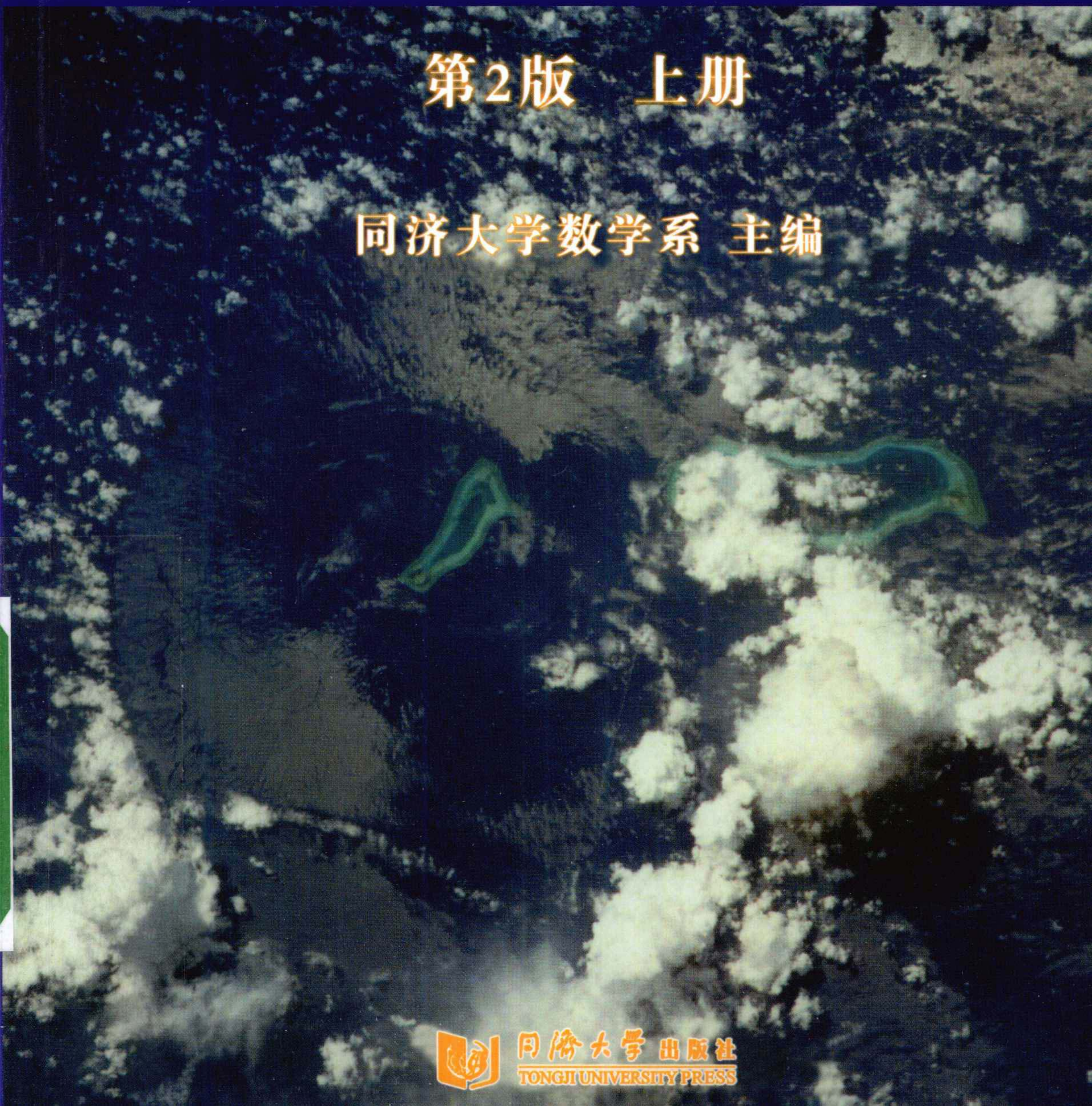
普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高等数学



第2版 上册

同济大学数学系 主编

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

普通高等教育"十一五"国家级规划教材

高等数学

第2版　上册

同济大学数学系　主编

同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等数学．上册/同济大学数学系主编．—2 版．—上海：同济大学出版社，2009.7

ISBN 978-7-5608-4032-1

Ⅰ．高…　Ⅱ．同…　Ⅲ．高等数学—高等学校—教材　Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 077590 号

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

高等数学　第 2 版 上册

同济大学数学系　主编

责任编辑　卞玉清　　责任校对　徐春莲　　封面设计　陈益平

出版发行　同济大学出版社　　www.tongjipress.com.cn

（地址：上海市四平路 1239 号　邮编：200092　电话：021—65985622）

经　　销　全国各地新华书店

印　　刷　同济大学印刷厂

开　　本　787mm×960mm　1/16

印　　张　20.5

印　　数　1—8000

字　　数　410000

版　　次　2009 年 7 月第 2 版　　2009 年 7 月第 1 次印刷

书　　号　ISBN 978-7-5608-4032-1

定　　价　28.00 元

前　　言

我国高等学校的教学改革正在逐步地深入，教材的改革是整个教学改革的一个重要方面. 本书正是按照新形势下教材改革的精神，遵循《工科类本科数学基础课程教学基本要求》(修订稿)的要求，使之能够适应更多的学校与专业对高等数学这门基础课程的具体教学要求而编写的.

当前，许多高等学校以培养应用型科学技术人才为主要目标，针对这样一种具体情形，本书遵循的编写原则是：在数学内容的深度和广度方面基本达到高等工科院校《高等数学课程教学基本要求》的要求，渗透现代化教学思想和手段，特别加强学生应用能力的培养，力求做到易教、易学、易懂，故本书不仅适合新世纪应用型本科生的需要，也易为高职、高专生所乐于接受. 本书的编写力图做到以下几点：

(1) 以显示微积分的直观性与广泛的应用性为侧重，避免过多地涉及其严格的逻辑基础方面的内容. 例如，我们从直观的角度引进极限的概念(只是为了照顾某些学校或专业对本课程的较高要求，在带“*”号的条目内初步介绍了极限概念的严格的数学表述，而且仅此而已)；又例如，基本初等函数在其定义域内是连续的，这是微积分中的一个重要结论. 在本书中，为了使学生能够尽早地进入到极限运算方法的学习中去，甚至在介绍函数连续的概念之前，就以“基本初等函数在其定义域内每一点处的极限都存在，并且等于函数在该点处的函数值”这样一种方式，以学生在中学数学学习中所得到的相关知识为基础，直观地给出了这个结论. 我们指出可以用极限的严格表述来证明这个结论，但是并没有这样做. 本书主要强调的是微积分的运算以及运用，运用中涉及到的函数主要是初等函数. 我们希望在这样一个学习过程中，初学者能够理解并接受微积分的基本思想与方法，既获得知识，获得学习其他课程的工具，也提高自己的数学素养.

(2) 在内容的取舍方面充分考虑到当前许多学校里高等数学的教学时数不可避免地被压缩的实际情况，以及计算机科学的迅速发展，本书对某些内容作了适当的精简. 例如，在不定积分这部分内容中，介绍了不定积分的基本运算方法，但是在技巧性方面较之于以往传统的教材，有所不同，我们控制了例题与习题的难度；再如，对函数的作图、方程的近似解、数值积分等内容，只介绍基本原理与方法. 我们还考虑到不同的学校与专业对高等数学课程的教学会有不尽相同的目标，所以在内容的编排上也尽可能地按照深浅程度等因素分条目叙述，以利于教学过程中的取舍.

(3) 内容的叙述方面力求详细、易懂，配备较多的例题与习题，尤其是多领域的应用性例题与习题. 我们希望初学者易于接受与理解，并且从中感受到微积分的魅力.

本书分为上、下两册. 上册包括函数、极限与连续、一元函数微分学、一元函数积分学以及常微分方程初步等内容，下册包括无穷级数、空间解析几何与向量代数、多元函数微分学以及多元函数积分学等内容. 每节之后配有习题，习题按照难易程度分为 A 和 B 两级. 每册书末附有习题答案.

本书由同济大学数学系黄珏、蒋福民和刘庆生负责编写，黄珏主审.

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免有不妥之处，错误亦在所难免，希望专家、同行与广大读者批评指正.

编　　者

2009 年 5 月

目　录

第一章　函数、极限与连续

本课程的研究对象是变动的量(变量),所谓函数关系就是变量之间的一种依赖关系．研究变量的基本方法是极限的方法．本章首先介绍函数的概念以及函数的一些基本性质,然后以主要篇幅介绍极限的概念及其性质,极限理论在本课程中占有极为重要的地位,它是整个微积分学的基础,本课程中一系列重要的数学概念的建立都以极限理论为基础．本章最后利用极限引进函数连续性的概念．连续性是客观世界中广泛存在的连续变动现象的数学描述,连续函数有良好的性质,在理论上与应用中都占有重要地位．本课程将以连续函数为主要讨论对象．

第一节　函　数

一、集合及其运算

集合是数学中的一个基本概念．例如,一间教室里的学生构成一个集合,一个批次的产品构成一个集合,全体整数构成一个集合,等等．一般地,所谓集合(简称集)是指具有某种特定性质的事物的总体．组成这个集合的事物称为该集合的元素．通常用大写的拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合,而用小写的拉丁字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合中的元素．如果事物 a 是集合 A 的元素,那么就称 a 属于 A,记为 $a\in A$;如果事物 a 不是集合 A 的元素,那么就称 a 不属于 A,记为 $a\notin A$,或者 $a\overline{\in}A$. 如果集合 A 仅由有限个元素组成,那么就称集合 A 为有限集;如果集合 A 由无限多个元素组成,那么,就称集合 A 为无限集．

通常有以下两种表示集合的方法:一种是描述法,即如果集合 A 是由具备某种性质 P 的事物 x 的全体所组成的,那么,集合 A 就可以表示为

$$A=\{x\mid x\text{ 具备性质 }P\}.$$

例如,如果集合 A 是方程 $x^2-1=0$ 的解集,那么,集合 A 就可以表示为

$$A=\{x\mid x^2-1=0\};$$

另一种是列举法,即如果集合 A 是由事物 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 所组成的,那么,集合 A 就可以表示为

$$A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}.$$

对于无限集，只要从所列举的若干个元素中能够看出这个集合的组成规律，即看出具备什么样的性质 P 的事物才是这个集合的元素，也可以用列举法表示该集合．例如，整数集 **Z** 可以表示为

$$\mathbf{Z}=\{\cdots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots\}.$$

一些常用的数集通常用特定的字母表示：全体实数的集合记为 **R**；全体有理数的集合记为 **Q**；全体整数的集合记为 **Z**；全体非负整数，即自然数的集合记为 **N**；全体复数的集合记为 **C**. 有时候还在表示数集的字母的右上角标上"+"、"−"、"∗"等记号来表示其特定的子集，例如，$\mathbf{R}^+$ 表示全体正实数的集合，$\mathbf{R}^-$ 表示全体负实数的集合，$\mathbf{R}^*$ 表示全体非零实数的集合．其他数集的情形完全类似，此不赘述．

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素，那么称 A 是 B 的子集．A 是 B 的子集也称为 A 包含于 B，记为 $A\subset B$，或者称 B 包含 A，记为 $B\supset A$. 如果集合 A 与 B 互为子集，即既有 $A\subset B$，又有 $B\subset A$，那么，称集合 A 与 B 相等，记为 $A=B$. 例如，设

$$A=\{-1,1\},\quad B=\{x\,|\,x^2-1=0\},$$

则 $A=B$.

不含任何元素的集合称为空集，记为 $\varnothing$，并且规定空集 $\varnothing$ 是任何集合的子集．例如，$\{x\,|\,x\in\mathbf{R}$ 且 $x^2+1=0\}$ 是空集．这是因为适合条件 $x^2+1=0$ 的实数是不存在的．

集合的基本运算有并、交、差三种．

设 A 与 B 是两个集合．由所有属于 A 或者属于 B 的元素所组成的集合称为 A 与 B 的并集（简称为并），记为 $A\cup B$，即

$$A\cup B=\{x\,|\,x\in A \text{ 或 } x\in B\};$$

由所有既属于 A 又属于 B 的元素所组成的集合称为 A 与 B 的交集（简称为交），记为 $A\cap B$，即

$$A\cap B=\{x\,|\,x\in A \text{ 且 } x\in B\};$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素所组成的集合称为 A 与 B 的差集（简称为差），记为 $A\backslash B$，即

$$A\backslash B=\{x\,|\,x\in A \text{ 且 } x\notin B\}.$$

有时候，我们在一个限定的大的集合 I 中对某个问题进行研究，这时所涉及的一些集合都是 I 的子集，我们就称集合 I 为全集．如果 A 是 I 的一个子集，那

么，特别称 $I\setminus A$ 为 A 的余集或补集，记为 A^C. 例如，如果取实数集 $\mathbf{R}$ 为全集，那么，有理数集 $\mathbf{Q}$ 的余集 $\mathbf{Q}^C$ 就是无理数集，而集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$ 的余集就是 $A^C=\{x\mid x<0$ 或 $x\geqslant 2\}$.

集合的并、交、余运算满足以下运算性质：

(1) 交换律 $A\cup B=B\cup A, A\cap B=B\cap A$；

(2) 结合律 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C), (A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$；

(3) 分配律 $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$，
$(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$；

(4) 对偶律 $(A\cup B)^C=A^C\cap B^C$，$(A\cap B)^C=A^C\cup B^C$.

以上这些法则都可以根据集合相等的定义来加以验证．

本课程中涉及到的数基本上是实数，所以，今后如果不特别说明，那么提到的数都是实数．区间是本课程中用得较多的一类实数的集合．设 a 与 b 都是实数，且 $a<b$，则实数集 $\{x\mid a<x<b\}$ 称为开区间，记为 (a,b)，即

$$(a,b)=\{x\mid a<x<b\}.$$

a 与 b 称为开区间 (a,b) 的端点，它们都不属于 (a,b)；而实数集 $\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 称为闭区间，记为 $[a,b]$，即

$$[a,b]=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}.$$

a 与 b 也称为闭区间 $[a,b]$ 的端点，它们都属于 $[a,b]$.

类似地可以定义半开区间．它们的定义与记号如下：

$$[a,b)=\{x\mid a\leqslant x<b\},\quad (a,b]=\{x\mid a<x\leqslant b\}.$$

以上所定义的这些区间都称为有限区间，它们都可以用数轴上长度有限的线段来表示，数 $b-a$ 称为这些区间的长度．此外还有所谓的无限区间．引进记号 $+\infty$（读作正无穷大）与 $-\infty$（读作负无穷大），则这些无限区间的定义与记号如下：

$$(a,+\infty)=\{x\mid x>a\},\quad [a,+\infty)=\{x\mid x\geqslant a\},$$
$$(-\infty,b)=\{x\mid x<b\},\quad (-\infty,b]=\{x\mid x\leqslant b\}.$$

$$(-\infty,+\infty)=\{x\mid x\in\mathbf{R}\}$$

有限区间中的 $[a,b]$，(a,b)，无限区间中的 $[a,+\infty)$，$(-\infty,b)$ 在数轴上的表示依次如图 1-1 所示．至于其他类型的有限或无限区间，相信读者会在数轴上作出正确的表示．

以后在不需要辨明所提及的区间是否包含端点，以及是有限区间还是无限区间时，就可以简单地称之为“区间”，并且常用一个大写字母“I”来表示．

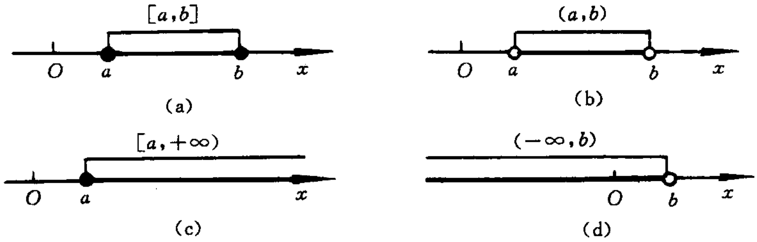


图 1-1

邻域也是本课程中常用的一个概念．设 a 是实数，δ 是任一正数，则称集合 $\{x|\ |x-a|<\delta\}$ 为点 a 的 δ 邻域，记为 $U(a,\delta)$，即

$$U(a,\delta)=\{x|\ |x-a|<\delta\},$$

其中 a 称为该邻域的中心，δ 称为该邻域的半径（图 1-2）．因为 $a-\delta<x<a+\delta$ 相当于 $|x-a|<\delta$，所以也有

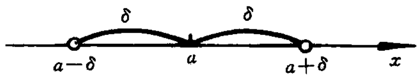


图 1-2

$$U(a,\delta)=\{x|a-\delta<x<a+\delta\}.$$

由此可见，点 a 的 δ 邻域也就是以 a 为中心的开区间 $(a-\delta,a+\delta)$．又因为 $|x-a|$ 表示数轴上的点 x 与点 a 之间的距离，所以 $U(a,\delta)$ 表示数轴上与点 a 的距离小于 δ 的一切点的全体．

有时候需要除去邻域的中心．点 a 的 δ 邻域除去了中心 a 以后所得到的集合称为点 a 的去心 δ 邻域，记为 $\mathring{U}(a,\delta)$，即

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x|0<|x-a|<\delta\}.$$

这里，$0<|x-a|$ 就表示 $x\neq a$.

有时候，为方便计，把开区间 $(a-\delta,a)$ 称为点 a 的左 δ 邻域，而把开区间 $(a,a+\delta)$ 称为点 a 的右 δ 邻域．

我们也有不需要强调邻域半径 δ 的取值大小的时候．这时候，点 a 的 δ 邻域或者去心 δ 邻域就可以简称为点 a 的邻域或去心邻域，相应的记号为 $U(a)$ 或 $\mathring{U}(a)$.

二、函数的概念

在观察一种自然现象或者社会现象时，常常会遇到各种不同的量，其中有的量在整个过程中保持不变，即取定一个数值，这种量称为常量；还有的一些量在

过程中是变化的，即可以取不同的数值，这种量称为变量．

例如，加热一个密闭容器内的气体时，气体的体积与气体的分子数量是保持不变的，它们是常量；而气体的温度与压力是在变化着的，它们是变量，它们将取得越来越大的值．再如，某种商品在某一段时间内可以保持其销售价格不变，这是个常量，而在这段时间内销售的数量与收益是可以变化的，它们是变量．

然而，一个量是常量还是变量，需根据具体情况作出具体的判断．例如，一种商品的销售价格可以在不同时期取不同的定价，就较长的时间来看，它的销售价格则是变量．另外，任何过程中的变量都有一定的变化范围，即变量所取的数值是有一定限制的．例如，上述例子中容器内气体的温度与压力的变化必须是有一定范围的，就温度而言，永远不会低于-273℃，而受密封容器质量的限制，也不允许无限升高．变量的变化范围通常是上述的区间．

同一现象中，往往有几个变量在变化着，它们的变化不是孤立的，而是互相联系并且遵循一定的变化规律．这种变量之间的依赖关系就是函数关系．现在先看几个例子，然后给出函数的定义．

例 1 考虑圆的面积 A 与它的半径 r 之间的相依关系．众所周知，它们之间的关系由公式

$$A=\pi r^2$$

给出，当半径 r 在区间$(0,+\infty)$内任意取定一个数值时，由上式就可以确定圆面积 A 的相应数值．

例 2 考察自由落体运动．设物体下落的时间为 t，落下的距离为 s．假定开始下落的时刻为 $t=0$，那么，在物体运动的过程中，s 与 t 之间的相依关系由公式

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

给出，其中 g 是重力加速度．假定物体着地的时刻为 $t=T$，那么，当时间 t 在闭区间$[0,T]$上任意取定一个数值时，由上式就可以确定下落距离 s 的相应数值．

例 3 某宗商品现有库存量 1000t，确定销售价格如下：如果一次购买的量不超过 700t，那么，定价为每吨 600 元；如果一次购买的数量超过 700t，那么，对超出部分的定价为上述定价的 9 折．这样，一次销售量 x 吨与收益 y 元之间的相依关系由下列关系式表示：

$$y=\begin{cases}600x, & 0<x\leqslant 700,\\ 600\cdot 700+600\cdot 0.9(x-700), & 700<x\leqslant 1000.\end{cases}$$

当销售量 x 在区间$(0,1000]$内任意取定一个数值时，由以上关系式就可以确定收益 y 的相应数值．

抽去上面几个例子中所考虑的量的实际意义，它们都表达了两个变量之间的相依关系．这种相依关系是由对应法则所确定的，根据这一法则，当其中一个变量在其变化范围内任意取定一个数值时，另一个变量就有唯一确定的值与之对应．两个变量之间的这种对应关系就是函数概念的实质．

定义　设 x 与 y 是两个变量，D 是一个给定的数集．如果对于每一个 $x\in D$，变量 y 按照一定的法则总有唯一确定的数值与之对应，那么称 y 是 x 的函数，记为 $y=f(x)$，$x\in D$. 数集 D 称为这个函数的定义域，x 称为自变量，y 称为因变量．

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的值称为函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 在点 x_0 处的函数值，记为 $f(x_0)$. 当 x 取遍 D 的各个数值时，对应的函数值的全体组成的数集

$$R_f=\{y\mid y=f(x),\ x\in D\}$$

称为函数的值域．

函数 $y=f(x)$，$x\in D$ 的这种记号中，f 表示对应法则，对于每一个 $x\in D$，由它确定了唯一的 $y=f(x)$与 x 对应．除了常用字母 f 表示函数的对应法则之外，也可以用其他的字母，例如，“φ”，“F”等来表示函数的对应法则．有时候还会直接用因变量的记号来表示函数，即把函数记为 $y=y(x)$，$x\in D$. 但是在同一个问题中，讨论到几个不同的函数时，必须用不同的字母分别表示不同函数的对应法则，以示区别．

从函数的定义不难看出，构成函数的要素有两个：定义域 D 与对应法则 f. 如果两个函数的定义域相同，对应法则也相同，那么，这两个函数就是相同的，否则就是不同的．

函数的定义域通常按以下两种情形来确定：一种是对有实际背景的函数，根据实际背景中变量的实际意义来确定．例如，上述例 2 中考察的自由落体运动．物体下落的时间为 t，落下的距离为 s，开始下落的时刻 $t=0$，着地的时刻为 $t=T$. 存在于 s 与 t 之间的函数关系则是

$$s=\frac{1}{2}gt^2,\quad t\in[0,T].$$

这个函数的定义域就是区间[0，T]；另一种是对抽象地用算式表达的函数，通常约定这种函数的定义域是使得算式有意义的一切实数所组成的集合，这种定义域称为函数的自然定义域．在这种约定之下，一般的用算式表达的函数就可以用“$y=f(x)$”来表示，而不再表示其自然定义域 D. 例如，给出函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ 而不再有什么说明，就意味着其定义域是闭区间[-1，1].

设有函数 $y=f(x)$，$x\in D$. 对于任意取定的 $x\in D$，对应的函数值为 $y=$

$f(x)$. 这样，以 x 为横坐标，以 y 为纵坐标，就在 xOy 平面上确定一点 (x,y). 当 x 取遍 D 内的每一数值时，就得到点 (x,y) 的一个集合：

$$\{(x,y) \mid y=f(x), x\in D\},$$

这个点集称为函数 $y=f(x), x\in D$ 的图形（或称为图像）（图 1-3）. 图中的 R_f 表示函数的值域.

通常可以用列表法、图形法、解析法（即算式表示法）来表示函数. 有时候也可以用语言描述或者采用特定的记号来表示一个具体的函数.

下面举几个函数的例子.

例 4 常数函数 $y=2$. 它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $R_f=\{2\}$，它的图形如图 1-4 所示.

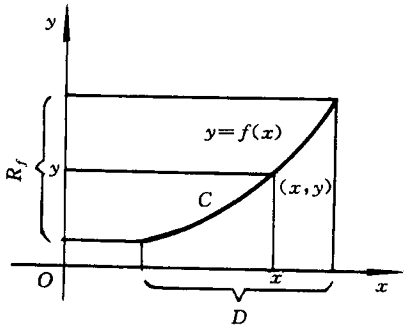


图 1-3

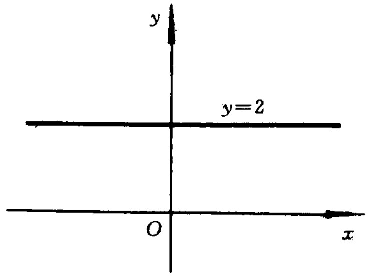


图 1-4

例 5 绝对值函数 $y=|x|$. 它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $R_f=[0,+\infty)$，它的图形如图 1-5 所示.

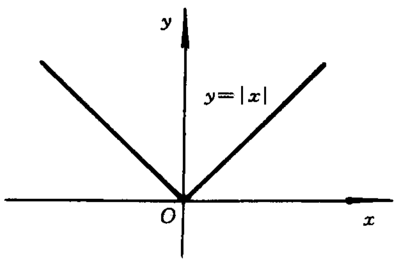


图 1-5

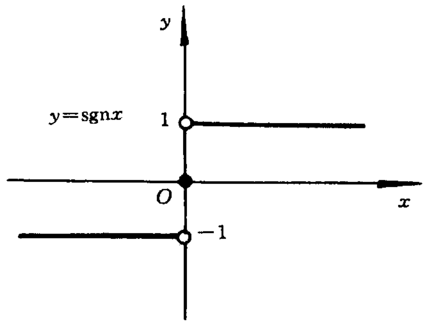


图 1-6

例 6 符号函数

$$y=\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0.\end{cases}$$

它的定义域 $D=(-\infty,+\infty)$，值域 $R_f=\{-1,0,1\}$，它的图形如图 1-6 所示.

在例 3 与例 6 中，我们看到，有时候一个函数在它的定义域的不同部分，对应法则需要用不同的算式表示，这种函数称为分段函数.

例 7 函数

$$y=f(x)=\begin{cases}2\sqrt{x}, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ 1+x, & x>1\end{cases}$$

是一个分段函数. 它的定义域 $D=[0,+\infty)$. 当 $x\in[0,1]$时，对应的函数值是 $f(x)=2\sqrt{x}$；当 $x\in(1,+\infty)$时，对应的函数值是 $f(x)=1+x$. 例如，$x=\frac{1}{2}\in[0,1]$，所以，$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$；$1\in[0,1]$，所以，$f(1)=2\sqrt{1}=2$；$3\in(1,+\infty)$，所以，$f(3)=1+3=4$. 这个函数的图形如图 1-7 所示.

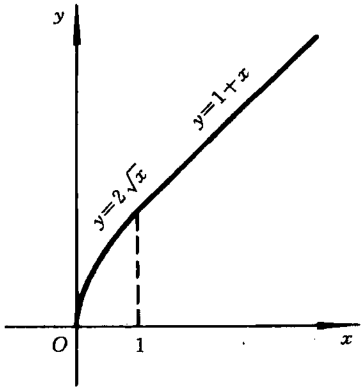


图 1-7

用几个式子来表示一个(不是几个)函数，不仅与函数的定义无矛盾，而且有现实意义. 在科学技术与日常生活中，经常会遇到分段函数的情形. 下面再举两个分段函数的例子.

例 8 设有一辆汽车从甲城驶往乙城. 先从出发地驶到高速公路入口，车速为 30km/h. 用去 40min. 然后在高速公路上以 100km/h 的速度行驶 1.5h 后到达通向乙城的高速公路出口. 最后从高速公路出口到达乙城目的地，车速为 40km/h，用去 30min. 在这个过程中，汽车行驶的路程 s(单位:公里)与行驶的时间 t(单位:小时)之间的函数关系为

$$s=s(t)=\begin{cases}30t, & 0\leqslant t<\frac{2}{3},\\ 20+100\left(t-\frac{2}{3}\right), & \frac{2}{3}\leqslant t<\frac{13}{6},\\ 170+40\left(t-\frac{13}{6}\right), & \frac{13}{6}\leqslant t\leqslant\frac{8}{3}.\end{cases}$$

例 9 取整函数 $y=[x]$.

在中学数学里学习到对数计算的时候，大家都已经知道每一个正数的常用对数都被分解为首数与尾数之和，而首数就是不超过常用对数的最大整数. 现

在,用记号$[x]$表示不超过 x 的最大整数. 例如,不超过 1.41 的最大整数是 1,所以,$[1.41]=1$;不超过-1.41的最大整数是-2,所以,$[-1.41]=-2$,等等.

把 x 看作变量,则函数

$$y=[x]$$

的定义域为 $D=(-\infty,+\infty)$,值域 $R_f=\mathbf{Z}$. 它的图形如图 1-8 所示.

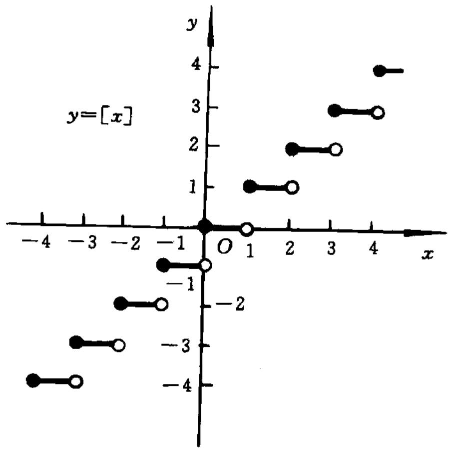


图 1-8

因为$[x]$表示不超过 x 的最大整数,所以对每一个 $x\in\mathbf{R}$,显然有

$$x-1<[x]\leqslant x.$$

最后举一个确定函数定义域的例子.

例 10 求下列函数的定义域:

(1) $y=\dfrac{\sqrt{10-2x}}{3-x}$; (2) $y=\arcsin\dfrac{x-1}{5}+\dfrac{1}{\sqrt{25-x^2}}$.

解 (1) 为使算式有意义,x 的取值应满足

$$\begin{cases}10-2x\geqslant 0,\\ 3-x\neq 0.\end{cases}$$

解得 $x\leqslant 5$ 且 $x\neq 3$. 因此,该函数的定义域为 $D=(-\infty,3)\cup(3,5]$.

(2) 为使算式有意义,x 的取值范围应满足

$$\begin{cases}-1\leqslant\dfrac{x-1}{5}\leqslant 1,\\ 25-x^2>0.\end{cases}$$

解得$-4\leqslant x<5$. 因此,该函数的定义域为 $D=[-4,5)$.

三、函数的几种简单特性

1. 函数的有界性 设有函数 $y=f(x)$,$x\in D$ 以及数集 $X\subset D$. 如果存在数 K_1,使得

$$f(x)\geqslant K_1$$

对任何 $x\in X$ 都成立,那么,称该函数在 X 上有下界,而 K_1 称为该函数在 X 上的一个下界;如果存在数 K_2,使得