

广州市中学

数 学

教学参考资料

（初中二年级第一学期）

第一章 相交线与平行线

一. 教学目的

1. 使学生理解有关直线和角的一些概念。掌握对顶角、垂线的性质，平行线的性质和判定。

2. 使学生正确掌握刻度尺、量角器、三角板、圆规等量具的使用方法，并能运用所学知识作一些简单的符合要求的图形。

3. 使学生理解命题、定义、公理、定理的意义，熟悉定理的组成及证明定理的初步方法，掌握一些公理、并能借助这些公理进行简单的论证。

二. 教材说明

1. 教材的安排顺序

本章教材是从直线、射线、线段、角、垂线等最基本的几何元素开始，先比较系统地介绍它们的一些性质和作图以及说明线段、角的度量。接着学习定义、公理、定理，这一节是把前面学过的定义、公理和定理正式加以介绍。并提出了八条公理，初步开始比较系统地对学生进行逻辑推理能力的训练，最后学习平行线。

在学习定义、公理、定理前，我们加进了“命题”这个内容，但较简单，份量不多，这主要是考虑学生的年令实际和现有的知识水平，讲得太多，不但学生难以理解，而且起了喧宾夺主的作用，因为本节教材主要是定义、公理、定理。

在前几年的教材中描述一些数学结论都是避开使用“命

题这个词，也有的使用了但不加解释。本教材加了“命题”这个内容，一方面是为了用来描述公理定理等数学结论，另一方面考虑“命题”及“命题计算”在现代数学中占有相当重要的地位，在此仅向学生粗浅地介绍一下命题的意义，为今后学习打基础，至于有关命题的其他知识可以暂不要求学生掌握。

2. 教材的重点、难点

(1) 教材的重点：

本章教材的重点是有关直线和角的概念；垂线、垂直平分线、对顶角的性质；平行线的性质和判定定理以及它们的作图方法。因为这些知识不但在生产上应用广泛，而且是进一步学习几何图形的基础。对这些知识掌握的好坏，会直接影响以后各章的学习，例如有关角的知识是学习三角形的基础，垂线和对顶角的性质、平行线判定和性质是学习三角形、平行四边形、相似形、圆等知识的基础；线段、角、垂线、平行线的作法是绘图的基础知识等。

(2) 教材的难点

教材的难点：①是使学生掌握推理论证的方法和规律，因为学生较少接触几何图形，对图形间的关系不熟悉，用推理方法去论证问题对学生来说还是初次遇到；②是在作图过程中关于作法的语言叙述，学生往往不会使用数学语言来表达，或者是表达得不清楚。

3. 关于有计划有步骤地培养逻辑推理能力问题

逻辑推理能力，对进一步学习数学和提高分析问题解决问题能力有重要作用，恩格斯曾经指出，形式逻辑也是“探寻新结果的方法，由已知进到未知的方法”，这充分说明推理论证的重要性，因此教材较注意有计划有步骤地培养学生

逻辑推理能力，本册书从本章开始大体分三个阶段进行：

(1) 培养学生正确的判断能力；这一阶段主要通过线段、角、垂线几部分教学，在搞清概念的基础上，通过图形的直观，使学生能有根据地作出判断，说出理由，为推理论证作准备。

(2) 培养学生推理论证能力；这一阶段主要通过定义、公理、定理、平行线、全等三角形、平行四边形这几部分教学来进行。具体分下列几步：

①分步写出证明过程，让学生在括号内注明每一步的根据；

②让学生论证一些写好了已知、求证并附有图形的证明题（先简单后复杂）。

③要学生写出已知、求证并画出图形来论证，使学生逐步掌握证明的一般步骤和书写格式。

(3) 培养学生对较复杂一些的证明题的分析能力；这一阶段主要通过全等三角形、平行四边形的教学来进行，要求学生根据证题中的条件和结论的分析，找出证明途径。

4. 关于计算题的问题

本章教材安排了一定数量的计算题，使数和形有所联系，以提高学生计算能力，培养学生初步运用数形结合方法解决实际问题的能力。

三. 教学课时安排

本章教学课时数大约需要28课时，各节的教学时数大致分配如下：

第一节	线段	共约 4 课时
1.1	直线、射线和线段	约 1 课时
1.2	线段的度量和作法	约 3 课时

第二节	角	共约 8 课时
1.3	角的概念	约 1 课时
1.4	角的度量	约 2 课时
1.5	角的作法	约 3 课时
1.6	垂 线	约 2 课时
第三节	定义、公理、定理	共约 6 课时
1.7	命 题	约 1 课时
1.8	定义、公理	约 2 课时
1.9	定 理	约 3 课时
第四节	平行线	共约 8 课时
1.10	平行线的判定	约 2 课时
1.11	平行线的作法	约 1 课时
1.12	平行线的性质	约 3 课时
1.13	对应边互相平行或 互相垂直的两个角	约 2 课时
总复习		共约 2 课时

第一节 线 段

一、教学要求

1. 使学生理解直线、射线、线段的概念是从客观存在的具体事物中抽象出来的,图形的性质是从实践中总结出来的,并应用于实践,对学生进行“实践第一”观点的教育。

2. 使学生理解直线、射线、线段和两点间的距离等概念,明确直线、射线、线段三者之间的联系和区别,掌握直线的性质和线段的性质。

3. 使学生了解几种常用的度量工具,并能用刻度尺、

圆规等简单工具度量线段和作出已知线段及其和、差、倍等。

二、教学建议

1. 关于直线的教学

(1) 讲授直线的概念时，主要抓住直线是“笔直”的形象和“向两方无限伸长”的特点，使学生认识直线是笔直的线。

形的概念来源于实践，要充分注意实例的作用，同时直线是相对于曲线而言，所以要通过实例与曲线（曲线只画出图形，不给定义）对比，例如，可以把一条细线随意悬挂于两个支撑点上，这时细线可以呈各种不同的形状，它们都是不直的线的形象。从这里可以得出过两点可以作无数条线的结论，然后把细线拉紧，得出直线的大概形象，最后认识直线向两方无限伸长的特点。这点学生较难理解，教学时，可先提出“直线有多长”这样的问题让学生思考，然后举出一些不同长度的笔直的线的实例，如摺纸的摺痕，桌子的边缘，笔直的铁轨等，使学生从具体的形象中获得直线可以向两方无限伸长的理解，最后按课文描述直线的概念。

(2) 在讲授直线的性质之前，先讲明用直尺画直线的方法，然后通过实际作图来说明直线的性质。例如先在黑板上画一点 A ，把直尺的边靠近 A 点画一条直线，然后绕着 A 点转动直尺到另一个位置，又可画出一条过 A 点的直线，这样让学生理解到过一点可以画无数条直线，接着在黑板上再画一点 B ，让直尺的边先靠近 A 点并绕着 A 点转动直尺使直尺的边同时也靠近 B 点，这时画出的直线才能过 AB 两点，从而使学生直观地认识直线的性质，最后再任意画一点 C ，说明过任意三点不能作直线（除非这三点恰巧在同一条直线上）。然后按课文内容来描述直线的性质，接着通过举例来说明劳动

人民长期来的实践证实和应用了这个性质。

2. 关于线段的教学

(1) 有关线段的概念是本节教材的一个重点，因为它是以后学习几何图形和掌握距离概念的基础，对于线段的概念学生不难理解，但是要讲清直线、射线和线段的区别和联系。

区别：直线的两方都没有界（即没有端点），射线一方有界，线段两方都有界。

联系：直线是线段向两方无限伸长，射线是线段向一方无限伸长，线段是射线或直线上的一部分。

(2) 关于线段的作图是本节的另一个重点，也是本节书的难点，因为它涉及到工具的使用，作图的方法和数学语言表达等问题，这些学生都比较生疏，讲授线段的和、差、倍的作图时，可以先通过演示，例如用木棒把它们首尾联接起来，说明求线段的和。用短的一条木棒拼到较长的一条木棒旁边，使它们的一端对齐，说明求线段的差。从而使学生明确线段的和、差、倍的几何意义，并认识它们的图形。演示完毕，就把图画在黑板上，边画边讲。最后应向学生指出，线段的和或线段的差仍是一条线段，因此所得的结果不能画成折线或在一条直线上首尾不相衔接的两条线段。

(3) 作图重点是尺规法，在用尺规法作图过程中，要用圆规画弧，这时应在学生已有圆的知识基础上，引出弧的概念，必须教会学生正确地使用圆规，并能熟练地用圆规来截取线段和进行线段的加减，在课内尽量让学生自己动手画图，例如教师在黑板上进行线段的加减时应让学生同时在纸上进行线段的加减；教师在讲例题时应让学生在纸上根据教师的讲解把图画出来。在作业中，开始要求作出图形和写出

作图步骤，对于作图的准确性要逐步要求严格，以培养学生严肃认真的工作态度。

三、参考材料

几何体和几何图形。

只研究一个物体的形状大小和相互的位置关系，而不研究它的物理性质和化学变化的时候，这个物体称为几何体，几何体是从客观实际中抽象出来的，几何体的外表称为面。面只有长、阔而没有厚度；两面的交界称为线，线只有长而无宽和厚；两线的交界称为点，点只有位置而没有大小。点、线、面或它们的集合叫做几何图形。

第二节 角

一、教学要求

1. 使学生理解角的概念和它的表示法，熟悉平角、周角、锐角、钝角、余角、补角、对顶角的定义，掌握对顶角的性质和角的度量单位，学会用量角器度量角的大小。

2. 使学生掌握用量角器或利用直尺，圆规作一个角等于已知角，作已知角的和、差、几倍以及作角的平分线的方法。

3. 使学生能应用有关角的知识进行简单的判断和计算。

4. 使学生理解垂线、垂直平分线、点到直线的距离等概念，能熟练地作出垂线和垂直平分线，掌握垂线的性质。

二、教学建议

1. 关于角的概念的教学

角的概念是本节教材的一个重点，因为关于角的概念的

理解是学习本节教材的基础。

在讲授角的概念时，可先举一些角的实例，给学生以角的形象，角的定义是以射线的概念为基础的，所以必须讲清角的两边是射线而不是线段，因此，角的大小与表示角的边的长短无关。

在讲授角的表示法时，要强调指出用三个字母表示角时，表示顶点的字母必须写在中间，接着对角的概念提出另一个解释：一条射线绕着它的端点按一定方向（一般是逆时针）旋转，从原来位置与它终止位置所构成的图形，叫做角。教学时可用两根一端钉在一起的木条进行直观演示，这样又从动的观点来描述角的概念，从而引出平角、周角、直角、锐角、钝角等概念。角的概念扩张以后，要注意两个区别：一个是平角与直线上取一点的区别，直线上取一点，是指点和直线的位置而言，它只有形状、位置关系，而无大小，而平角是把直线上的一点看作角的顶点，其一旁的射线看成角的一条边，另一旁的射线是这条边旋转到与原来位置成一条直线的位置时所构成的图形，平角有大小（它的度数是 180° ）。因此不能说平角就是直线，也不能说直线就是平角。应叙述为平角的两条边构成一条直线。

另一个是周角与一条射线的区别。同样，射线只是一个图形，没有大小，而周角虽然也是一个图形，但它是一条射线绕着它的顶点旋转一周所扫过的平面（度数为 360° ）。不能说周角就是射线，也不能说射线就是周角。

2. 关于角的度量的教学

在教学时可按课文内容讲解，但要向学生特别强调度、分、秒的进率是六十进的而不是十进的，同时，通过例题既要讲清“化”与“聚”的方法，又要讲明书写格式，要求层

次清楚，推理有根据，提高学生的换算能力。

在讲授量角器时，重点讲清它的使用方法，可补充大于 180° 角的量法，最后指出它的用途。一是度量一个已知角的大小，二是运用量角器作出已知大小的角。

3. 关于余角和补角的教学

在讲课时，要使学生明确，余角和补角这两个概念，不是指一个角的大小，而是指两个角之间的度量关系。对学生认为 90° 的角就是余角的错误应注意克服。还可以补充一些如 30° 角的余角(补角)是多少度？这样的口答题，画出一些成余角或补角关系的角的图形如图1.1，使学生加深认识。

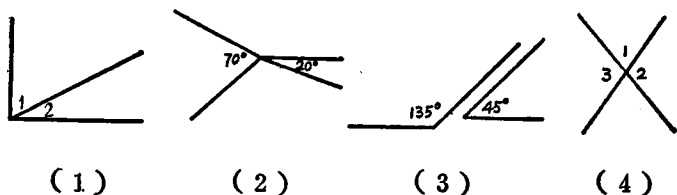


图1.1

4. 关于对顶角的教学

对顶角的概念和性质是本章教材的另一个重点。在讲授对顶角的概念时，应着重讲清它是具有特殊位置关系的两个角：(1)有公共的顶点；(2)在两个角中，任意一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，应着重讲清反向延长的意思，指出判别两个角是不是对顶角，主要看其中的一个角的两边是不是另一角的两边的反向延长线。防止学生错误地认为具有公共顶点的两个角就是对顶角。可举类似图1.2的图形让学生判别图中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是不是对顶角。

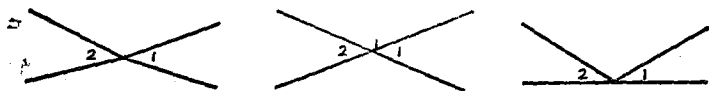


图1·2

5. 关于角的作法的教学

有关角的作图是教材第三个重点，因为它和线段的作图一样是最基本的作图，在实践中和今后学习中会常用到。

有关用尺规法作图中的作法的语言叙述，对初学几何的学生来说是很不习惯的，学生往往不懂得用数学语言叙述，或用语言叙述得不确切，甚至有错误，所以这又是教材的难点。在教学中要注意板演，教师可以这样做：在黑板上画一步，写一步，也让学生画一步，写一步。这样经过一段时间的训练，学生就会走上正轨。

在讲授用尺规法作一个角等于已知角时，要注意两个方面：一个是作图的方法和准确性。另一个是已知、求作、作法的语言表达。

对于作图方法，可以这样分析：因为角的一边能任意作出，所以问题是如何确定角的另一边的位置，根据过两点确定一条直线这个性质，关键在于确定另一边上的一点（因为角的顶点已作出）。然后按照教材介绍的方法进行讲解。作出图形后，可以通过度量，验证作图是否准确。

关于例题的已知、求作部分可以引导学生在弄清题意的过程中自然的提出要写出已知和求作，在已知部分包括图形，所以应写出已知角的名称，而不要写成：“已知一个角”。对于作法部分要分清先后顺序，每一步都用语言表达出来，然后写出这一步的作法，要注意板书规范。

6. 关于垂线的教学

(1) 垂线的概念是本章教材的第四个重点。由于垂线是指有特殊位置关系的两条直线，即两条直线相交，交角是（四个角）直角。在讲解时要特别指出单独一条直线是不能叫垂线，垂线是直线而不是线段或射线。

(2) 垂线的作法在生产实践中和今后的学习中都是常用的知识，也是教材的重点之一。

在讲到用尺规法作垂线时，同样应注意说明“已知”、“求作”这两部分。对于作法部分的书写虽然有了线段和角的作图做基础，但仍要进一步加强学生的表达能力的训练。

(3) 点和直线的距离是这部分教材的难点，因为学生对距离的概念比较生疏，而点和直线的距离又包含两点距离的概念；所以理解上有困难。在教学时可先复习两点间距离的概念，说明连结两点可以有无数条线，而线段最短，这条线段的长就是两点间的距离，使学生把“距离”和最短联系起来。接着根据垂线第二个性质的指出直线外一点与直线上的点的连线有无数条，而垂直的一条最短，我们把这条线段叫做这点和这条直线的距离。然后按教材讲述点和直线的距离的概念，引出概念后要强调指出凡求点到直线的距离必由此点向直线引垂线，同时指出点和直线的距离不是垂线，而是垂线的一部分——线段。

(4) 线段的垂直平分线的概念是垂线的概念的基础上引出的，教学时应使学生明确线段的垂直平分线是指一条直线和一条线段垂直相交，交点是线段的中点。它包含有“垂直”和“平分”两方面。

对于线段的垂直平分线的作图，可先让学生思考怎样用三角板和刻度尺来作，然后提出尺规法。要使学生理解为什么

么要以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧。

三、参考材料

求证：经过直线上或直线外的一点，只能作一条直线和这条直线垂直。

证明：(1) 设 C 是直线 AB 上的一点（图 1.3），直线 $PC \perp AB$ ，那么 $\angle 1 = 90^\circ$ ；如果经过 C 点还有 $QC \perp AB$ ，那么 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，因为 $\angle 1 = 90^\circ$ ，所以 $\angle 2 = 0^\circ$ ，所以 PC 和 QC 重合，就是说，过直线上一点只能作一条直线和这条直线垂直。

(2) 设 P 是直线 AB 外的一点（图 1.4），直线 $PM \perp AB$ ，那么 $\angle 1 = 90^\circ$ ，如果经过 P 点还有 $PN \perp AB$ ，那么 $\angle 2 = 90^\circ$ ，从 $\triangle PMN$ 可知 $\angle 1 + \angle 2 + \angle P = 180^\circ$ ，因为 $\angle 1 = 90^\circ$ ， $\angle 2 = 90^\circ$ 所以 $\angle P = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 0^\circ$ 即 PM 与 PN 重合，就是说过直线外一点只能作一条直线和这条直线垂直。

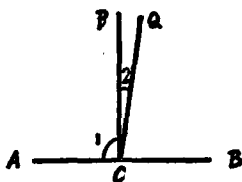


图 1.3

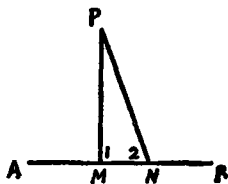


图 1.4

第三节 定义、公理、定理

一、教学要求

1. 使学生懂得命题的意义，初步会判别那些是命题，并能指出一个命题的条件与结论。

2. 使学生理解定义、公理、定理的概念，掌握八条公理，弄清定理的组成，分清定理的条件和结论。

3. 使学生了解证明的步骤和书写格式，并能初步运用已学过的定义、公理、定理进行一些简单推理论证。

二、教学建议

1. 关于命题的教学

关于“命题”这个词的意义学生比较难以理解，教学时可多举一些例子让学生熟悉那些语言是命题，那些语言不是命题，并能指出命题中的条件与结论。一般地说，凡是肯定或否定一个事实的语言都是命题，例如“中国是社会主义国家”；“ $a+b=b+a$ ”；“ 120° 的角不是锐角”等。而“中国”；“ $a+b$ ”；“ 120° 的角”等就不是命题，数学里的定义、公理、定理等都是命题。

在讲了什么是命题之后，可以告诉学生，由于命题是表达判断的语言形式，所以不一定一切命题都是正确的，因为如果你对某一事件的判断是错误的，那么由此判断得到的命题必然是错误的。

命题的正确与否，也是我们常说的命题的真伪性。正确的命题我们说它是真的，错误的命题我们说它是假的。本教材所涉及的命题都是真的。

2. 关于定义、公理的教学

(1) 讲授定义的概念之前，可先复习前面学过的一些名词的定义，讲授公理的概念之前，可先复习直线的性质等。

定义是说明一个名称或术语的意义的一些叙述。给某一名称或术语下定义时必须概念明确，不能含糊，例如角的定义是“从一点引出的两条射线所组成的图形叫做角”。而不

能说成“两条射线组成的图形叫做角”，因为这样定义很不明确，同时也不科学。

在讲授公理的概念时应该向学生指出，公理的真实性是人类在实际生活中经过无数次的实践而证实的，因此我们不加证明就采用来作为推理的根据。

3. 关于定理和定理的组成的教学

定理的证明步骤和书写格式是教材的重点，这个内容掌握的好坏，将直接影响今后的学习。因此必须对学生严格要求。

(1) 分清定理的已知条件和要求证明的结论，是掌握好证明题的关键。教学时可就所提问的某些定理为例，说明每一条定理（也就是命题）是一个完整的叙述，它由条件和结论两部分组成。从证明一条定理的角度来看，条件是定理中的已知部分，结论是求证部分，并指出任何一条定理都可以写成“如果……，那么……”的形式。在教学时，要让学生多练习，除教材中的例作为练习外，还要列举一些定理和其他数学命题给学生练习，以提高分清条件和结论的能力。

(2) 在讲授定理的证明时，应使学生掌握以下几个问题：

①说明几何命题用推理方法证明的必要性。

着重说明几何命题的正确性不能只满足于直观的感觉，有的几何命题的正确性不能由直观感觉判定。

②说明几何命题证明的方法和要求。

几何命题的证明就是要作出一个判断，而这个判断不是凭直观和感觉的判断，而是经过一系列的逻辑推理作出的判断，在推理过程中，论证要有充足根据，即必须能根据命题

中所给出的条件和以前学过的定义、公理、定理等。接着结合课本的例子，着重讲清下面几点：

(i)分清问题的条件和结论。

(ii)采用“执果导因”的思想方法进行分析，找出证明途径。所谓“执果导因”就是从“结论”向“已知”逆推。先从设想命题的结论成立，然后追究它成立的前提，研究它成立应具备的条件。逐步逆推，直至所需要的条件和“已知”事项符合为止。例如教材中第35页的例题可这样分析：指着图1—39提问，要证明 $\angle 2 = \angle 3$ ，只要证明什么就可以了？根据已知条件，已知 $\angle 1 = \angle 3$ ，只要证明 $\angle 1 = \angle 2$ 就行了。跟着提问 $\angle 1$ 是否等于 $\angle 2$ 呢？因为 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角，根据对顶角相等，所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。

(iii)怎样根据分析用“由因导果”的思维方法写出证明的过程。

所谓“由因导果”，就是从已知条件出发，通过一系列已确立的命题，逐步推演，直至得到命题的结论为止。

此外，在教学过程中，还要注意充分调动学生学习的积极性，一方面要善于提出问题，启发学生积极思维，另一方面，及时表扬那些认真分析，细致思考，找出证明方法的学生，特别是有创见的学生，鼓励学生从多方面去探讨证题的途径，调动学生学习的积极性。

三、参考材料

归纳推理和演绎推理

推理就是由一个或数个已知判断，推出新判断的思维形式。

在推理过程中，一定包含着几个判断。用来推出新的判断的那些判断叫做前提。由前提推出新的判断叫做结论。

按推理的性质可以分为归纳推理和演绎推理，所谓归纳推理就是“由特殊到一般”，即从研究特殊事物中推出一般的规律或原理的过程。数学归纳法主要是运用归纳推理。演绎推理和归纳推理相反，是“由一般到特殊”，就是根据一般的规律或原理推出特殊事物的结论。

在几何命题的证明中，主要是运用演绎推理。在演绎推理的过程中，最常见的是由两个判断和一个结论组成，人们称它为三段论。第一个判断叫做大前提，由它提出一般规律或原理；第二判断叫做小前提，由它提出个别现象；第三个就是推出来的结论。例如：

对顶角相等， (大前提)

$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角， (小前提)

$\angle 1 = \angle 2$. (结论)

证明一个结论的过程中，常常包含许多步，而每一步都具有三段论的形式，不过为了叙述简略，常常省去一个或两个前提。例如平行线性质的证明通常分为三步，如图1.5。

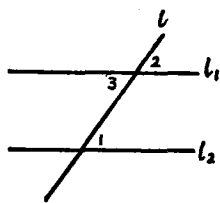


图1.5

- ① $\because l_1 \parallel l_2$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 1$.
- ② $\because \angle 3 = \angle 2$,
- ③ $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

若每一步推理都写成三段论的形式，则写成：

①两直线平行，则内错角相等，(大前提)

$\because l_1 \parallel l_2$, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是内错角， (小前提)

$\therefore \angle 3 = \angle 1$. (结论)

②对顶角相等 (大前提)