Aus Wissen und Wissenschaft

—25—

DAS PRINZIP DER ARITHMETIK

學藝彙刊(25)

算術原理

王邦珍編

中華學藝社出版　商務印書館發行

DAS PRINZIP DER ARITHMETIK

算術原理

王邦珍編

中華學藝社出版 1933 商務印書館發行

民國二十一年一月二十九日敝公司突遭國難總務處印刷所編譯所書棧房均被炸燬附設之涵芬樓東方圖書館尚公小學亦遭殃及盡付焚如三十五載之經營隳於一旦迭蒙各界慰問督望速圖恢復詞意懇摯銜感何窮敝館雖處境艱困不敢不勉為其難因將需用較切各書先行覆印其他各書亦將次第出版惟是圖版裝製不能盡如原式事勢所限想荷鑒原謹布下忱統祈

垂鑒

上海商務印書館謹啓

中華民國二十年四月初版
民國廿二年二月印行　國難後第一版

學藝彙刊　算術原理一冊　（一五四八）

每冊定價大洋叁角
外埠酌加運費匯費

編輯者　中華學藝社　王邦珍

發行人　王雲五　上海河南路

印刷者　商務印書館　上海河南路

發行所　商務印書館　上海及各埠

編輯大意

(1) 本書之目的，以補普通算術之不及.蓋算術書多詳於法則及演算而略於理論，學者習之，知其所當然;不知其所以然，遂有盲從之病.故本書特詳於理論，而略於法則及演算，間有一二法則非一般算術書所常有者，則不厭其繁，特表而出之.

(2) 本書之程度囿於初中，以便初中學生及小學教師參考之用.故其證法不尙嚴密，概用例以證之，亦詳其由來，使不知代數幾何者可無扞格不及之病.

(3) 本書之內容分六編：第一編緒論，論數之定義及圖解.第二編整數.第三編分數，分數，百分，比例等屬之.第四編小數，循環小數，小數，省略算等屬之.第五編開方及求積，求積用補綴法證明之，否則從略.第六編級數.此外尙有附錄一編，集算術上最有名或難解之問題數則而詳釋之.最後且示算術問題之代數誘導法，則平時視四則問題爲畏途者，得此破其難關，獲益非鮮.

(4) 本書係供母校高中師範科三年生之教本，以備將來爲算術教師之用，一學期可以授畢，茲因各書局尙無此類書本，故不揣冒昧，公諸同好.

(5) 本書成於短時間，誤謬之處，自知不免，閱者幸指正焉.

目　　錄

算術原理

第一編

緒論

1. 數之概念 數之概念由刺激接續而起.

吾人感官受外界種種之刺激,得認識其間之區別及其類同,又必此等刺激接續而至,乃總括之而區爲一羣,然後數之概念生焉.

當感官受刺激時,卽留印象於神經中樞,受種種刺激,則留種種印象,此印象亦爲數之概念之一要素.

宇宙萬物不絕刺激於感官別其異而歸其同,若羣鳥然,物之同類者也,衆鳥接續發見,則神經中樞卽留羣鳥之印象,遂生數之概念.

2. 數之定義 凡物集而成羣,兩羣有一對一之關係者稱相似羣.

如衆鳥集而爲鳥羣,若一雌一雄相配,則雌鳥羣與雄鳥羣有一對一之關係故爲相似羣.

羣之數者.凡羣與其一切相似羣之普遍性也.

如雌鳥十,雄鳥十,兩羣雖同爲鳥羣,而尙有雌雄

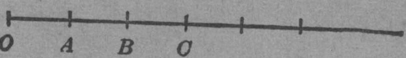
之別,唯十為此兩相似羣之普偏性.

數者羣之數也.

如十者為十鳥之十也.

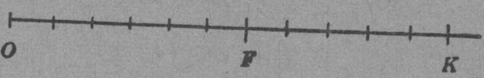
3. 命數法,記數法 吾人見一羣之物,必動指數之,因指羣與物羣為相似羣也.故指之數,卽物之數.旣數矣,必須表以符號以免遺忘,此記數法之由來也.旣記矣,須呼以名,纔便於口述,此命數法之所生也.數物始以指,至十而窮,勢必回歸,故命數法多用十進法.

4. 數之圖表 在一直線上任取一點為起點,向右截分若干等分,一分表一數,卽可表1,2,3,……等數.



如圖O為起點,自O向右截取OA, AB, BC,……各等分,則OA表1, OB表2, OC表3,…….

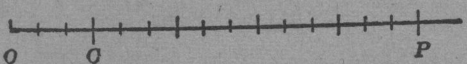
5. 加減法之圖表 如以圖表6+5則於O之右方作OA, AB, ……, EF六等分,又在OF線分之右背O引FG, GH, ……, JK五等分,而前後兩線分相等.合而數之,OK所表之數卽和數11.



若作6−5則在OF線分之左向O截去5等分,其

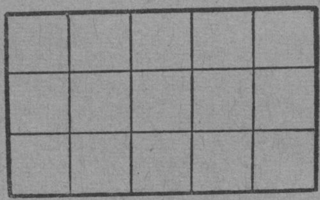
餘之線分OA即表差數1.

6. 乘法之圖表 如以圖表3×5其法有二:—



I. 作線分OC等3,在其右再引4個線分,俱與OC等長,最後之點爲P.則OP之數即積數欲求OP之數,則用OA爲單位長以測之得15即積.

II. 任取一線分爲單位長,作AC等於3單位,AB等於5單位,以AB, AC爲二鄰邊作矩形,則其間所含面積單位之數即積數.欲測之,則過AB, AC各分點引邊之平行線分矩形爲若干個正方形,此正方形之數15即積.



除法之圖表亦有二種得同樣推之.

第二編

整　數

第一章　四則

7. 加法交換定則　加法無關於次序之先後.

合兩羣之數為一羣之數謂之加法.先數甲羣繼數乙羣,或先數乙羣繼數甲羣,其和必一致.故加法無關於次序之先後.如

$$3+6=6+3.$$

系　加法之驗算用顛倒重複演之,卽基此理.

8. 加法結合定則　增被加數(加數)時,其和亦增同數.

如6, 3之和為9, 增4於6, 則得

$$(6+4)+3=(6+3)+4$$

6+3者原和也.故增4於被加數之6,卽增4於其和.

同理　　$6+(3+4)=(6+3)+4$

$\therefore$　　$(6+4)+3=6+(3+4)=6+(4+3).$

系1.　求若干數之和,可分為數羣而加之.

系2.　加號之後可任意添加括弧,或消去括弧.

如　　$12+13-5+8=12+(13-5+8)$

系 3. 以同數增,減其被加數與加數其和不變.

如 $6+3=(6+2)+(3-2)$

$=6+2+3-2$ 系 2.

$=6+(2+3-2)$ 系 2.

$=6+3.$

9. 加法演算之證明.

如 $756+48=(700+50+6)+(40+8)$

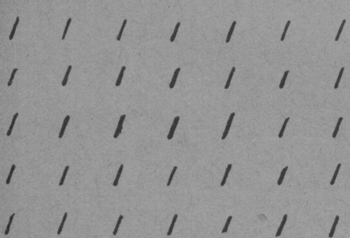
$=700+50+6+40+8$ §8. 系 2.

$=700+50+40+6+8$ §7.

$=700+(50+40)+(6+8)$ §8. 系 2.

故加法演算必齊其位.

10. 乘法交換定則 乘法無關於次序之先後.



如圖視爲7行之5可,視爲5列之7亦可. 7行之5者5之7倍也; 5列之7者, 7之5倍也. 故

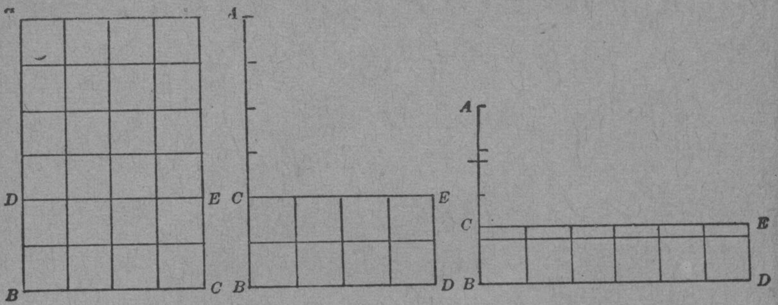
$$5\times 7=7\times 5.$$

系 1. 乘法之驗算,用顛倒重複演之卽基此理.

系 2. 乘除同列時,無關於次序之先後.

玆以圖證.

$$6\times 4\div 3=6\div 3\times 4=4\div 3\times 6$$



甲圖： AB 表 6, BC 表 4,則矩形 AC 爲 6×4. 今 3 分之.得矩形 DC. 則 DC 表 $6\times4\div3$. 但其積含有 8 個面積單位. 故其值爲 8.

乙圖： AB 表 6, 3 分之得 CB, 卽表 $6\div3$: BD 表 4, 以 BC, BD 爲鄰邊作矩形 BE, 則 BE 表 $6\div3\times4$ 其積爲 8, 卽所求之值.

丙圖： AB 表 3,4 分之得 CB, 卽表 $3\div4$. BD 表 6,以 BC, BD 爲鄰邊作矩形 BE, 則 BE 表 $3\div4\times6$. 其積爲 6 個面積單位, 與 6 個矩形之和. 但其矩形各等於面積單位三分之一, 故 6 個矩形合之等 2 個面積單位, 因之矩形 BE 面積爲 8. 卽所求之值.

11. 乘法配分定則.

I. 二數和(或差)之若干倍,等於各若干倍之和(或差).

II. 一數乘二數之和(或差)之積,等於一數乘各數之積之和(或差).

同數累加曰乘,故

I. $$(5\pm4)\times3=5\pm4+5\pm4+5\pm4$$

$$=5+5+5\pm4\pm4\pm4 \qquad \S\ 7.$$

$$=5\times3\pm4\times3$$

I. $$3\times(5\pm4)=(5\pm4)\times3 \qquad \S10.$$

$$=5\times3\pm4\times3 \qquad \text{I.}$$

$$=3\times5\pm3\times4 \qquad \S10.$$

系 本題之逆亦眞.

12. 乘法結合定則. 二數相乘,乘數(被乘數)增若干倍,積亦增若干倍.

如求6, 7之積, 6增3倍爲

$$(6\times3)\times7=(6+6+6)\times7$$

$$=6\times7+6\times7+6\times7 \qquad \S11$$

$$=(6\times7)\times3$$

卽其積等原積6×7增3倍.

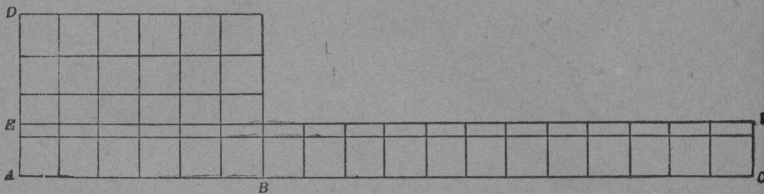
系1. 數數連乘不關因子之順序.

系2. 二數相乘,一增若干倍,一縮若干倍,其積不變.

玆以圖證明

$$(6\times3)\times(4\div3)=6\times4$$

如圖 AB 表6, AC 為3倍 AB 卽表 6×3. AD 表4,3分之為 AE, 卽表 $4\div3$. AC, AE 為鄰邊作矩形 AF, 卽表 $(6\times3)\times(4\div3)$. 但矩形 AF 面積為24卽 6×4.



13. 乘法演算之推原.

如 $$357\times28=357\times(20+8)$$

357		$=357\times20+357\times8$	§11.
28		$=7140+2856$	
2856	357×8	$=9996$	
714	357×20		
9996			

合左右兩式觀之,知通常演算部分積所以斜書者齊位也.

14. 減法交換定則 由一數遞減若干數,無關於減數之次序如何,其差常不變.

如　$30-5-8-6=30-6-5-8=30-8-5-6$

何則：如30元之款,用5元,再用8元,又用6元,其餘爲11元.然用款無關於次序之先後,若先6後5後8,或先8後5後6其餘未有不11者.故題云云.

系　加減同列時,得變更其順序而行演算.

如　$30-5+8-6=30+(-5)+8+(-6)$　§8.系2.

$=30+8+(-5)+(-6)$　§7.

$=30+8-5-6$　§8.系2.

15.　減法結合定則　由一數遞減若干數,等於由一數減若干數之和.

如　$30-5-8-6=30-(5+8+6)$

何則：30元之款先用5元,再用8元,又用6元,其餘爲11元.若一次用去19元$(=5+8+6)$.其餘亦然.

系1.　減法增某數於被減數,卽減某數於減數.

因收入支出可相抵消,故增其收入,卽減其支出.

如　$(30+5)-8=30-(8-5)$

系2.　加減同列時,減號之後添入括弧或消去括弧,則必變括符內之加減號.

如　$30-5+8-6=30-(5-8+6)$

何則：$30-5+8-6=30+8-5-6$　§14.系

$$=30+8-(5+6) \qquad \S 15.$$

$$=30-(5+6-8) \qquad 系 1.$$

$$=30-(5-8+6) \qquad \S 14. 系.$$

16. 除法之意義. 除法有二義:

I. 若干倍之意.

如 $$30^{人}\div 5^{人}=6$$

即30人爲5人之6倍,凡兩名數相除皆屬之.

II. 若干等分之意.

如 $$30^{人}\div 5=6^{人}$$

即分30人爲5羣,一羣得6人.凡名數除不名數皆屬之.

17. 除法結合定則 以若干數遞除一數時,等於以若干數之連乘積除一數.

如 $$144\div 3\div 6=144\div(3\times 6)$$

$144\div 3\div 6$之意義,爲分144爲3等分,將其每分又6等分之,其實即將144分爲18等分,即$144\div(3\times 6)$.

如圖分AB爲3等分,其一分爲CB;再分CB爲6等分,其一分爲DB.則DB即AB之$18(=3\times 6)$之一.

系1. 乘除同列時,除號之後添入括弧,或消去括弧,則變括弧內之乘除號,括弧前爲乘號則否.

如　$144\div6\times3\div2=144\div(6\div3\times2)=144\div6\times(3\div2)$

144分爲6等分,每分3倍之.即分144爲$2(=6\div3)$等分.

$\therefore\qquad 144\div6\times3=144\div(6\div3)$

再將各等分2分之,即將144分爲2等分又2等分之即$4(=6\div3\times2)$等分之.

$\therefore\qquad 144\div6\times3\div2=144\div(6\div3\times2)$

$144\div6$,3倍又2分之,不啻$144\div6$倍半之$(=3\div2)$.

$\therefore\qquad 144\div6\times3\div2=144\div6\times(3\div2)$.

系2. 一數遞除若干數時,無關於除數先後之順序.

如　$144\div6\div2\div3=144\div2\div3\div6$

$\because\qquad 144\div6\div2\div3=144\div(6\times2\times3)$　系1.

$=144\div(2\times3\times6)$　§10

$=144\div2\div3\div6$　系1.

第二章　約數及倍數

18. 2, 5約法. 凡數之末位爲2, 5之倍數,則全數可以2, 5約之.

十位以上之數俱爲2, 5之倍數.所可慮者只末位而已.