

初中 数学

应试技能训练百题

YING SHI JI NENG XUN LIAN BAI TI

强化基础知识

开拓解题思路

提高学习效率

增强应试技能

中国物价出版社

初中数学

应试技能训练百题

《初中各科应试技能训练百题》
编写组

中国物价出版社

责任编辑：杨京平

封面设计：文 群

初中数学应试技能训练百题

《初中应试技能训练百题》编写组编

中国物价出版社出版发行

新华书店经销

江西印刷公司印刷

787×1092毫米 32开 9.125印张 字数21万

1993年2月第1版 1993年2月第1次印刷

印数1—15000册

ISBN 7-80070-162-X/G·4

定价：3.90元

出版说明

为了帮助初中毕业生系统地、重点地复习功课，更好地掌握初中课程内容，使之在应试中取得较好成绩，我们组织了十余位有教学经验的教师编写了《初中各科应试技能训练百题》。

这套书包括政治、语文、英语、数学、物理、化学、生理卫生等七科。每本书以“知识要点”为基础，通过大量解题和测试题，进行必不可少的技能训练，以发展学生的思维能力，更好地巩固所学的知识。大数学教育家波利亚说：“解题是一种艺术……只有多做模仿和练习才能学会。”我们正是根据国家教委颁发的中学教学大纲的要求，以及对多年来我国部分大中城市初中各科考试题的研究和思考，将其所得集中于各科解题和测试题中。在解题和测试题中包含思考方法，在解题和测试题中进行技能训练，这就是本套书的特色。

这套书由《初中各科应试技能训练百题》编写组编写。本书由高家骅、万建平执笔。

由于编者水平所限，书中如有疏漏和不足之处，欢迎读者批评指正。

《初中各科应试技能训练百题》编写组

一九九二年十月

目 录

第一部分 代 数	(1)
第一章 实数	(1)
(一)实数的概念	(1)
(二)实数的运算	(2)
范例分析	(3)
测试题	(7)
第二章 代数式	(10)
(一)代数式的概念	(10)
(二)整式的运算	(10)
(三)因式分解	(12)
(四)分式	(12)
(五)根式	(13)
范例分析	(15)
测试题	(23)
第三章 方程与方程组	(30)
(一)方程的概念	(30)
(二)一次方程(组)	(30)
(三)一元二次方程的解法及根的讨论	(31)
(四)可化为一元二次方程的方程	(32)
(五)二元二次方程组	(33)
(六)方程的应用	(33)
范例分析	(36)
测试题	(51)
第四章 不等式	(59)
(一)不等式的概念	(59)

(二)一元一次不等式(组).....	(59)
(三)绝对值不等式和一元二次不等式.....	(60)
范例分析.....	(61)
测试题.....	(66)
第五章 指数.....	(69)
(一)有理指数幂的意义.....	(69)
(二)有理指数幂的运算法则.....	(69)
(三)简单指数方程.....	(69)
范例分析.....	(69)
测试题.....	(72)
第六章 函数及其图象.....	(73)
(一)直角坐标系.....	(73)
(二)函数.....	(76)
(三)正比例函数.....	(77)
(四)反比例函数.....	(78)
(五)一次函数.....	(78)
(六)二次函数.....	(80)
范例分析.....	(84)
测试题.....	(93)
第七章 解三角形.....	(100)
(一)三角函数.....	(100)
(二)三角函数间的关系.....	(101)
(三)三角函数的符号.....	(102)
(四)特殊角的三角函数值.....	(102)
(五)三角函数值的变化.....	(103)
(六)解直角三角形.....	(104)
(七)解斜三角形.....	(104)

范例分析.....	(107)
测试题.....	(120)
第八章 统计初步.....	(123)
(一)总体和样本.....	(123)
(二)平均数.....	(123)
(三)方差.....	(124)
(四)频率分布.....	(125)
范例分析.....	(125)
测试题.....	(127)
第二部分 几何.....	(129)
第一章 直线、相交线、平行线.....	(129)
(一)线段、射线、直线.....	(129)
(二)角.....	(129)
(三)平行线.....	(131)
(四)基本作图题.....	(132)
范例分析.....	(132)
测试题.....	(136)
第二章 三角形.....	(141)
(一)三角形的分类.....	(141)
(二)三角形的角平分线、中线和高三线.....	(142)
(三)三角形的性质.....	(142)
(四)三角形的心.....	(142)
(五)特殊三角形的性质.....	(143)
(六)三角形的面积公式.....	(143)
(七)全等三角形.....	(144)
(八)三角形的基本作图.....	(145)
(附:关于几何证题方法).....	(145)

范例分析.....	(151)
测试题.....	(163)
第三章 四边形.....	(170)
(一) 四边形及其分类.....	(170)
(二) 几种特殊四边形的定义、判定、性质.....	(170)
(三) 特殊四边形的面积公式.....	(172)
(四) 四边形.....	(174)
范例分析.....	(174)
测试题.....	(181)
第四章 相似形.....	(187)
(一) 比例线段.....	(187)
(二) 平行线分线段成比例定理.....	(188)
(三) 三角形角平分线的性质定理.....	(188)
(四) 相似三角形.....	(188)
(五) 相似多边形.....	(190)
(六) 重要作图.....	(190)
范例分析.....	(190)
测试题.....	(196)
第五章 圆.....	(202)
(一) 圆的基本概念及性质.....	(202)
(二) 位置关系.....	(205)
(三) 圆与多边形.....	(211)
(四) 轨迹.....	(214)
(五) 一些重要作图.....	(215)
范例分析.....	(215)
测试题.....	(225)
综合测试题.....	(233)

综合测试题参考答案.....	(239)
测试题参考答案.....	(245)

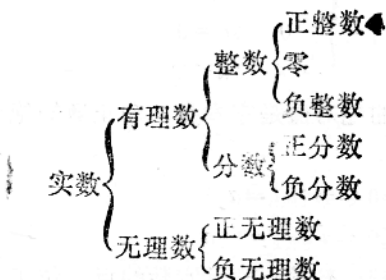
第一部分 代数

第一章 实数

一、知识提要

(一) 实数的概念

1. 实数的分类:



注: (1) 实数可看成小数集合, 那么有理数是有限小数或无限循环小数, 而无理数是无限不循环的小数.

(2) 自然数的不尽方根是无理数, 如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ 等, 但无理数并非全是这种形式, 如 π , $\sin 10^\circ$, $0.123\cdots$ 等.

2. 数轴: 规定了原点, 正方向和单位长度的直线叫做数轴, 实数与数轴上点有“一一对应”的关系, 即: 任何一个实数都在数轴上存在一个点与之对应, 反之, 数轴上任何一点均表示一个实数.

3. 相反数: 只有符号不同的两个数, 其中一个数叫做另一个数的相反数, 零的相反数是零.

注: a , b 互为相反数 $\Leftrightarrow a+b=0$,

4. 倒数: 1 除以一个非零数的商, 叫做这个数的倒数, 零

没有倒数.

注: a, b 互为倒数 $\Leftrightarrow a \cdot b = 1$

5. 绝对值: 一个正数的绝对值是它本身, 一个负数的绝对值是它的相反数, 零的绝对值是零.

注: (1) 一个实数的绝对值是数轴上表示该数的点到原点的距离.

即:

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

(2) 非负数的绝对值是它本身, 非正数的绝对值是它的相反数.

即: $a \geq 0 \Leftrightarrow |a| = a$

$a \leq 0 \Leftrightarrow |a| = -a$

6. 实数的大小比较: 数轴上表示实数的点, 位于右边的相应的数大于位于左边的相应的数, 两个负数绝对值大的反而小.

注: $a - b > 0 \Leftrightarrow a > b$; $a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$;

$a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$.

(二) 实数的运算

1. 运算法则: 实数的运算通常有加, 减, 乘, 除, 乘方, 开方, 应注意从符号和绝对值两个方面来理解它们的运算法则, 掌握近似值, 精确度, 及运算方法.

2. 运算定律:

(1) 交换律: $a + b = b + a$; $ab = ba$;

(2) 结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(ab)c = a(bc)$;

(3) 分配律: $a(b + c + d) = ab + ac + ad$.

3. 运算顺序

(1) 先乘方，开方，后乘除，再加减；

(2) 先小括号，后中括号，再大括号；

(3) 同级运算从左到右进行。

注：运算中：正确合理地利用运算定律可使运算简便。

二、范例分析

〔例1〕 指出下面各数中，哪些是有理数，整数，分数，无理数？

$-2, \sqrt{144}, (\sqrt{3})^0, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{22}{7}, \sqrt{3}-2, \operatorname{tg}60^\circ,$
 $0.6, \pi, \sin 21^\circ, \sin 30^\circ, 2.3131\cdots, 0.31\cdots.$

〔解〕 $\sqrt{144}=12, (\sqrt{3})^0=1, \operatorname{tg}60^\circ=\sqrt{3}, \sin 30^\circ=\frac{1}{2},$

则有理数为： $-2, \sqrt{144}, (\sqrt{3})^0, -\frac{22}{7}, 0.6, \sin 30^\circ,$
 $2.3131\cdots;$

整数有： $-2, \sqrt{144}, -(\sqrt{3})^0;$

分数有： $-\frac{22}{7}, 0.6, \sin 30^\circ, 2.3131\cdots;$

无理数有： $\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3}-2, \operatorname{tg}60^\circ, \pi, 0.31\cdots, \sin 21^\circ;$

注：解决这类问题应先化简原数，然后由数集的包含关系及运算的封闭性确定该数的属性，如 $\frac{22}{7}$ 是分数，所以它是有理数；

有理数与无理数的差是无理数，所以 $\sqrt{3}-2$ 是无理数等。

〔例2〕 化简下面各式：

(1) $|1-\sqrt{3}|$; (2) $|1+2x| \left(x \geq -\frac{1}{2} \right);$

(3) $|\sin 15^\circ - \cos 15^\circ|.$

$$\begin{aligned} \text{〔解〕 (1) } \forall \quad \sqrt{3} > 1 &\Rightarrow 1 - \sqrt{3} < 0 \Rightarrow |1 - \sqrt{3}| \\ &= -(1 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1; \end{aligned}$$

$$(2) \forall \quad x \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow 1 + 2x \geq 0 \Rightarrow |1 + 2x| = 1 + 2x;$$

$$(3) \forall \quad \sin 15^\circ - \cos 15^\circ = \sin 15^\circ - \sin 75^\circ < 0,$$

$$\Delta \quad |\sin 15^\circ - \cos 15^\circ| = \cos 15^\circ - \sin 15^\circ.$$

注：化简绝对值符号关键是确定其内代数式的符号，在没有条件保证其符号时，应分两种情况讨论。

〔例3〕已知实数 x 满足 $|1-x|=1+|x|$ ，化简 $\sqrt{9-12x+4x^2}$ 的结果为

$$(A) 2x-3; (B) 3-2x; (C) 3; (D) \pm(3-2x).$$

〔解一〕（直接法）

$$\forall \quad |1-x|=1+|x| \Rightarrow (1-x)^2 = (1+|x|)^2$$

$$\Rightarrow 1-2x+x^2=1+2|x|+x^2 \Rightarrow |x|=-x,$$

$$\Delta \quad x \leq 0, \Rightarrow 3-2x > 0.$$

$$\Delta \quad \sqrt{9-12x+4x^2} = \sqrt{(3-2x)^2} = |3-2x| = 3-2x.$$

故正确的结果应选 B.

〔解二〕（特殊值法）

取 $x=-1$ ，满足条件： $|1-x|=1+|x|$

$$\Rightarrow \sqrt{9-12x+4x^2} = \sqrt{9+12+4} = 5.$$

而 (A) $2x-3=-5$; (B) $3-2x=5$; (C) 3;

(D) $\pm(3-2x)=\pm 5$; 排除 A, C, D. 故选 B.

注：解答选择题常用的方法有：

(1) 直接法：从题设的条件出发，经过合理的运算，推理得出正确的结果；

(2) 排除法：通过逻辑判断肯定在所有的选择支中除一个外其余都是错误的，即在 A, B, C, D 中排除了 B, C, D,

只有A为正确的（这种方法一般适用于单项选择）；

(3) 特殊值法：用满足题设条件的特殊数值代替有关字母，进行演算和推理。据此判断选择支的正确与错误；

(4) 验证法：把待选的答案逐一代入题设中进行验证，从而断定选择支的正确与错误。

〔例4〕 已知 $4.6^2=21.16$, $\sqrt[3]{0.53}=0.8093$, $\sqrt{30}=5.477$, $\sqrt{3.524}=1.877$. 求 (1) 0.0046^2 ; (2) $\sqrt[3]{530000}$; (3) $\sqrt{2.7}$; (4) 若 $\sqrt{x}=0.01877$, 求 x ; (5) 若 $x^2=352.4$, 求 x .

$$\begin{aligned}\text{〔解〕 (1) } 0.0046^2 &= (4.6 \times 10^{-3})^2 = 4.6^2 \times 10^{-6} \\ &= 2.116 \times 10^{-5};\end{aligned}$$

$$(2) \sqrt[3]{530000} = \sqrt[3]{0.53 \times 10^6} = \sqrt[3]{0.53} \times 10^2 = 80.93;$$

$$\begin{aligned}(3) \sqrt{2.7} &= \sqrt{\frac{2.7 \times 30}{30}} = \sqrt{9 \times 30 \times 10^{-2}} = 3\sqrt{30} \times 10^{-1} \\ &= 1.6431;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \sqrt{3.524} &= 1.877 \Rightarrow \sqrt{x} = 0.01877 = 1.877 \times 10^{-2}, \\ \text{即: } \sqrt{x} &= \sqrt{3.524 \times 10^{-2}} \Rightarrow x = 3.524 \times 10^{-4}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) x^2 &= 352.4 \Rightarrow x = \pm \sqrt{352.4} = \pm \sqrt{3.524 \times 10^2} \\ &= \pm \sqrt{3.524} \times 10 = \pm 18.77.\end{aligned}$$

注：此题的解法是把所求的结果向题设的已知部分逼近，这是数学里面常用的一种分析方法。

〔例5〕 已知 $\sqrt{15}-1$ 的整数部分为 x ，小数部分为 y ，求代数式 $x - \frac{1}{y}$ 的值。

$$\text{〔解〕 } \forall \sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{15} < 4,$$

即 $2 < \sqrt{15}-1 < 3$, $\Rightarrow \sqrt{15}-1$ 的整数部分为 2，小数部分为 $(\sqrt{15}-1)-2 = \sqrt{15}-3$,

$$A. x=2, y=\sqrt{15}-3.$$

$$\begin{aligned}\text{则 } x - \frac{1}{y} &= 2 - \frac{1}{\sqrt{15}-3} = 2 - \frac{\sqrt{15}+3}{6} \\ &= \frac{3}{2} - \frac{1}{6}\sqrt{15}.\end{aligned}$$

注：任何一个小数都由它的整数部分及纯小数部分构成，
即 小数 = 整数 + 纯小数 如 $3.21 = 3 + 0.21$.

〔例 6〕(1) 已知 a, b 为有理数，且 $x = \sqrt{2} - a$, $y = 2\sqrt{2} + b$, $x^2 + y + 1 = 0$, 求 a, b, x, y 的值;

(2) 已知 a, b 为实数，且 $a^2 + b^2 - 4a + 2b + 5 = 0$, 求实数 a, b 的值.

$$\begin{aligned}\text{〔解〕 (1) 已知} &\Rightarrow (\sqrt{2} - a)^2 + (2\sqrt{2} + b) + 1 = 0 \\ &\Rightarrow (a^2 + b + 3) + 2\sqrt{2}(1 - a) = 0.\end{aligned}$$

$\because a, b$ 都是有理数,

$$\therefore \begin{cases} a^2 + b + 3 = 0 \\ 1 - a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

则 $a = 1, b = -4, x = \sqrt{2} - 1, y = 2\sqrt{2} - 4$.

$$(2) a^2 + b^2 - 4a + 2b + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 + (b+1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (a-2)^2 = 0 \\ (b+1)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -1.$$

注：以上问题是一个方程求两个未知数的方程的解法。解决此类问题一般是由题设中条件得出两个或多个方程，如一个代数式所表示的无理数为零，则其有理部分和无理部分均为零（上面第一问）；几个非负数之和为零，则每一个非负数均为零（上面第二问）。我们所涉及到的非负数有下面三种形式：

(1) 实数的偶次幂： a^{2n} (n 为整数)；

(2) 实数的绝对值: $|a|$;

(3) 非负实数的偶次算术方根: $\sqrt[n]{a}$ (n 为正整数)

[例 7] 计算:

$$(1) \frac{3\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{17} - 0.125 \div \frac{17}{3}}{1.25 \div 5\frac{2}{3}};$$

$$(2) \frac{3}{4} + \sqrt{5} + \frac{1}{7} - \left(4.375 - \frac{4}{3}\right) \quad (\text{精确到 } 0.01).$$

$$\text{[解]} \quad (1) \text{ 原式} = \frac{\left(\frac{7}{2} \times \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{8}\right) \times \frac{3}{17}}{\frac{5}{4} \times \frac{3}{17}} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{8}}{\frac{5}{4}}$$

$$= \frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8}\right) \times 8}{\frac{5}{4} \times 8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

$$(2) \text{ 原式} \approx 0.75 + 2.236 + 0.143 - 4.375 + 1.333$$

$$= 4.462 - 4.375$$

$$= 0.087$$

$$\approx 0.09.$$

注: (1) 在算式中, 分数, 小数并存时, 一般把小数化为分数.

(2) 在近似计算时, 过程中所取近似值应比题设所要求的多一位, 最后再向要求的精确度化去.

三、测试题

(一) 判断题:

1. 正数和负数统称为实数 ()

2. $\sqrt{a}$ 一定是无理数 ()
3. 无理数的绝对值一定是非负数 ()
4. 一个实数的平方一定是正数 ()
5. 所有的实数可用数轴上的点表示, 反之亦然 ()
6. 非正数一定是负数 ()
7. 零的倒数是零 ()

(二) 填空题:

1. 用不等号连接下面各式:

(1) $2\sqrt{7}$ _____ $4\sqrt{2}$; (2) -1.414 _____ $-\sqrt{2}$;

(3) $-(3+a^2)$ _____ $|x-4|$; (4) $2\sqrt[3]{3}$ _____ $3\sqrt{2}$.

2. 已知 $\sqrt[3]{-2}$ 是 x 的立方根, 则 $\left(-\frac{1}{2}\right)^0 \cdot x^{10} =$ _____.

3. 已知 $2a^2 + 2b^2 - 6a - 10b + 17 = 0$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

4. 已知 a 为有理数, b 为无理数, 且 $(a - \sqrt{3})^2 = b + 4$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

5. 已知 $3.2^2 = 10.24$, $\sqrt{20} = 4.472$, $\sqrt{2.517} = 1.587$, 则 $0.032^2 =$ _____, $\sqrt{8000} =$ _____;

若 $\sqrt{x} = 15.87$, 则 $x =$ _____;

若 $x^2 = 0.02517$, 则 $x =$ _____.

(三) 选择题:

1. 若 a, b 是实数, 则下面正确的是 () .

(A) $a=b \Rightarrow a^2=b^2$; (B) $a>|b| \Rightarrow a^2>b^2$;

(C) $|a|>|b| \Rightarrow a<b$; (D) $a^2>b^2 \Rightarrow a>b$.

2. 已知 $m \geq 1$, 化简 $|m - \sqrt{m^2}|$ 的结果为 ()

(A) $2m$; (B) $-2m$; (C) 0 ; (D) $\pm 2m$.

3. 已知 $|2x+5| = -\sqrt{m + \frac{4}{25}x^2}$, 则 $m^{99} =$ () .