

科學圖書大庫

自然科學叢書之一

數學

(六至十冊合訂本)

湯元吉 主編

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

自然科學叢書之一

數 學

(六至十冊合訂本)

湯元吉 主編

徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會
監修人 徐銘信 發行人 王洪鎧

科學圖書大庫

版權所有



不許翻印

中華民國六十八年三月七日再版

自然科學叢書之一

數 學 (2)

全套 24 單冊，合訂五冊，不分售

基本定價 20.80

主編 湯元吉

本書如發現裝訂錯誤或缺頁情形時，敬請「刷掛」寄回調換。謝謝惠顧。

(67)局版臺業字第1810號

出版者 財團法人 臺北市徐氏基金會 臺北市郵政信箱53-2號 電話 7813686 號

發行者 財團法人 臺北市徐氏基金會 郵政劃撥賬戶第 1 5 7 9 5 號

承印者 大興圖書印製有限公司 三重市三和路四段一五一號 電話 9719739

序

居今日而欲致國家於富強之林，登斯民於康樂之境，其道無他，要在教育、文化、經濟諸方面力求進步而已。自然科學之研究與發展，屬於文化領域之一環，同時亦為國防建設之主動力，其在教育設施方面，實佔有甚大之比重，久為識者所共喻。

巴西華僑徐君銘信，身繫異邦，心繫祖國，鑒於自然科學之發展與夫建國前途所關之鉅，嘗思盡一己之力，為邦人士格物致知之助。比年以來，其慨捐於國內學術機構者，固已為數不貲。前歲之冬，復搜購德國著名函授學校之數學、物理、化學、生物等優良課本約五百萬言寄臺，經東海大學吳校長德耀與溫院長步頤之介紹，欲以遂譯刊行，嘉惠學子之任，委諸元吉，自維學殖荒落，本不敢承，惟感於徐君所見者大，所志者遠，殊不宜過拂其意，爰勉受義務主編及統籌出版之命。嗣經先後約請江鴻（數學總執筆人）、宋湧、李煥榮、南登岐、孫賡年（物理學總執筆人）、張壽彭、陳喜棠、許巍文、黃友訓、傅貽椿、熊俊（生物學總執筆人）、廖可奇、劉泰庠、鍾恩寵、關德懋（以姓氏筆劃為序）諸君分任逐譯，復承臺灣新生報謝總社長然之、主社長嘯生及顏副總經理伯勤慨允由該社擔任印刷及發行工作，其事遂舉。顧以個人精力時間，均屬有限，一年以還，竭知盡能，時以能否符合信達雅之準則為慮，幸賴各方碩彥陳力就列，各自靖獻，得如預期出書，以餉讀者，實為元吉精神上莫大之收穫。今後倘蒙文教先進及讀者不吝匡翼，俾在吾國科學發展史上日呈緝熙光明之象，遂徐君之初願於萬一，並使其今後仍就此途徑邁進之志事，（徐君近復精選英文本初級科學百科全書，交由科學勵進中心*譯印。）永感吾道不孤，邪許同聲，則尤元吉一瓣心香，朝夕禱祝者也。茲值本書出版伊始，謹誌涯略，並向協助譯印諸君子敬致感謝之忱。

湯元吉序於臺北

*該中心為一不以營利為目的之財團法人，其宗旨在於促進科學教育、發展科學研究及介紹科學新知。現任董事為李熙謀、錢思光、趙連芳、林致平、徐銘信、李先聞、戴運軌、鄭堃厚、湯元吉等九人。

編輯要旨

- 一・本叢書包括數學、物理、化學、生物等四種。
- 二・本叢書物理、化學、生物等三種，均係採用德國魯斯汀(Rustin)函授學校之課本；數學一種，則係採用德國馬特休斯(Mathesius)函授學校之課本，分別邀請專家逐譯。
- 三・本叢書之供應對象，主要為中等以上學校之學生、自行進修人士及從事教授各該有關課業之教師，故其內容亦以適合上述各界人士之需要為主旨。
- 四・原書內於每一相當節段，均附有習題、複習題、試題及論文作業等，可使在學者增加反覆研討之機，自修者亦易得無師自通之樂。本叢書對於前三者均已予以保留，俾利讀者之研習。至於論文作業題目，本係該函授學校對於所屬學生之另一種教學措施，學生於作成論文後，校方尚需負修改之責，與本叢書旨趣未盡相同，故均於正文內予以省略，惟為存真起見，一俟本叢書出齊後，當彙印單行本，以供讀者參考。
- 五・本叢書因係依據原書格式譯輯而成，故未能於每一學科之首冊中編列總目，擬俟全書出齊後，另行編印專冊，以供讀者檢閱。
- 六・本叢書數學原文，每講約為六萬字，而其餘各書字數自二萬餘字至四萬餘字不等，且各講自成段落，不能分割，故為便利讀者及減輕讀者負擔，只能將其每二講或三講合印為一冊，字數遂在七萬餘字至九萬餘字之間。
- 七・本叢書所有各種科學名詞，一律採用國立編譯館輯譯，教育部審

定公布之名詞；但主編者認為必要時，亦偶用其他譯名代替之，其為上述公布名詞中所無者，則出於主編者或譯者之創擬。該項替代或創擬之名詞，是否妥善無疵，未敢自是，尚冀海內專家學者不吝賜教。

八・本叢書之逐譯工作係由多人執筆，行文屬辭，難免各具風格，主編者能力時間，均屬有限，故雖竭智盡慮，勉為整理，亦僅能使其小異而大同，尚祈讀者諒之。

九・本叢書原文篇幅浩繁，約近五百萬字，出版須依一定進度，編者勢難將譯文與原文逐一核對，倘有未盡妥洽之處，亦請讀者隨時指教，俾於再版時更正，幸甚幸甚！

主編者謹識

數學第六冊目錄

上 冊 數

頁數

同底的冪除法	1
拉計算尺的除法	6
查對數表的除法	7
冪乘除的關聯	9
不同底的冪乘法	12
不同底的冪除法	14
冪的自乘	18
用對數表爲輔的方法	20
用計算尺爲輔的方法	22
應用數目表的計算	31
指數方程式	37

下 冊 體 體形大小的決定

第一章：概 述	41
A. 長度的量測	41
B. 體形大小的計算	48
關於計算的準確性	49
誤差的定義	52
第二章：最重要體形的計算	53
A. 長度計算	53
貫線圖（直線表）	55
內容摘要	61
習題解答	62
雜 題	70
測 驗	71

上 冊 數

同底的冪除法

我們在第五冊中對於底數相同的冪乘法已經詳細加以解釋了 54，現在討論除法時便可從簡進行，何況乘與除的計算方法是很接近的（參閱第二冊中之〔158〕節）。由乘法定律“ $3 \times 4 = 12$ ”可求得兩條除法定律，作為乘法之逆（參閱第二冊之〔170〕節）：

$$12 \div 3 = \frac{12}{3} = 4; \quad 12 \div 4 = \frac{12}{4} = 3$$

同樣情形，我們可由乘法定律 $q^3 \cdot q^2 = q^{3+2} = q^5$ 導引下面的除法定律作為乘法之逆：

$$q^5 \div q^3 = \frac{q^5}{q^3} = \frac{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}{q \cdot q \cdot q};$$

分子與分母各消去三個因數 q ：

$$= q^{5-3} = q^2;$$

此外：

$$q^5 \div q^2 = \frac{q^5}{q^2} = \frac{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}{q \cdot q};$$

將上式右邊約去兩個 q ： $= q^{5-2} = q^3$
一般算式：

$$q^m \div q^n = \frac{q^m}{q^n} = \frac{q \cdot q \cdot \cdots \cdot q \text{ [} m \text{ 個因數]}}{q \cdot q \cdot \cdots \cdot q \text{ [} n \text{ 個因數]}} = q^{m-n}$$

由分子 q^m 的 m 個因數中消去 n 個因數，剩下來的就是 $(m-n)$ 個因數。

因此，我們得到乘冪運算的第二條主要定律：

同底乘冪彼此混合相除，等於底數以指數之差自乘。

在此顯然可以看出，只有從被除數的指數減去除數的指數（參閱第二冊中之〔169〕節），但不能倒過來。請在第五冊中查看〔418〕節所講第一條運算定律以作比較！

各位如果對於第五冊〔419—421〕各節再讀一遍，一定會覺得在那裏所講底數相同的冪乘法，現在可視作除法加以研習：如同 $m + (-n)$ 這個和數可以當作 $(m - n)$ 二數之差解釋一樣（參閱第一冊中之〔32〕節），亦可將乘法習題 $q^m \cdot q^{(-n)}$ 寫成除法的算式： $q^m \cdot q^{(-n)} = q^{m+(-n)} = q^{m-n} = \frac{q^m}{q^n}$ 。

- 545 反過來說，凡同底冪除法的算式，當然也能改爲乘法的習題，因此乘冪運算的第二定律似可略而不用：

$$\frac{q^m}{q^n} = q^m \cdot q^{(-n)} = q^{m+(-n)}$$

但因對於實用計算，尤其對於對數計算，有其許多優點，所以仍須保留該運算的第二定律。

- 546 又在若干特別情形之下，如何適用第二定律，仍有待於作運算試驗。

a) $m < n$

$$\text{例如 } q^3 \div q^5 = \frac{q^3}{q^5} = \frac{q \cdot q \cdot q}{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q} = \frac{1}{q \cdot q} = \frac{1}{q^{5-3}} = \frac{1}{q^2};$$

但按第四冊〔348〕節所述：

$$\frac{1}{q^2} = q^{(-2)}; \text{亦即 } q^3 \div q^5 = q^{-2} = q^{3-5}$$

所以在這種情形下，我們所得之正確結果，亦與上面所講的定律相符。

547 b) $m = n$

例如 $q^3 \div q^3 = 1$ ；依照我們的定律所得答案亦相同。

$$q^3 \div q^3 = q^{3-3} = q^0 = 1$$

548 c) 指數是負號

$$\text{第一例：} q^5 \div q^{(-3)} = \frac{q^5}{\frac{1}{q^3}} = q^5 \cdot \frac{q^3}{1} = q^{5+3} = q^8; \text{參閱第三}$$

冊中之〔252〕節。

同樣，由指數相減，即 $5 - (-3)$ ，亦可求得相同之值（+8）

$$\text{第二例: } q^{(-5)} \div q^{(-3)} = \frac{1}{q^5} \div \frac{1}{q^3} = \frac{1}{q^5} \cdot \frac{q^3}{1} = q^{3-5} = q^{(-2)}$$

由指數相減，即 $(-5) - (-3)$ ，一樣可得 (-2) 。

假如指數是分數，也適用上述之定律。

549

現在只舉一例：

$$\sqrt[3]{q^4} \div \sqrt[4]{q} = q^{\frac{4}{3}} \div q^{\frac{1}{4}} = q^{\frac{4}{3} - \frac{1}{4}} = q^{\frac{13}{12}} = \sqrt[12]{q^{13}}$$

習題：

550

請各位將第五冊〔422〕節所列第一至第七除法習題中之每一乘號代以除號（用+或分數橫線），然後求解。

等式 $q^m \div q^n = q^{m-n}$ 兩邊可以彼此互易其位：

551

$$q^{m-n} = q^m \div q^n = \frac{q^m}{q^n}$$

冪的除式代替指數相減，冪商則代替其指數為差之冪。

再舉例： $x^{a-b} = x^a \div x^b$ ； $a^{x-1} = a^x \div a^1$

習題：

a)

b)

c)

d)

552

試將商換算為冪：

$$\begin{array}{llll} 1. & \frac{x^{m+1}}{x^{m-1}} & \frac{a^{m-4}}{a^5} & \frac{a^{m-4}}{a^{m-5}} & \frac{x^{a+b}}{x^{a-b}} \\ 2. & \frac{(a+b)^z}{a+b} & \frac{(a-b)^4}{(b-a)^3} & \frac{(b-a)^3}{(a-b)^6} & \frac{x^{m-n+p}}{x^{m-n+q}} \end{array}$$

雜題：

$$\begin{array}{llll} 3. & \frac{a^m + a^y}{a^n} & \frac{a^z - a^y}{a^z} & \frac{a^m \cdot a^n}{a^x} & \frac{a^z \cdot a^v}{a^z} \\ 4. & \frac{2a^m}{a^m} & \frac{2^{3a}}{2^{4a}} & \frac{x^n}{x^{n+1}} & \frac{a^5}{a^{a+b}} \end{array}$$

試將冪換算為商：

$$5. \quad x^{b-a} \quad x^{1-a} \quad x^{a-1} \quad x^{10-a}$$

以 10 為底之乘冪

553

以 10 為底的冪除法，即將其指數相減的算法，各位在學校裡已經學過了。譬如 $\frac{10000}{1000}$ 的求解，各位一定會劃去分子和分母

的三個零。這種劃去的方法雖然不是嚴格的一種計算方式，但符合於上面所講的乘冪運算第二定律，如果我們應用冪的寫法，立即可看出這種情形：

$$\frac{10^4}{10^3} = 10^{4-3} = 10^1$$

另舉一個例子：好比以 100 除 953.8，只要把小數點向左移兩位，或在位值表內將每一數字向右移兩位： $953.8 \div 100 = 9.538$ ；如此兩位數的移動實相當於除數 ($100 = 10^2$) 之指數“2”。

554 現在我們想研究下一個複雜的除法習題，首先以各位在學校所學的方式演算：

$943 \div 23 = 41$ 中間計算所用數字的位值是取決於數字的位置。

$$\begin{array}{r} 92 \\ 23 \\ \underline{23} \\ 0 \end{array}$$

現在將此習題寫成詳細的冪除式：

$$(9 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0) \div \underbrace{(2 \times 10^1 + 3 \times 10^0)}_{\substack{a \\ b \\ c}} = \underbrace{4 \times 10^1 + 1 \times 10^0}_d$$

(a) 8×10^2

(b)
$$\begin{array}{r} + 12 \times 10^1 \\ \hline 1 \times 10^2 - 8 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \\ = 10 \times 10^1 - 8 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \end{array}$$

依照以一和數除一和數

(c)
$$\begin{array}{r} 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0 \\ \hline 2 \times 10^1 \end{array}$$

的格式，亦可以字母數之和

(d)
$$\begin{array}{r} + 3 \times 10^0 \\ \hline 0 \end{array}$$

相除：

$$(p^3 + q^2) \div \underbrace{(p + q)}_{\substack{a \\ b \\ c}} = \underbrace{p^2 - pq + q^2}_d$$

由此可見我們是不斷的以 p 除適當的被除數之和，然後以所求得的部份

(a) p^3

商數乘所有除數之和，再在被除數

(b)
$$\begin{array}{r} + p^2q \\ \hline q^3 - p^2q \end{array}$$

的適當位置下減去所乘出的積。

(c), (d)
$$\begin{array}{r} - p^2q - pq^2 \\ \hline q^3 + pq^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (e) \qquad \qquad \qquad + pq^2 \\ (f) \quad q^3 \quad \underline{\hspace{1cm}} \\ 0 \end{array}$$

再舉一個例：

555

$$(p^4 - q^4) \div (p - q) = p^3 + p^2q + pq^2 + q^3$$

$$\begin{array}{r} p^4 - p^3q \\ \underline{-q^1 + p^3q} \\ \quad + p^3q - p^3q^2 \\ \underline{-q^1 \quad + p^2q^2} \\ \qquad + p^2q^2 - pq^3 \\ \underline{-q^4 \quad + pq^3} \\ -q^4 \quad + pq^3 \\ \underline{\hspace{1cm}} \\ 0 \end{array}$$

假如各位對這種習題感覺有點麻煩的話，則不要忘記過去在學校已經用過這種除法了！

我們在下面提出幾個可以除盡的習題，請各位仿照上面的例題加以運算。

習題：

556

$$1) \frac{x^3 + y^3}{x + y}; \quad 2) \frac{x^3 - y^3}{x - y}; \quad 3) \frac{a^4 - b^4}{a + b}; \quad 4) \frac{1 - a^5}{1 - a}$$

現在要舉幾個比較容易的習題，以便複習從前學過的計算方法，首先如 $10 \div 0.01$ 一題，便有各種不同的解法： 557

$$a) 10 \div 0.01 = 10 \div \frac{1}{100} = 10 \times \frac{100}{1} = 1000 \text{ (參閱第三冊中之 [252] 節) ;}$$

$$b) 10 \div 0.01 = \frac{10}{0.01}; \text{ 此分數以 } 100 \text{ 擴大之 (參閱第二冊中之 [196] 節) :}$$

$$= \frac{10 \times 100}{0.01 \times 100} = \frac{1000}{1} = 1000;$$

$$c) 10 \div 0.01 = 10 \text{ 以 } 0.01 \text{ 較量之，例如 } 10 \text{ 米用 } 0.01 \text{ 米來量或用 } 1 \text{ 厘米來量，等於 } 1000 \text{ 倍，參閱第三冊中之 [250] 節；}$$

$$d) 10 \div 0.01 = 10^1 \div 10^{-2} = 10^{1 - (-2)} = 10^3; \text{ 參閱本冊 [548] 節。}$$

習題：

558

試用上述四種不同的方法解算 $0.01 \div 0.1$! (請各位利用第

五冊〔439〕節的指數表！)

559 現在如以小數相乘或相除，各位必不會遭遇困難了。但希望各位採用乘冪寫法！

幾個例題：

$$6.2 \times 0.05 = 62 \times 10^{(-1)} \times 5 \times 10^{(-2)} = 62 \times 5 \times 10^{(-3)} = 310 \times 10^{(-3)} = 0.310 = 0.31; \text{大概的驗算: } 6 \times 0.05 = 0.30。$$

假如各位對上式的詳細算法持有懷疑的話，請參閱第四冊〔355〕節的位值表！

$$8 \times 0.005 \times 200 = 8 \times 10^0 \times 5 \times 10^{(-3)} \times 2 \times 10^{(+2)} = 80 \times 10^{(-1)} = 8.0 = 8$$

$$1.25 \times 80 \times 0.75 = 125 \times 10^{(-2)} \times 8 \times 10^1 \times 75 \times 10^{(-2)} \\ = 75000 \times 10^{(-3)} = 75 \times 10^{(+3)} \times 10^{(-3)} = 75$$

$$0.39 \div 0.013 = 39 \times 10^{(-2)} \div 13 \times 10^{(-3)} = 3 \times 10^{(-2)-(-3)} \\ = 3 \times 10^{(+1)} = 30$$

$$0.013 \div 0.39 = 13 \times 10^{(-3)} \div 39 \times 10^{(-2)} = \frac{1}{3} \times 10^{(-1)} = \frac{1}{30} \\ = 0.03\cdots\cdots$$

560 習題：

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $25 \times 0.04 \times 34.5$; | 2) $12.5 \times 800 \times 7.56$; |
| 3) $6 \times 0.7 \times 5000$; | 4) $4.4 \div 0.22$; |
| 5) $22000 \div 0.44$; | 6) $360 \div 0.12$ |

561

拉計算尺的除法

在第五冊〔443 a〕圖上是說明乘法的等式 $0.01 \times 1000 = 10$ ；反過來(意即：把算尺分割的順序倒轉過來)也可以在活尺的同一位置上，讀出 $10 \div 1000 = 0.01$ ，假如將 B 尺的 1000 移到 A 尺的 10 上面的話；然後在 B 尺的“1”下面讀出 A 尺上面的得數 0.01。

依此方式，各位也可利用第五冊〔446 a〕圖所示的計算尺進行運算。

562 習題：

用計算尺解算下列各題！

- | | | | |
|----------------------|-------------------|---------------------|--------------------|
| a) | b) | c) | d) |
| 1) $1000 \div 10$; | $10 \div 100$; | $10 \div 0.1$; | $100 \div 0.01$; |
| 2) $0.001 \div 10$; | $0.01 \div 100$; | $0.1 \div 10$; | $0.001 \div 100$; |
| 3) $0.1 \div 0.1$; | $0.1 \div 0.01$; | $0.01 \div 0.001$; | $0.001 \div 0.001$ |

在第五冊 [466 c] 圖上，各位除了看到乘法的等式 $2 \times 3 = 6$ 563
外，也可看出乘法之逆 $6 \div 3 = 2$ ；在此只要簡單說明拉算尺的順序：先把 B 尺的“3”移到 A 尺的“6”上面，然後在 B 尺左端第一分劃下面讀出 A 尺上的得數“2”。

第五冊 [467 a] 圖，表示 $70 \div 35 = 2$ ；先將 B 尺的 3.5 移到 A 尺的 7 上面，然後在 B 尺左首起點下面讀得 A 尺上的“2”。

第五冊 [468 b] 圖所示 $15 \div 5 = ?$ 先把 B 尺的 5 移到 A 尺上的 1.5；然後在 B 尺右端最後之分劃下讀出 A 尺上的得數“3”。

再用第五冊 [473 a] 圖所示工程師計算尺練習拉算。

應用下部分劃之除法

564

在此只要以一定數字代替算式中之字母，便可用算尺計算。

設有習題 $a \div b$ 。先在 A 尺尋找 a 數；繼將 B 尺之分劃 b 移到 a 數之上；然後在 B 尺左首起點或右端最末一個分劃下面讀出 A 尺上的得數。

習題：

565

請各位利用計算尺的下部分劃，自行選擇許多習題來做；先從容易做的題目着手，如 $42 \div 7$ 等等！

應用上部分劃之除法

566

設有習題 $d \div c$ 。先在 D 尺尋找 d 數；繼將 C 尺的分劃 c 移到 d 的下面；然後在 C 尺左首起點或右端末點上面讀出 D 尺上的得數。

習題：

567

請各位應用計算尺上部及下部分劃計算簡單的除法習題，然後將其準確程度作一比較！

查對數表的除法

568

我們想舉幾個一看就明白的例題，說明如何查對數表對於除

$$\begin{array}{r} a) \quad 9 \div 2 = 4.5 \\ \lg 9 = 0.9542 \\ \lg 2 = 0.3010 \\ \hline 0.6532 \end{array}$$

法之便利情形。例如查對數表所得 9 與 2 兩個對數，依照乘冪計算第二定律，應該彼此相減，但不要用減號表示，因為依據經驗，假如記一減號常會發生筆誤的。只

要一看除法所用之符號，我們立刻可以知道，對數的除法是求對數之差。（如同我們在學校所學代數式的乘法及除法，在中間計算過程中也不寫出加減號的。）除此之外，本習題之解是沒有什麼困難的。

$$\begin{array}{r} b) \quad 0.9 \div 2 = 0.45 \\ \lg 0.9 = 0.9542 - 1 \\ \lg 2 = 0.3010 \\ \hline 0.6532 - 1 \end{array}$$

在對數 $0.9542 - 1$ 的負首數之下沒有什麼要減去的數字，故此對數的首數是無可減少的；它是保留不變的。

$$\begin{array}{r} c) \quad 9 \div 20 = ? \\ \lg 9 = 0.9542 \\ \lg 20 = 1.3010 \\ \hline \end{array}$$

因為 $0.9452 - 1.3010 = (-0.3468)$ ，由此二數相減，似乎可以得到負的對數，亦即包含負的尾數。這是我們要避免的，因為我們的對數表只能查出正的尾數（參閱第五冊中之〔456〕節）；但我們也可使 $0.9542 - 1.3010$ 求得一個正尾數。

一個數可以保留其值不變，如果我們把它加上 1，又把所得之和再減去 1 的話。好比 $0.9542 = 1.9542 - 1$ ；因此，我們的習題可作如下的寫法：

$$\begin{array}{r} 9 \div 20 = 0.45 \\ \lg 9 = 0.9542 = 1.9542 - 1 \\ \lg 20 = 1.3010 \\ \hline 0.6532 - 1 \end{array}$$

右邊的首數 “-1” 又是無可減少的，如同例 *b*) 的保留不變一樣。

$$\begin{array}{r} d) \quad 9 \div 200 = 0.045 \\ \lg 9 = 0.9542 = 2.9542 - 2 \\ \lg 200 = 2.3010 \\ \hline 0.6532 - 2 \end{array}$$

此題的計算方法跟前題一樣：對 0.9542 加上 2（使能減去 2.3010），但不要犯減去 2 的錯誤。

$$\begin{array}{r} e) \quad 90 \div 0.2 = 450 \\ \lg 90 = 1.9542 = 2.9542 - 1 \\ \lg 0.2 = 0.3010 - 1 \\ \hline 2.6532 \end{array}$$

在此也用同樣方法：對第一個對數加上 1 又減去 1，即得 $-2.9542 - 1$ ；現在可

由首數 -1 減去同樣的首數了： $(-1) - (-1) = 0$ 。

$$\begin{array}{l} f) \quad \frac{0.09 \div 20 = 0.0045}{\lg 0.09 = 0.9542 - 2 = 1.9542 - 3} \\ \quad \lg 20 \quad \quad \quad = 1.3010 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0.6532 - 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} g) \quad \frac{0.9 \div 0.002 = 450}{\lg 0.9 = 2.9542 - 3} \\ \quad \lg 0.002 = 0.3010 - 3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2.6532 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} h) \quad \frac{2 \div 80 = 0.025}{\lg 2 = 0.3010 = 2.3010 - 2} \\ \quad \lg 80 \quad \quad \quad = 1.9031 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0.3979 - 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{各位一看左面的對數便能} \\ \text{相信，對 } 0.3010 \text{ 如僅加 } 1 \text{ 和減} \\ \text{ } 1, \text{ 是不足以減 } 1.9031 \text{ 的。} \end{array}$$

總而言之：

569

如果對數的除法中有負尾數的對數出現時，應在計算過程中將被減數的尾數右邊，不是保留負首數不變（如上面所舉 b, c, d, f, h 各例），就是由負首數減去同樣的首數（如 e, g 二例）。

習題：

570

下列各題等到各位查對數表求出答案以後，請各位再用計算尺計算，至少要看其為首三位有效數字是否與答案相符。然後大概的估計一下，得數的位值是否正確。對於這種大概的估計，只要顧及習題中每一個數的第一有效數字就够了。

- 1) $3.567 + 17.09$; 2) $17.09 + 3.567$;
- 3) $305 + 99.087$; 4) $0.003541 + 0.000163$;
- 5) $1000 + 48.099$; 6) $1 + 55.709$;
- 7) $3.14 + 32.8997$; 8) $0.9642 + 0.30065$;
- 9) $10 + 1.00128$; 10) $2.0046 + 3.009$;
- 11) $3.009 + 2.0046$; 12) $1 + 3$;
- 13) $6.9099 + 0.53421$; 14) $6.9099 + 0.53421$

同一習題中之乘法與除法

571

- a) $\frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$ 求分數 $\frac{4 \times 3}{2}$ 的商有兩種算法：先令 4 與 3 相乘，然後以 2 除其積，此其一；或先將商化為積，再以 2 除之，此其二。
- b) $\frac{4 \times 3}{2} = \frac{4}{2} \times 3$

572 假如在同一習題中同底數的冪有乘又有除的時候，亦同樣有兩種解法。

$$\text{例：a) } \frac{q^5 \cdot q^3}{q^2} = \frac{q^{5+3}}{q^2} = \frac{q^8}{q^2} = q^{8-2} = q^6;$$

$$\text{b) } \frac{q^5 \cdot q^3}{q^2} = \frac{q^5}{q^2} \cdot q^3 = q^{5-2} \cdot q^3 = q^6$$

573

使用對數之計算

在此也有兩種算法：

$$\text{a) } \frac{6 \times 2}{15} = 0.800$$

$$\lg 6 = 0.7782$$

$$\lg 2 = 0.3010$$

$$1.0792 = 2.0792 - 1$$

$$\lg 15 = 1.1761$$

$$0.9031 - 1$$

$$\text{b) } \frac{6 \times 2}{15} = 0.800$$

$$\lg 6 = 0.7782 = 1.7782 - 1$$

$$\lg 15 = 1.1761$$

$$0.6021 - 1$$

$$\lg 2 = 0.3010$$

$$0.9031 - 1$$

普通所採取的是計算方式 a)。

使用計算尺之計算

我們選擇與上節同樣的習題：

574 a) 把 B 尺右邊的最後分劃移到 A 尺的 6 上面，在 B 尺尋找“2”，暫不讀出下面的積“12”（在運用對數的計算方法中，對此位值也不決定其真數），却把活尺中間之游標定於 B 尺的 2 上面；然後移動 B 尺，令其分劃 1.5 正對活尺的游標。現在尋找 B 尺的右端末點，即在其下讀出 A 尺上的最後得數“8”，其位值如何尚待我們決定。

575 b) 將 B 尺的分劃 1.5 移到 A 尺上之 6； A 尺上的部分得數出現於 B 尺左端起點之下；但用不着讀出；然後將游標向右移到 B 尺上的“2”，即在其下讀出 A 尺上的答數“8”。

有關這類的習題，譬如上面所舉的例子，是以 b) 的方式較為適用，因為拉算尺者不用游標對準活尺，便可讀出最後得數。