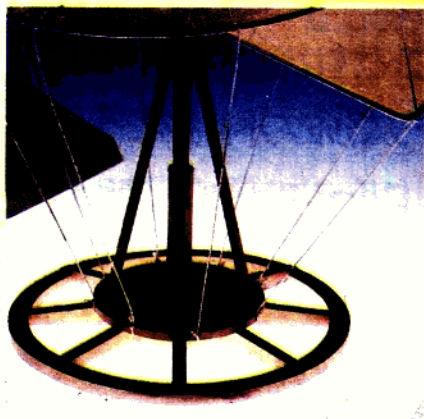


■ 李益中/王纯洁/王幼军/主编

简明 数学史 教程



CONCISE TEACHING
MATERIAL ABOUT
HISTORY OF
MATHEMATICS

科学技术文献出版社

简明数学史 教程

■ 主编/李益中/王纯洁/王幼军 ■

科学技术文献出版社

(京)新登字130号

内 容 简 介

本书叙述了高中代数、中学解析几何、微积分、概率论与数理统计的史略，同时扩及近代数学与现代数学概观，本书可作为高等师范院校（普通、成人）数学系和中学教师继续教育有关课程的教材或教学参考书，也可供广大数学教育工作者、数学教学研究人员、数学教师及数学史爱好者参考。

图书在版编目（CIP）数据

简明数学史教程/李益中等主编，—北京：科学技术文献出版社，1995

ISBN 7—5023—2276—0/O106

I. 简… II. 李… III. 数学史—教材—中学—研究
IV. 011

中国版本图书馆CIP数据核字（95）第13696号

科学技术文献出版社出版

（北京复兴路15号 邮政编码100038）

肥城市桃园印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

1995年1月第1版 1995年1月第1次印刷

850×1168毫米 8印张 20千字

科技新书目： 印数：1—3200册

定价：8.90元

主 编	李益中	王纯洁	王幼军
副主编	丛树凡	许 玫	李少文
	丁教强	李 平	王相国
编 委	杜玉祥	朱志舞	张志敏
	倪炳华	孙金森	金之明
	辛玉忠	许曰才	李 萌

前 言

数学史是研究数学发展进程与规律的学科。学习和研究数学史,追溯数学的渊源,了解数学的重要思想方法、概念命题生育、生长的历史逻辑,充分发掘历史材料的教育价值,不仅能够有力地提高数学教育者本身的数学素养,而且可作为日后数学教育工作各方面的借鉴。因此,在高等师范院校(普通、成人)中开设数学史课程已普遍受到重视。

数学史内容非常丰富,为使本书简明实用,我们在选材上紧紧围绕高等师范院校(普通、成人)的培养目标,考虑与杜玉祥主编的《简明初等数学史教程》内容衔接,本书选择内容以高中代数、三角、解析几何、数学分析、概率统计等分支的史略为重点,同时兼顾、扩及近代数学、现代数学概观。在框架结构上,为了便于数学教育、教学,代数史基本以专题为中心集中历史材料,其它分支史,以年代顺序叙述各个时期的主要数学成就,文字力求简明。

本书可作为高等师范院校(普通、成人)数学系和中学教师继续教育有关课程的教材或教学参考书,也可供数学教育工作者、数学教学研究人員、数学教师及科学史数学史爱好者参考。

本书的编写分工(以章节先后为序)是:李益中;朱志舜、张志敏;王纯洁、许玫、金之明;李少文、孙金森、李平;王幼军、王纯洁、丛树凡、李萌;王幼军;李益中、王相国;此外倪炳华、杜玉祥也参加了部分书稿的撰写。全书最后由李益中、王纯洁、王幼军修改定稿。

在本书编写过程中,我们参阅了许多专家的论著,在此谨表示最诚挚的谢意。

由于水平有限,时间仓促,书中缺点错误在所难免,恳请有关专家和广大读者批评指正。

编 者

1994年5月于济南

目 录

绪论	(1)
第一章 高中代数简史	(9)
第一节 函数概念的产生和发展	(9)
第二节 古老的数列	(17)
第三节 复数的产生与发展	(24)
第四节 二项式定理史略	(34)
第五节 三角学简史	(42)
第二章 中学解析几何简史	(56)
第一节 解析几何的发展概述	(56)
第二节 费尔玛与笛卡儿的贡献	(59)
第三节 解析几何的进一步发展	(69)
第三章 微积分发展简史	(73)
第一节 微积分的先驱工作	(74)
第二节 微积分的创立	(87)
第三节 微积分的发展	(102)
第四章 概率论与数理统计发展简史	(112)
第一节 概率论的创立与发展	(112)
第二节 数理统计的兴起与普及	(120)
第五章 近代数学概观	(124)
第一节 分析学的发展	(126)
第二节 几何学的发展	(154)
第三节 代数学的发展	(164)

第四节 公理化运动.....	(175)
第六章 现代数学概观.....	(183)
第一节 希尔伯特 23 个数学问题	(183)
第二节 集合论的悖论与数学基础研究.....	(187)
第三节 纯数学的发展.....	(204)
第四节 应用数学的发展.....	(214)
第五节 六十年代以后的数学.....	(216)
附录 数学家简介.....	(224)
主要参考文献.....	(245)

绪 论

一、数学史研究的对象

研究对象问题,通常是各门科学在研究过程中首先要明确的基本问题之一,数学史是研究数学发展进程与规律的学科。

数学史的研究对象与数学的研究对象是两个不同的范畴。恩格斯在《反杜林论》一书里指出:“纯数学的对象是现实世界的数量关系和空间形式,所以是非常现实的材料。”虽然已过去了一个世纪,只要将数量关系和空间形式作广义的理解,这一概括仍大致上适合数学发展的实际。而数学史研究的是数学发展的客观规律。这里一方面是研究数学自身的历史发展,另一方面是把数学的发展和整个社会的发展联系起来研究。在数学自身的历史发展中,数学发展的源泉是人们的社会实践。人们从客观世界中抽象出两个概念,一个是“数”,一个是“形”,由此产生出数学的主体部分。研究数学自身发展史,实质上是研究数学的概念、分支和思想方法发展的思想史。在数学发展和社会发展的关系方面,要研究影响数学发展的各种因素。所谓“影响”,包括两方面的含义,即促进数学发展的因素和阻碍数学发展的因素。数学发展与社会的关系也包括两个方面:一是数学同社会的政治、经济、文化思想的联系,二是数学的发展同其它科学发展的关系。

二、数学史的分期问题

数学史的分期体现了数学发展的规律性,同时也体现了数学发展的阶段性。阶段之间的分界,一方面要从数学的总体上发生质的变化的地方划分,另一方面也要考虑与社会发展的阶段相适应。

根据我国部分数学史家的意见,综合起来对整个数学史暂作

如下划分。

1. 数学萌芽时期

这段时间从几十万年前的远古到公元前六世纪。这一时期的数学特点是人类在长期的生产实践中逐渐形成了数的概念,初步掌握了数的运算方法,并积累了一些数学知识。由于田亩度量和天文测验的需要,几何知识初步兴起,但还没有逻辑因素,基本上还看不到命题证明。

这一时期,对数学的发展作出较大贡献的主要是中国、埃及、巴比伦和印度等文明古国(印度公元前7世纪之前缺乏史料)。

2. 初等数学时期

(1)初等数学开创时期 这一时期,在国外主要是希腊数学,从泰勒斯(公元前600年左右)到公元641年亚历山大图书馆被焚,它还可被分为两个时期、四个阶段,即古典时期的爱奥尼亚阶段(公元前600—480年)和雅典阶段(公元前480—330年);亚历山大时期的希腊化阶段(公元前330—200年)和罗马阶段(公元前200—公元600年)。

爱奥尼亚阶段的主要代表有米利都学派、毕德哥拉斯学派和巧辩学派。主要成就是:开始了命题的逻辑证明,发现了不可通约量,提出了几何作图的三大难题。

雅典阶段的主要代表有柏拉图学派、亚里士多德的吕园学派、埃利亚学派和原子论学派。主要成果是:柏拉图强调几何对培养逻辑思维能力的重要作用,亚里士多德建立了形式逻辑,并作为证明的工具,芝诺提出了关于运动的四个悖论、德漠克利特把几何量看成是由许多不可再分的原子所构成。

希腊化阶段的数学成就极其辉煌,这阶段出现了三个名垂史册的大数学家欧几里得、阿基米德和阿波罗尼。欧几里得的《几何原本》第一次把几何学建立为演绎体系,从而成为数学史乃至思想史上一部划时代著作;阿基米德善于数学与工程技术的结合,并第

一个播下积分学的种子;阿波罗尼的《圆锥曲线》等.以上是这一阶段数学的光辉顶点.

罗马阶段出现了许多有成就的数学家:赫伦、梅内劳斯、帕普斯、厄拉多塞、托勒密、尼可马修斯、丢番图和波伊修等.值得特别提出的是托勒密结合天文学对三角学的贡献、尼可马修斯的《算术入门》和丢番图的《算术》.其中后两本著作把数学研究从形转向数,在希腊数学中独树一帜.

初等数学开始时期的中国:从西汉(公元前 206 年—公元 25 年)末期到元代(1206—1368 年)中期的一千多年里,中国数学经历了由建立独立的学科到创立理论体系的过程,形成了与西方数学迥然不同的独特风格.

大约成书于东汉(25—220 年)初期的数学名著《九章算术》,是中国最早独立成科的数学专著之一.《九章算术》的内容十分丰富,包括秦汉以来的有关数学知识.这部著作不仅反映了秦汉以来的社会背景和生产实践的需要,也体现了中国古代把数学看作独立学科的先进思想.《九章算术》的思想方法的特点是开放的归纳体系,算法化,模型化.它不仅对中国古代数学的发展起了重大的作用,而且也是现代思想的一大源泉.

三国时代,赵爽与刘徽分别给《周髀算经》和《九章算术》作了注释,给中国数学在理论上开拓了新纪元.尤其是刘徽的《九章注》,不仅有很多惊人的创造发明,而且阐发了中国古代的数学理论,建立了完整的数学体系,使中国数学发展出现了第一个高峰.

祖冲之父子在刘徽的“割圆术”及其工作的基础上求出圆周率的精密数值,并巧妙地解决了球积计算.王孝通在刘徽的基础上,向纵深发展,弥补了《九章注》的不足,并开创了三、四次方程解法的研究.《孙子算经》给出了举世闻名的孙子定理.到了隋唐时代,对内开创了制度化的数学教育,对外开展了数学交流.

总之,这一时期数学发展的特点是:数学已经开始成为一门独

立科学,建立了真正科学意义的数学理论;数学的两个重要分支——算术和几何,已经遵照演绎体系建立起来;数学已明显地从经验形态上升为理论形态.中国数学从以解决问题为主旨的发展过程中建立了以构造性与程序化为其特色的算法体系,与西方数学的以欧几里得《几何原本》为代表的公理化演绎体系遥遥相对,成为数学思想的两大源泉.

(2)初等数学的交流和发展的时期 这一时期自公元6世纪至17世纪初,作出较大贡献的有中国、印度、日本、阿拉伯等国家和地区.中国唐朝的王孝通著《缉古算经》,李淳风等注释了十部算经:《九章》、《海岛算经》、《孙子算经》、《五曹算经》、《张邱建算经》、《周髀》、《缀术》、《缉古算经》、《夏侯阳算经》、《五经算术》.中国僧人去印度取经,把中国数学传到了印度.宋元时代,中国数学在理论上出现了第二个高峰.宋元时代出了四大数学家,他们的主要成就是秦九韶完成了一次同余式组的理论,给出高次方程的近似解法.李冶系统整理了天元术理论.朱世杰创立了四元术,使中国在代数领域里遥遥领先.杨辉的“垛积术”解决了高阶等差级数求和问题.从西汉到元的千余年里,中国数学的成就是十分辉煌的,正如英国科学史家李约瑟所说:“中国在公元三世纪到十三世纪之间,保持一个使西方望尘莫及的科学知识水平”.

印度数学一受婆罗门教影响,二受中国、希腊和远东数学的影响.它的主要成就在算术和代数方面.特别是计算技术,取得了重大进展,广为流传的所谓“阿拉伯数码”实际源于印度.印度数学也传到了中国.阿拉伯数学主要受希腊数学和印度数学的影响,它首先把印度的计算系统进行了改进.“代数”一词源于阿拉伯数学家花拉子模的著作.

从中国、希腊、印度、阿拉伯数学中,可看出两种传统:一是希腊传统,强调数学是逻辑的,是认识自然的工具,重点是几何,重视理论;一种是中国、印度、阿拉伯的东方传统,强调数学是经验的,

是支配自然的工具,重点是算术和代数,重视应用。

这个时期的欧洲,由于11~13世纪的十字军远征,接触到阿拉伯文化宝藏,于是希腊、中国、印度和阿拉伯人创造的文化传入欧洲,使欧洲数学异军突起,后来居上。14~16世纪末叶的文艺复兴时期,资本主义逐渐兴起,思想从神学权威下解放出来,哥伦布发现新大陆,哥白尼创立日心说,伽利略在数学物理上的发明等相继发生,出现了科学、文学和艺术发展的高潮。

这一时期数学的特点是:初等数学的主体部分已全部形成,且发展成熟了。

3. 近代数学时期

从7世纪初到18世纪末,由于资本主义生产方式的产生和发展,推动了航海、军事、工业等迅速发展,同时需要更复杂的数学工具,因而,继希腊数学诞生并从经验数学跃进到理论数学之后,数学在这一时期又由常量数学跃进到变量数学,变量数学以解析几何和微积分为其代表。数学教育范围扩大,从事数学工作的人迅速增多,数学著作广为传播,学会、研究院、科学院等学术团体相继创立。数学传统由古希腊的几何(形)研究为主导转变为以数、代数为主导。自然科学与数学互相渗透,科学数学化的过程由此开始。总之,17世纪的数学有三个特点:一是产生了一系列影响深远的新领域,如解析几何、微积分、概率论、射影几何、数论等;二是出现了代数化的趋势;三是一系列新数学概念相继提出,如虚数、导数、积分等。

18世纪的数学,以英国工业革命和法国的思想启蒙运动为社会背景,有以下四个特点:一是以微积分为基础发展成一个宽广的数学领域——数学分析;二是数学方法发生了由几何方法向解析方法的转变,这一转变主要是由欧拉、拉格朗日和拉普拉斯完成的;三是物理学(特别是力学、天体力学)成为数学发展的一个直接动力;四是纯粹数学与应用数学已被明确区分。

19 世纪,资本主义生产方式已发展到大机器生产阶段,近代数学进入成熟时期,数学发生了一系列革命性变化,几乎在一切领域内都取得了令人瞩目的成就,以罗巴切夫斯基为代表的非欧几何的诞生,以阿贝尔、伽罗瓦为代表的近世代数的创立,以柯西为代表的分析基础的奠定,以彭色列、斯纳为代表的射影几何的复兴,以高斯为代表的数论的新开拓,等等。

19 世纪是数学史上伟大的转折,突出表现为:一方面是近代数学的主体部分发展成熟了,它三个组成部分都取得了突破;微积分发展为数学分析,方程论发展为高等代数,解析几何发展为高等几何。另一方面,近代数学的基本思想和基本概念发生了根本的变化:在分析中,傅立叶级数的建立,使函数概念有了重大突破;在代数学中,伽罗瓦群论的创立,使代数运算概念发生了重大突破;在几何中,非欧几何的诞生,使空间的概念发生重大突破。三项突破使近代数学迅速向现代数学转变。

19 世纪数学的一个独特贡献,是数学基础的研究,它发端于柯西的极限论,后来形成了实数理论、集合论和数理逻辑等三种理论。

19 世纪数学的特点主要是:数学的对象、内容在深度和广度上都有了很大发展,分析学、代数学、几何学的思想、理论和方法都发生了质的变革,数学不断分化、不断综合的过程又见端倪,数学基础的研究,促进稳固宏伟数学大厦的建立;数学应用范围继力学、光学之后,在热力学、电磁学、技术科学中获得发展。

4. 现代数学时期

20 世纪现代科学技术日新月异,原子能、电子计算机、空间技术、分子生物学、激光、合成材料、农业新技术和高能物理等八大新兴领域的开拓,使数学发生了空前巨大的飞跃,其规模之宏伟、影响之深远,远非前世可比。

20 世纪数学的特点是:(1)电子计算机进入数学领域,使整个

数学的面貌大为改观。(2)数学几乎渗透到所有科学领域,科学数学化已是大势所趋,数学的新分支、应用数学新科目的兴起如雨后春笋。(3)数学发展的整体化趋势日益加强,数学在不断分化的同时,又不断的进行综合,明显地出现了整体数学走向大统一的发展趋势,预示着数学将发生更大规模的突破。(4)纯粹数学不断向纵深发展,集合论观点的广泛渗透,公理化方法的完善,数理逻辑的发展,数学基础的奠定,以及泛函分析、抽象代数和拓扑学三大现代理论的建立,已使数学在整个科学体系中的特殊地位和作用突出的显现出来。

现代数学必然向更新的高度攀登。

三、学习数学史的意义

数学史归属人类文化史,它的研究领域是数学与史学相交叉的部分。因此,数学史既可以看成是数学的组成部分,也可以看成是科学史或整个史学的组成部分。

学习和研究数学史的一般意义,是了解和熟悉数学发展的历史史实;二是了解和掌握数学在其历史发展过程中的特点和规律。熟悉、掌握数学史,是数学学习和研究的必要基础。

学习和研究数学史,对于高等师范院校数学专业的学生以及中学数学教师来说,还有其特殊意义。

第一,学习和研究数学史,可以追根溯源,培养史学观念,有助于全面深刻的理解数学知识。若能领略重要的数学概念、命题、思想、方法形成的历史过程,数学素养则会得到极大提高。

第二,学习和研究数学史,可以开阔视野,提高境界,从而能够居高临下,了解中学数学的近代基础和现代思想,有助于编写,处理数学教材,寻求有效的数学教学方法或学习方法。

第三,学习和研究数学史,可以了解数学先辈们的崇高的思想品格和科学上的创造精神,这一些是数学教学中培养学习兴趣、激

发学习动力、学习科学方法和弘扬民族精神的极其生动的思想养料。

第四、学习和掌握数学史,可以了解数学发展过程中世界各个地区或国家的成功与失败,经验与教训,以提高历史鉴别力,使我们更加客观明智.这必将改善数学科研和数学教育的组织与管理,必将推动我国数学和数学教育事业的进一步繁荣.

第一章 高中代数简史

第一节 函数概念的产生和发展

函数概念是数学中最重要的基本概念,也是社会实践中被广泛应用的一个数学概念.函数概念同其它数学概念一样,有其萌芽、产生、发展的历史.

在16世纪,物体运动的研究已成了自然科学的中心研究课题,实际的需要和各部门科学本身的发展使自然科学转向对运动的研究,对各种变化过程和各种变化着的量之间的依赖关系的研究.因而作为变化着的量的一般性质及它们之间依赖关系的反映,在数学中产生了变量和函数的概念.

函数概念的朴素思想可以追溯到远古.

一、函数概念的起源

变量与函数来自现实世界,是随着数与形的产生、形成和发展而产生和发展的.

从数的起源、演变、发展来看,数起源于数(读 shù).人类在原始社会初期,在狩猎、捕鱼、采集果实等劳动中出现的人与物的数目对应问题;古代天文学家在观察天体运动时,制出各种不同的时刻的天体位置图,等等.无数类似的实践经验,都是函数概念的萌芽.随着社会的发展,人们开始逐渐发现,在所有已经建立起来的数的运算中,某些量之间存在一种规律:一个或几个量的变化,会