化为二维平面图形问题,这也是学好立体几何的一个重要方法.

《立体几何》一书共分两章:第一章“直线和平面”是立体几何的基础知识和理论基础;第二章“多面体和旋转体”是理论知识的运用,并被广泛地应用于日常生活之中.

B. 平面

1. 平面的特点

师:现在我们来看手中的纸盒,它是由几个面构成的?

生:6个面.

师:对,这六个面给我们以平面的形象,还有哪些面留给我们平面的形象呢?

生:桌面、黑板、地面、海平面等.

师:对,这些物体是生活中所说的平面,但还不能算是数学意义上的平面,因为它们是有限的面.再如海平面上有波涛,当我们想象它是一平如镜时,它有什么特点呢?

生:很大、很平.

师:对,平面是一个不加定义的概念,具有“平”、“无限延展”、“无厚薄”的特点.一个平面可以把空间分成两部分,这正如直线是无限延伸的,一条直线可以把平面分成两部分,我们所画的只是一条直线的一部分.因此,刚才所说的物体如果是平的,也只是它所在平面的一部分.

2. 平面的画法

师:同学们从小就会画平面,是否记得用什么图形来表示?

生:平行四边形.

师:对,通常画平行四边形来表示平面,但有时不,如四面体(图1-1),又如三个平面相交且交于一点(图1-2).

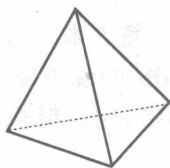


图 1-1

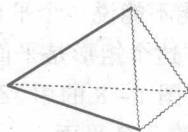


图 1-2

教师备注

注意,在画平行四边形表示平面时,所表示的平面如果是水平平面,通常把锐角画成 45° ,横边画成邻边的两倍(图 1-3);如果是非水平平面,只要画成平行四边形,如直立平面(图 1-4);如果几个平面画在一起,当一个平面有一部分被另一个平面遮住时,应把被遮部分的线段画成虚线或不画(图 1-5). 请看课本中有关内容.



图 1-3

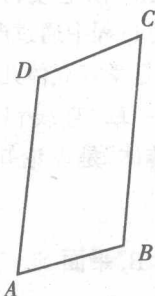


图 1-4

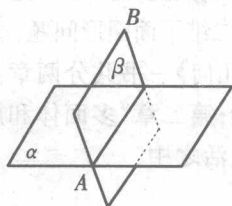


图 1-5

3. 平面的表示法

师:平面的表示法有如下几种:(1)在一个希腊字母 α 、 β 、 γ 的前面加“平面”二字,如平面 α 、平面 β 、平面 γ 等,且字母通常写在平行四边形的一个锐角内(图 1-3、图 1-5);(2)用平行四边形的四个字母表示,如平面 $ABCD$ (图 1-4);(3)用表示平行四边形的两个相对顶点的字母来表示,如平面 AC (图 1-4).

4. 点、直线、平面之间的基本关系

师:空间图形的基本元素是点、直线、平面.从运动的观点看,点动成线,线动成面,从而可以把直线、平面看成是点的集合,因此它们之间的关系除了用文字和图形表示外,还可借用集合中的符号语言来表示.规定直线用两个大写的英文字母或一个小写的英文字母表示,点用一个大写的英文字母表示,而平面则用一个小写的希腊字母表示(以下各种情形要用小竹签和纸板示范).参图 1-6.

师:可见,集合中“ $\in$ ”的符号只能用于点与直线,点与平面的关系,“ $\subset$ ”和“ $\cap$ ”的符号只能用于直线与直线、直线与平面、平面与平面的关系,虽然借用于集合符号,但在读法上仍用几何语言.

【练习】

[练习一] 1. 能不能说一个平面长 4 米,宽 5 米?为什么?能不能说矩形长 3 米,宽 2 米?“这个矩形是平面的一部分”的说法是否正确?

2. 观察图 1-7、图 1-8 的甲、乙两个图形,用模型来说明它们的位置有什么不同,并用字母表示各平面.

教师备注

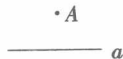
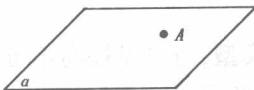
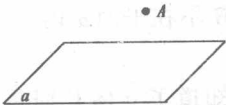
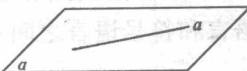
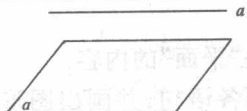
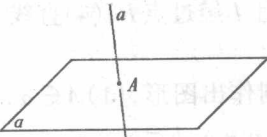
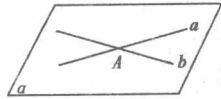
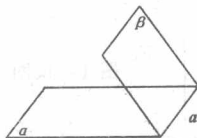
点 A 在直线 a 上(或直线 a 经过点 A)		$A \in a$	元素与集合间的关系
点 A 在直线 a 外(或直线 a 不经过点 A)		$A \notin a$	
点 A 在平面 α 内(或平面 α 经过点 A)		$A \in \alpha$	
点 A 在平面 α 外(或平面 α 不经过点 A)		$A \notin \alpha$	
直线 a 在平面 α 内(或平面 α 经过直线 a)		$a \subset \alpha$	两个集合间的关系
直线 a 在平面 α 外(或直线 a 与平面 α 不相交)		$a \not\subset \alpha$	
直线 a 与平面 α 相交于点 A		$a \cap \alpha = A$	
直线 a 与直线 b 相交于点 A		$a \cap b = A$	
平面 α 与平面 β 相交于直线 a		$\alpha \cap \beta = a$	

图 1-6

教师备注

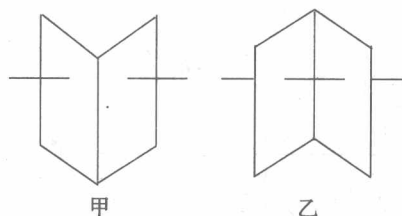


图 1-7

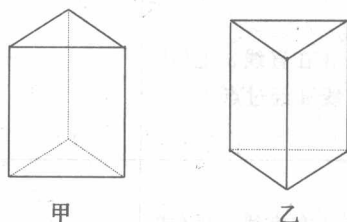


图 1-8

附注:(1)讲评图 1-7 时,用书作示意,对直线的可见部分与不可见部分加以区别.

(2)讲评图 1-8 时,出示模型,对可见棱与不可见棱加以区别.

[练习二] 试用集合符号表示:

(1)点 A 在直线 l 上,点 B 不在直线上; $A \in l, B \notin l$

(2)点 A 在平面 α 内,而点 B 不在平面 α 内. $A \in \alpha, B \notin \alpha$

(四)总结、扩展

通过这一节课的学习,我们知道了立体几何是在学习了平面几何的基础上对几何的继续研究,研究的对象是空间图形,主要研究空间图形的画法、性质、计算以及应用.今天首先学习了平面的画法和表示法,以及点、直线、平面间基本关系的文字语言,图形语言和符号语言之间关系的转换,为下一节课学习平面的基本性质作准备.

六、布置作业

1. 阅读立体几何课本有关“平面”的内容.

2. 试用集合符号表示下列各语句,并画出图形:(1)点 A 在平面 α 内,但不在平面 β 内;(2)直线 a 经过不属于平面 α 的点 A ,且 a 不在平面 α 内;(3)平面 α 与平面 β 相交于直线 l ,且 l 经过点 P ;(4)直线 l 经过平面 α 外一点 P ,且与平面 α 相交于点 M .

3. 根据以下集合语言,分别作出图形,(1) $A \in \alpha, B \notin \alpha, C \in AB$, (2) $A \in \alpha, a \subset \alpha$ 则 $A \notin a$; (3) $a \cap b = P, a \notin \alpha, b \subset \alpha$.

4. 预习“平面的基本性质”.

七、板书设计

平面	图 1-3、图 1-4、图 1-5	(1)(2)(3)
1. 平面的特点		(4)(5)(6)
2. 平面的画法与表示法	图 1-1、图 1-2	(7)(8)(9)
3. 点、直线、平面之间的基本关系		图 1-6

附注:练习和作业用幻灯显示

八、参考资料

- 1.《高中立体几何(全一册)》教学参考书
- 2.《高中立体几何教学指导书》(上教版)

§ 1.2 平面的基本性质(一)

平面的基本性质是研究空间图形性质的理论基础,也是以后演绎推理的逻辑依据.平面的基本性质是通过三条公理及其重要推论来刻划的,通过这些内容的教学,使学生初步了解从具体的直观形象到严格的数学表述的方法,使学生的思维从直觉思维上升至分析思维,使学生的观念逐步从平面转向空间.

一、素质教育目标

(一)知识教学点

平面的基本性质是通过三个与平面的特征有关的公理来规定的.

1. 公理 1 说明了平面与曲面的本质区别.通过直线的“直”来刻划平面的“平”,通过直线的“无限延伸”来描述平面的“无限延展性”,它既是判断直线在平面内,又是检验平面的方法.

2. 公理 2 揭示了两个平面相交的主要特征,提供了确定两个平面交线的方法.

3. 公理 3 及其三个推论是空间里确定一个平面位置的方法与途径,而确定平面是将空间问题转化为平面问题的重要条件,这个转化使得立体几何的问题得以在确定的平面内充分使用平面几何的知识来解决,是立体几何中解决相当一部分问题的主要的思想方法.

4. “有且只有一个”的含义分两部分理解,“有”说明图形存在,但不唯一,“只有一个”说明图形如果有顶多只有一个,但不保证符合条件的图形存在,“有且只有一个”既保证了图形的存在性,又保证了图形的唯一性.在数学语言的叙述中,“确定一个”,“可以作且只能作一个”与“有且只有一个”是同义词,因此,在证明有关这类语句的命题时,要从“存在性”和“唯一性”两方面来论证.

5. 公理 3 的三个推论是以公理 3 为主要的推理论证的依据,是命题间逻辑关系的体现,为使命题的叙述和论证简明、准确,应将其证明过程用数学的符号语言表述.

(二)能力训练点

1. 通过由模型示范到三条公理的文字叙述培养观察能力与空间想象能力.

2. 通过由公理 3 导出其三个推论的思考与论证培养逻辑推理能力.

3. 将三条定理及三个推论用符号语言表述,提高几何语言水平.

教师备注

(三)德育渗透点

借助模型和实物来说明三个公理,进行“数学来源于实践”的唯物主义观念的教育,通过三条公理及公理3的三个推论的学习,逐步渗透事物间既有联系又有区别的观点,更由于对三个推论的证明培养言必有据,一丝不苟的学习品质和公理法思想.

二、教学重点、难点、疑点及解决办法

1. 教学重点

- (1)体现平面基本性质的三条公理及其作用.
- (3)两条公理及公理3的三个推论中的“有且只有一个”的含义.
- (3)用图形语言和符号语言表述三条公理及公理3的三个推论.
- (4)理解用反证法和同一法证明命题的思路,并会证一些简单问题.

2. 教学难点

- (1)对“有且只有一个”语句的理解.
- (2)对公理3的三个推论的存在性与唯一性的证明及书写格式.
- (3)确定两相交平面的交线.

3. 解决办法

- (1)从实物演示中引导学生观察和实验,阐明公理的条件和结论间的直观形象,加深对“有且只有一个”语句的理解.
- (2)通过系列设问,帮助学生渐次展开思维和想象,理解公理的实质和作用.

三、课时安排

2课时.

四、学生活动设计

准备好两块纸板,一块薄平的泡沫板,四根长15cm左右的小竹针,其中三根一样长,一根稍短.针对三条公理设计不同的活动,对公理1,可作如下示范:把直尺的两端紧按在玻璃黑板上,完全密接;对公理2,可用两块硬纸板进行演示(如图1-9);对公理3,使用图1-10所示的模型进行演示.

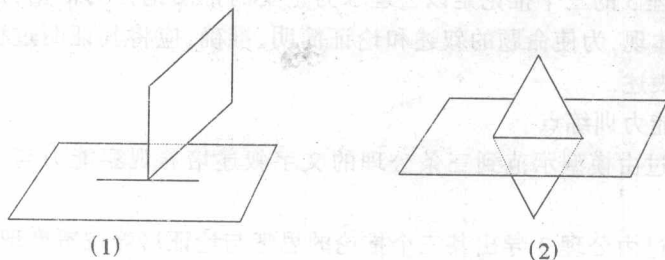


图 1-9

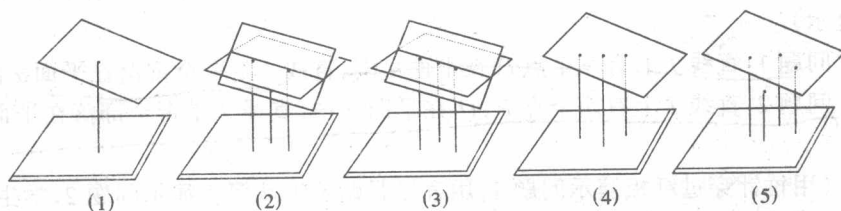


图 1-10

五、教学步骤

(一)明确目标

- (1)理解并熟记平面基本性质的三条公理及公理3的三个推论.
- (2)掌握这三个公理和三个推论的文字语言、图形语言、符号语言间的互译.
- (3)理解“有且只有一个”的含义,在此基础上,以公理3为主要依据,推证其三个推论.
- (4)能够用模型来说明有关平面划分空间的问题.
- (5)理解并掌握证明命题的常用方法——反证法和同一法.

(二)整体感知

本课以平面基本性质的三条公理及公理3的三个推论为主要内容,既有学生熟悉的事实,又有学生初次接触的证明,因此以“设问——实验——归纳”法和讲解法相结合的方式进行教学.首先,对于平面基本性质的三条公理,因为是“公理”,无需证明,教学中以系列设问结合模型示范引导学生共同思考、观察和实验,从而归纳出三条公理并加以验证.其中公理1应以直线的“直”和“无限延伸”来刻画平面的“平”和“无限延伸”;公理2要抓住平面在空间的无限延伸特征来讲;公理3应突出已知点的个数和位置,强调“三个点”且“不在同一直线上”.通过三条公理的教学培养学生的观察能力和空间观念,加深对“有且只有一个”语句的理解.对于公理3的三个推论的证明,学生是初次接触“存在性”和“唯一性”的证明,应引导学生以公理3为主要的推理依据进行分析,逐渐摆脱对实物模型的依赖,培养推理论证能力,证明过程不仅要进行口头表述,而且教师应进行板书,使学生熟悉证明的书写格式和符号.最后,无论定理还是推论,都要将文字语言转化为图形语言和符号语言,并且做到既不遗漏又不重复且忠于原意.

三、教学重点、难点的学习与完成过程

A. 公理

师:立体几何中有一些公理,构成一个公理体系.人们经过长期的观察和

教师备注

实践,把平面的三条基本性质归纳成三条公理.请同学们思考下列问题(用幻灯显示).

问题 1: 直线 l 上有一个点 P 在平面 α 内, 直线 l 是否全部落在平面 α 内?

问题 2: 直线 l 上有两个点 P, Q 在平面 α 内, 直线 l 是否全部落在平面 α 内?

(用竹针穿过纸板演示问题 1, 用直尺紧贴着玻璃黑板演示问题 2, 学生思考回答后教师归纳.)

这就是公理 1: 如果一条直线上的两个点在一个平面内, 那么这条直线上所有的点都在这个平面内. 这里的条件是什么? 结论是什么?

生: 条件是直线 (a) 上有两点 (A, B) 在平面 (α) 内, 结论是: 直线 (a) 在平面 (α) 内.

师: 把条件表示为 $A \in a, B \in a$ 且 $A \in \alpha, B \in \alpha$, 把结论表示为 $a \subset \alpha$, 所以结论也可以说平面 α 经过直线 a . 用图形表示为 (图 1-11).

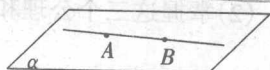


图 1-11

这条公理是判定直线是否在平面内的依据, 也可用于验证一个面是否是平面, 如泥瓦工用直的木条刮平地面上的水泥浆.

在这里, 我们用平行四边形来表示平面, 那么平面是不是只有平行四边形这么个范围呢?

生: 不是, 因为平面是无限延展的.

师: 对, 根据公理 1, 直线是可以落在平面内的, 因为直线是无限延伸的, 如果平面是有限的, 那么无限延伸的直线又怎么能在有限的平面内呢? 所以平面具有无限延展的特征.

现在我们根据平面的无限延展性来观察一个现象(演示图 1-9-(1)给学生看). 问: 两个平面会不会只有一个公共点?

生甲: 只有一个公共点.

生乙: 因为平面是无限延展的, 应当有很多公共点.

师: 生乙答得对, 正因为平面是无限延展的, 所以有一个公共点, 必有无数个公共点. 那么这无数个公共点在什么位置呢? (教师随手一压, 一块纸板随即插入另一块纸板上事先做好的缝隙里). 可见, 这无数个公共点在一条直线上. 这说明, 如果两个平面有一个公共点, 那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线. 此时, 就说两平面相交, 这条线就是公共点的集合, 这就是公理 2, 其条件和结论分别是什么?

生: 条件是两平面 (α, β) 有一公共点 (A) , 结论是: 它们有且只有一条过这个点的直线.

师: 条件表示为 $A \in \alpha, A \in \beta$, 结论表示为: $\alpha \cap \beta = a, A \in a$, 图形表示为图 1-9-(2) 或图 1-12.

公理 2 是判定两平面相交的依据, 提供了确定

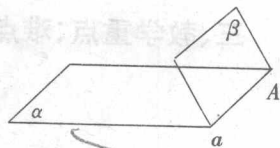


图 1-12