達夫大學物理
問題精解

中卷

波動學之部
熱學之部

編者　樊恒鐸

校者　張少墨
　　　王象復

中華書局印行

民國三十六年六月發行
民國三十七年八月再版

達夫大學物理問題精解（中卷）

◎

定價國幣二元三角

（郵運匯費另加）

編者 樊恆鐸
校者 張少墨 王象復
發行人 顧樹森
中華書局股份有限公司代表
印刷者 中華書局永寧印刷廠
上海澳門路八九九號
發行處 各埠中華書局

（一三四二六）

達夫大學物理問題精解

中　卷

波動學之部

目　次

熱　學　之　部

目　次

達夫大學物理問題精解

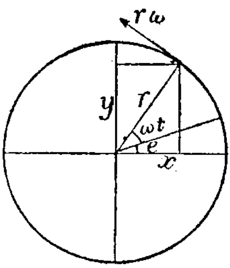
中　卷

波動學之部

第一章　解題指南

第一節　作題備查

備查公式:



(a) 簡諧運動　設 r = 振幅, ω = 參考點之角速度, t = 時間, e = 初相.

a. 位移　水平方向: $x = r\cos(\omega t + e)$.

鉛直方向: $y = r\sin(\omega t + e)$.

b. 速度　水平方向:

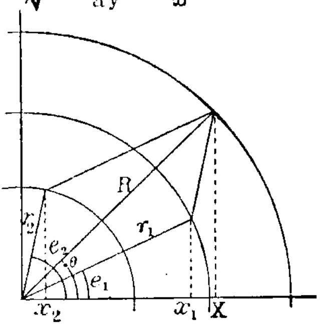
$$v_x = -r\omega\sin(\omega t + e).$$

鉛直方向: $v_y = r\omega\cos(\omega t + e)$.

c. 加速度　水平方向: $a_x = -\omega^2 x$.

鉛直方向: $a_y = -\omega^2 y$.

d. 週期　$T = 2\pi\sqrt{-\dfrac{x}{a_x}} = 2\pi\sqrt{-\dfrac{y}{a_y}} = \dfrac{2\pi}{\omega}$.



(b) 同直線上二同週期簡諧運動之合成　設二簡諧運動之方程式各為 $x_1 = r_1\cos(\omega t + e_1)$ 及 $x_2 = r_2\cos(\omega t + e_2)$; 其合成運動之振幅為 R, 初相為 θ, 在時間 t 之位移為 X.

$$X = R\cos(\omega t + \theta),$$

$$R^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2\cos(e_1 - e_2),$$

$$\tan\theta = \frac{r_1\sin e_1 + r_2\sin e_2}{r_1\cos e_1 + r_2\cos e_2}.$$

(c) 橫波在繩中之速度　設 v = 波速，F = 繩中之張力，m = 單位繩長之質量.

$$v = \sqrt{\frac{F}{m}}.$$

(d) 縱波在彈性體內之速度　設 v = 波速，E = 介質之彈性係數，ρ = 介質之密度.

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}.$$

(e) 波在液體內之速度

a. 海洋中：波長 λ 與海洋深度相較爲甚小.　$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$.

b. 運河中：波長與河深 h 相較爲甚大.　$v = \sqrt{gh}$.

(f) 球面波之強度　設 F 爲波源之功率，E_1 及 E_2 爲距波源爲 r_1 及 r_2 處之波強.

$$F = 4\pi r_1^2 E_1 = 4\pi r_2^2 E_2, \quad \text{或} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

(g) 波速 v，波長 λ，週期 T 與頻率 f 間之關係.

$$v = \frac{\lambda}{T}, \quad T = \frac{1}{f}, \quad v = f\lambda.$$

解題要點：

(a) 一切具有固定週期之振動，必爲簡諧運動或若干簡諧運動之合成運動(Fourier 氏定理). 準波動之基本特性，知凡在波動影響所及範圍內之介質，均對其平衡位置生週期性之位移；故波動必係週期運動，因而可以研究簡諧運動之法處理之.

(b) 研究簡諧運動時,對次之諸事,須有明晰之了解:

a. 簡諧運動　簡諧運動係直線振動之一種，其動點所受之向心加速度與其對振動中心之位移成正比．以公式表之,卽 $a=-cx$.

b. 位移　任何時刻動點與振動中心之距離，名曰動點在該時之位移.

c. 振幅　動點振動路程長度之半,名曰簡諧運動之振幅.

d. 週期　動點完全振動一次所需之時間,名曰週期.

e. 參考圓　以振幅爲半徑、振動中心爲圓心繪出之圓,名曰參考圓.

f. 參考點　在參考圓上作等速圓運動之點,名曰參考點.因其在任一直徑上投影之加速度爲 $a=-\omega^2x$，與 $a=-cx$ 比較,如令 $\omega^2=c$，則此投影之運動,卽爲相當簡諧運動中動點之運動.

g. 相　參考點與取爲研究基準之半徑間所夾之角，名曰該點之相;亦卽簡諧運動中相當動點之相.運動起始時之相,名曰初相．按"相"有"位置"之意,特常以角度之形式表出耳.

(c) 研究簡諧運動時，可逕研究參考點在任一直徑上投影之運動,至爲便利．研究之要項,厥爲位移、速度、加速度及力等,由圖甚易求得.

(d) 簡諧運動之合成　茲舉其二特款,餘倣此.

a. 同週期且在同直線上之二簡諧運動.

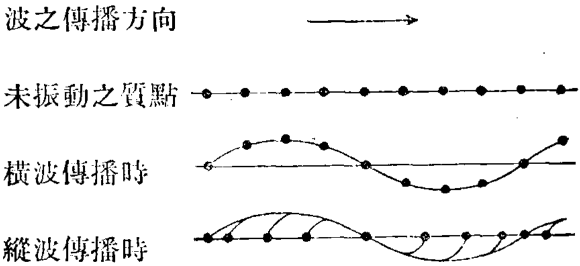
1. 解析法:應用公式(b).

2. 幾何法:如公式(b)中之圖所示，繪出二參考圓及參考點；用平行四邊形法則求出合成振幅 R 及初相 θ.

其在原直徑上之投影,可向該直徑作垂線以得之.

b.互成直角之二簡諧運動　參閱原書,以幾何法解之;或逕由二簡諧運動之方程式求得合成運動之方程式.

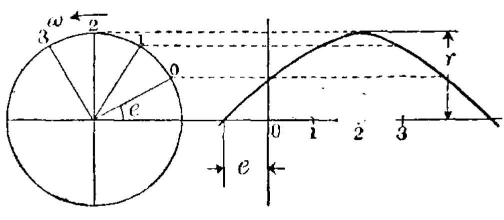
(c) 簡單之波可分縱波與橫波二種：介質質點之振動方向與波之傳播方向垂直者曰橫波，如光波是;一致者曰縱波，如音波是;如圖所示.



複雜之波,概係由橫波與縱波合成者,如水波是.

(f) 簡單之波多由單純之簡諧運動所生，故其相、位移、振幅及週期等與簡諧運動中者相同;且可以同法合成之.

(g) 研究波動問題時，常繪出其位移一時間曲線，即以位移爲縱坐標，時間或相爲橫坐標，繪出多點而聯爲光滑曲線，以便研究其各種情形.



圖中所示,乃 $y=r\sin(\omega t+e)$ 之圖形.

(h) 位於同直線上之兩個或兩個以上之波列重合時，可將其位移一時間曲線繪於具有相同橫坐標之紙上；取相應諸

縱坐標之代數和，即得合成波列之相應位移.如用波長代時間，即繪出位移一波長曲線，有時尤覺便利.

第二節　物理常數

(a) 彈性係數(達因/厘米^2):

a. 體彈性係數(k): 鋼, 17×10^{11}; 銅, 17×10^{11}.

b. Young 氏彈性係數(M): 鋼, 23×10^{11}; 銅, 11×10^{11}.

(b) 密度(克/厘米^3): 鋼, 7.60; 銅, 8.92.

第二章　題目之部

第一節　原題

1. 某彈簧之質量可以忽略；50 克重之力，可使之伸長 2 厘米.今將重 980 克之物懸於其下，並將重物拉至平衡點下 5 厘米而釋放之. 試求(a)週期；(b)用餘弦式表出其質量中心自釋放時起之運動方程式；(c)在時間＝3 秒時之位移；(d)作用於當時之不平衡力；(e)在時間＝2 秒時之速度；(f)最大之動能.

2. 貯水或水銀於 U 形管內而擾動之.試證管內液體作週期為 $T=2\pi\sqrt{l/2g}$ 之簡諧運動.其中 l 為液柱之全部長度.

3. 位於同一直線內之二簡諧運動各可以方程式 $y_1=4\cos 3t$ 與 $y_2=3\cos\left(3t-\frac{3\pi}{4}\right)$ 表之.試求其合成運動之振幅及初相.又此合成運動之方程式為何?

4. 三波列波長之比為 1，$\frac{1}{3}$ 及 $\frac{1}{5}$；其振幅之比為 3，2 及 1.試由同一相起，用圖解法合併之.

5. 試用圖解法將波長為 5 與 4 且振幅相等之兩波列合併之.

6. 依 Smithsonian 氏表，在溫度 19°C時，音速在不含空氣之水中為 1461 米/秒.問在此溫度下，水之彈性係數以達因/厘米^{2}計之為何?其每氣壓之壓縮係數為何?

7. 某斷面積 2 平方毫米之鋼絲，受有 5 仟克重之張力.問橫波沿其傳播之速度為何?

8. 在上題之鋼絲中，縱波傳播之速度為何?

9. 某半徑 1 毫米之鋼絲，張於兩支架間.設有一縱波及一橫

波，同時自一端出發；當縱波抵他端時，橫波僅行絲長之$\frac{1}{100}$．試以仟克重爲單位，計算出絲中之張力 F.

10．蘇伊士運河深約 32 呎；若取 g 値爲 32 呎/秒^{2}時，巨浪在河身內進行之速度爲何？

11．某海嘯波自日本西摩達發出，經 12 時 13 分到達 4920 哩外之聖地亞哥．試求二地間海洋之平均深度．

第二節　附加題

1．某物體方以 3.14 秒之週期與 2 厘米之振幅振動．求其經過平衡位置 15 秒時之位移、速度及加速度．

2．某物體懸於一垂直螺旋彈簧之下端，作垂直振動．設物體對平衡位置之位移 2 厘米時彈簧施於該物之力，適爲在平衡位置時其施於該物之力之二倍．問其振動週期爲何？

3．週期相同之二簡諧運動位於同一直線內，其振幅各爲 3 及 4 厘米，相差爲$\frac{\pi}{2}$．試求其合成運動之振幅．

4．週期相同之二簡諧運動互成直角，振幅均爲 a；其一較他一早振動$\frac{1}{4}$週期．某質點之運動爲二者之合成運動，試求該質點運動軌跡之方程式．

5．二簡諧運動位於同一直線內，其振幅相同，週期各爲 10 及 11 秒，同時由零位相起始振動．問歷時若干秒二者之合成位移爲零？何時二者之合成位移再度爲零？

6．二正弦波列之波長爲 2 及 1，振幅爲 2 及 1，由同相起始振動．試用圖解法合併之．

7．具有相同速度、週期及振幅之二正弦波依相反方向沿一繩傳播．問其位移在何點常爲零？

8. 試計算縱波在鋼中之速度.此結果究係適用於巨大鋼塊,抑係適用於鋼絲?

9. 橫波在每米重 1 克之金屬絲中之速度爲每秒 140 厘米.試求絲中之張力.

10. 某球面波由功率 1 瓦特之小波源射出;試求其在距波源 1 米處之強度.

11. 科多岬運河淺處之深度爲 25 呎.試求長波在其中進行之速度.

12. 某旅客在速度每時 15 哩之汽船上,見一海浪似與其船身並進.求該浪之波長.何以此旅客不能繼續觀察該浪?

13. 某海嘯波自日本聖銳谷發出,歷 7 時 32 分到達距其3500 哩之檀香山.試由此計算兩地間之平均海洋深度.

第三章　解法之部

第一節　原題

1.　(a) 將重物拉至平衡點下5厘米所需之力$=50\times\frac{5}{2}$ $=125$克重．　設重物在平衡點下5厘米處之加速度爲 a，則

$$125\times980=980\,a,\qquad \therefore a=125\text{ 厘米/秒}^2.$$

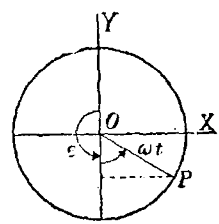
$$\therefore \text{週期}=T=2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}}=2\pi\sqrt{-\frac{-5}{125}}=0.4\pi\text{秒}.$$

(b) 仿簡諧運動方程式　$x=r\cos(\omega t+e)$，由圖，知

$r=5$ 厘米，$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.4\pi}$

$=5$弧度/秒，

$e=\pi$；



∴所求方程式爲

$$y=5\cos(5t+\pi).$$

(c) 當 $t=3$ 秒時，位移$=y=5\cos(5\times3+\pi)$

$=5\cos(5\times3\times57^\circ.3+180^\circ)=5\cos41^\circ$

$=3.773$厘米．

(d) 當時之不平衡作用力$=$彈簧所受之力

$=-50\times\frac{3.773}{2}$克重$=-50\times\frac{3.773}{2}\times980$達因

$=-92,450$達因．

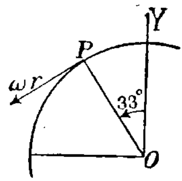
(e) 當 $t=2$ 秒時，P點之相$=\omega t+e=5\times2+\pi$弧度

$=720^\circ+33^\circ$．

P點之線速度$=\omega r=5\times5=25$厘米/秒．

∴重物之速度＝P點線速度在y一軸上之投影

$=-25\sin 33°=-13.61$ 厘米/秒.



(f) 重物與P點運動方向一致時，其速度爲最大.

重物之最大速度＝P點之線速度＝25 厘米/秒.

∴重物之最大動能$=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 980\times 25^2$

$=306,250$爾格.

【他解】 依前解之(b)得重物之

位移$=y=5\cos(5t+\pi)$;

速度$=v=\frac{dy}{dt}=-25\sin(5t+\pi)$;

加速度$=a=\frac{dv}{dt}=-125\cos(5t+\pi)$.

(d) $t=3$秒時，$a=-125\cos(5\times 3+\pi)$

$=-94.3$厘米/秒^2;

∴作用力$=ma=980(-94.3)=-92,450$達因.

(e) $t=2$秒時，$v=-25\sin(5\times 2+\pi)$

$=-13.61$厘米/秒.

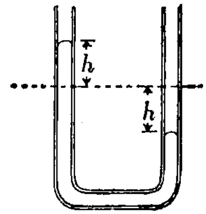
(f) 令$\frac{dv}{dt}=-125\cos(5t+\pi)=0$,

取可使$\frac{d^2v}{dt^2}$爲負之$5t+\pi$之值，

得$5t+\pi=\frac{3\pi}{2}$；此值可使v爲最大.

∴v之最大值$=-25\sin\frac{3\pi}{2}=25$厘米/秒;

∴最大動能$=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 980\times 25^2=306,250$爾格.



2.　液柱受振動而脫離平衡位置時，重力有使之返回平衡位置之傾向；且其去平衡位置愈遠，作用於其之重力愈大，因而重力使液柱全體所生之加速度亦愈大．既知液柱之位移與加速度之大小成正比，且方向相反，故其運動係簡諧運動．

設管之截面積爲 S，液體之密度爲 ρ，液柱兩端與平衡位置之距離各爲 h；液柱當時所受之加速度爲 a．

施於液柱之力 $=\rho lSa$

$=$ 液柱兩端因重力而生之壓力差 $=\rho(2h)Sg$．

$$\therefore\ a=\frac{2hg}{l}.$$

$$\therefore \text{週期} = T = 2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}} = 2\pi\sqrt{-h/-\frac{2hg}{l}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

3.　設合成運動之振幅及初相各爲 R 及 θ．

$$\because r_1=4,\quad r_2=3;\quad e_1=0,\quad e_2=-\frac{3\pi}{4}.$$

$$\therefore R^2=r_1{}^2+r_2{}^2+2r_1r_2\cos(e_1-e_2)$$

$$=4^2+3^2+2\times4\times3\cos\left(0+\frac{3\pi}{4}\right),$$

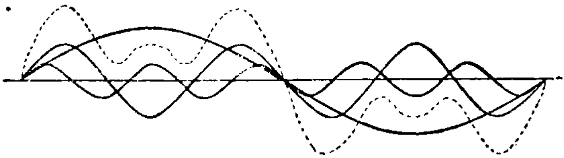
$$\therefore R=2.8336.$$

$$\tan\theta=\frac{r_1\sin e_1+r_2\sin e_2}{r_1\cos e_1+r_2\cos e_2}=\frac{4\sin0+3\sin\left(-\frac{3}{4}\pi\right)}{4\cos0+3\cos\left(-\frac{3}{4}\pi\right)},$$

$$\therefore \theta=-48^\circ28'.$$

$$\therefore \text{運動方程式：}\quad y=2.8336\cos(3t-48^\circ28').$$

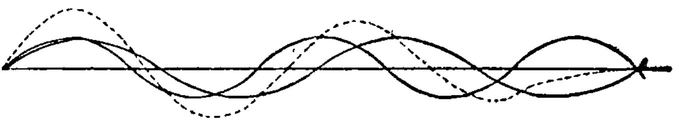
4.



實線:原有波.

虛線:合成波.

5.　茲由同相起繪出二者合成波之一部分如下:



6.　$\because\ v=\sqrt{\dfrac{E}{\rho}}$,

$\therefore$ 水之彈性係數 $=E=v^2\rho=(146,100)^2\times 1$

$=2.1345\times 10^{10}$ 達因/厘米^2.

水之壓縮係數 $=\dfrac{1}{E}=\dfrac{1}{2.1345\times 10^{10}}$ 每達因/厘米^2

$=\dfrac{1}{2.1345\times 10^{10}}\times 980\times 76\times 13.6$ 每氣壓

$=4.743\times 10^{-5}$ 每氣壓.

7.　$v=\sqrt{\dfrac{F}{m}}=\sqrt{\dfrac{5000\times 980}{2\times\left(\dfrac{1}{10}\right)^2\times 1\times 8.92}}=5.24\times 10^3$ 厘米/秒.

$=52.4$ 米/秒.

8.　$v=\sqrt{\dfrac{M}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{11\times 10^{11}}{8.92}}=3.51\times 10^5$ 厘米/秒

$=3.51$ 仟米/秒.

9.　橫波之速度 $=v_1=\sqrt{\dfrac{F}{m}}=\sqrt{\dfrac{F}{\pi(0.1)^2\times 1\times 7.60}}$,

縱波之速度 $=v_2=\sqrt{\dfrac{M}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{23\times 10^{11}}{7.60}}$;

$$\because \frac{v_1}{v}=\frac{1}{100}=\sqrt{\frac{F}{\pi(0.1)^2\times1\times7.60}}=\sqrt{\frac{7.60}{23\times10^{11}}};$$

$$\therefore F=7.2257\times10^6 \text{達因}=7.373\text{仟克重}.$$

10. $v=\sqrt{gh}=\sqrt{32\times32}=32$呎/秒。

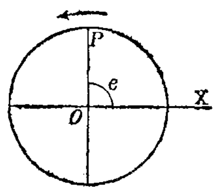
11. 依 $v=\sqrt{gh}$，因 $v=\dfrac{4920\times5280}{(12\times60+13)\times60}=590$呎/秒;

$$\therefore h=\frac{v^2}{g}=\frac{590^2}{32.2}=10{,}800\text{呎}=2.05\text{哩}.$$

第二節 附加題

1. 依簡諧運動普遍方程式 $x=r\cos(\omega t+e)$,

$\because r=2,\ e=\dfrac{\pi}{2},\ \omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{3.14}=2,$

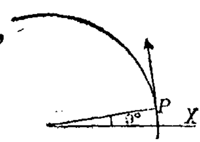


$\therefore x=2\cos\left(2t+\dfrac{\pi}{2}\right).$

當 $t=15$ 秒時,

位移 $=x=2\cos\left(2\times15+\dfrac{\pi}{2}\right)=1.98$ 厘米.

相 $=\omega t+e=2\times15+\dfrac{\pi}{2}=360^\circ\times5+9^\circ$,



P點之線速度 $=\omega r=2\times2=4$ 厘米/秒,

$\therefore$ 速度 = P點線速度在 x 軸上之投影

$=-4\sin9^\circ=-0.626$ 厘米/秒.

加速度 $=a=-\omega^2x=-2^2\times1.98=-7.92$ 厘米/秒^2.

【他解】 $x=2\cos\left(2t+\dfrac{\pi}{2}\right)=2\cos\left(2\times15+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$=1.98$ 厘米.