



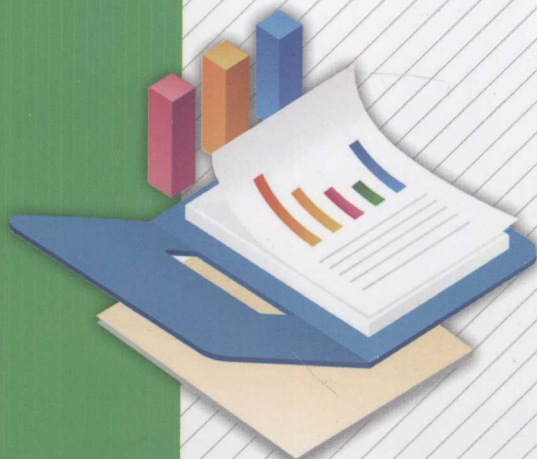
中等职业教育基础课“十一五”规划教材

SHU XUE

宋劲松
○ 主编

数学

(经济类)



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中等职业教育基础课“十一五”规划教材

数 学

(经济类)

主 编	宋劲松		
副主编	李春雷	王 华	邱 宁
参 编	汪俭彬	郑会春	程钟卉
	马 东	林 静	张领山
主 审	周宪芝		



机械工业出版社

本书从专业需求的角度出发,对传统教材的内容作了较大的调整,内容包括集合与函数、数列、直线、排列与组合、概率与统计初步、线性代数与线性规划初步和一元函数微分学初步等。

本书从学生年龄和认知水平的视角,对教材结构作了相应的改变,在浅化理论的同时,以生活中的案例作为知识的起源,以服务专业作为知识的落脚点,增强内容的互动性、趣味性和时代感,使学生能够切实感受到学有所用,并能充分地参与到教学过程中来,从而达到提高学生学习数学的兴趣,增强学生学习主动性的目的。

本书适合作为中等职业学校经济管理、金融会计、物流管理、电子商务等经济类专业教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

数学:经济类/宋劲松主编. —北京:机械工业出版社, 2009. 1

中等职业教育基础课“十一五”规划教材

ISBN 978-7-111-28047-7

I. 数… II. 宋… III. 数学课-专业学校-教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 145292 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:宋 华 责任编辑:宋 华 朱红波

版式设计:霍永明 责任校对:吴美英

封面设计:王伟光 责任印制:乔 宇

北京京丰印刷厂印刷

2009 年 1 月第 1 版·第 1 次印刷

169mm×239mm·9 印张·173 千字

0 001—3 000 册

标准书号:ISBN 978-7-111-28047-7

定价:16.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010) 68326294

购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010) 88379199

封面无防伪标均为盗版

前

言

数学好玩：这是数学大师陈省身先生 2002 年 8 月在北京举行国际数学家大会期间，为少年儿童的题词。

数学有用：数学同其他学科一样，产生于实际需要，并随着天文学、力学、经济学等学科的发展而发展。今天的数学已不仅仅是应用于各门自然科学，而且还广泛应用于各门社会科学。

本书在编写过程中，根据经济类专业课程的需求，在内容的选取上，尽量避免重复以往同类教材中“系统性和严密性”的特点，在保留了函数、数列、排列与组合等内容的基础上，增加了概率与统计初步、线性代数与线性规划初步和一元函数微分学初步的内容。根据学生的接受能力，坚持以实用性和针对性为出发点，以生活中的案例作为知识的切入点，再用所学的数学知识解决这些问题，立足于解决实际问题。让学生体会到数学不再单单只是抽象，而是丰富多彩的、好玩的、有用的。

本书由宋劲松（廊坊职业技术学院）任主编，并负责统稿和定稿工作，李春雷（北京师范大学良乡附属中学）、王华（廊坊职业技术学院）、邱宁（邢台市工业学校）任副主编，并负责数学内容与专业内容的衔接工作，参加编写的人员还有汪俭彬（济源职业技术学院）、郑会春（迁安市职教中心）、程钟卉（廊坊职业技术学院）、马东（廊坊职业技术学院）、林静（珠海第三中等职业学校）、张领山（廊坊职业技术学院）。本书由周宪芝主审。

本书在编写过程中，得到了相关学校领导的大力支持，也得到了相关专家老师的帮助，正是在他们的大力支持和帮助下，本书才得以顺利完成，在此表示诚挚的谢意。

由于编者水平所限，书中难免疏漏之处，我们期待着您的指正，我们的联系邮箱是 tfsecre@163.com。

目

录

前言

第一章 集合与函数.....	1
第一节 集合的概念与运算.....	2
第二节 函数.....	9
第三节 一元二次函数	16
第四节 指数函数	21
第五节 对数函数	27
复习题一	32
第二章 数列	34
第一节 数列的概念	35
第二节 等差数列	39
第三节 等比数列	43
复习题二	48
第三章 直线	50
第一节 直线与直线的方程	51
第二节 直线间的位置关系	56
复习题三	61
第四章 排列与组合	62
第一节 基本计数原理	63
第二节 排列	65
第三节 组合	69
复习题四	72

第五章 概率与统计初步	74
第一节 概率的基本概念	75
第二节 古典概型	80
第三节 概率的运算	83
第四节 统计初步	92
复习题五	96
第六章 线性代数与线性规划初步	98
第一节 行列式的概念及应用	99
第二节 矩阵的概念及应用	106
第三节 线性规划问题的概念及解法	116
复习题六	122
第七章 一元函数微分学初步	124
第一节 导数的概念	125
第二节 导数的应用	131
复习题七	136
参考文献	138

第一章

集合与函数

集合论是现代数学的基础，它的基本观点已经渗透到数学的各个领域。函数则是研究某一变化过程中，各个量之间依赖关系的数学模型。

材料一：

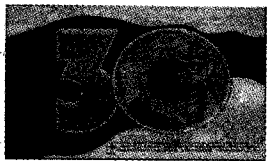
增强发展协调性，努力实现经济又好又快发展。转变发展方式取得重大进展，在优化结构、提高效益、降低消耗、保护环境的基础上，实现人均国内生产总值到2020年比2000年翻两番。社会主义市场经济体制更加完善。自主创新能力显著提高，科技进步对经济增长的贡献率大幅上升，进入创新型国家行列。居民消费率稳步提高，形成消费、投资、出口协调拉动的增长格局。城乡、区域协调发展机制和主体功能区布局基本形成。社会主义新农村建设取得重大进展。城镇人口比重明显增加。



——胡锦涛《高举中国特色社会主义伟大旗帜，为夺取全面建设小康社会新胜利而奋斗》

材料二：

30年间经济实现世界少有的年均9.8%的增长速度。改革开放初期，党和政府按照改革开放的总体要求，确立了“三步走”的伟大战略目标。为实现这一目标，全国人民以一往无前的精神，奋发图强，开拓进取，1987年提前3年实现国民生产总值比1980年翻一番的第一步战略目标，1995年实现再翻一番的第二步战略目标，提前5年进入实现第三步战略目标的新的发展阶段。在实现“三步走”伟大战略目标的进程中，国民经济实现快速增长。1979~2007年，国内生产总值年均实际增长9.8%，不仅明显高于1953~1978年年平均增长6.1%的速度，而且也大大高于同期世界经济年平均增长3.0%的速度。与日本经济起飞阶段国内生产总值年平均增长9.2%和韩国经济起飞阶段国内生产总值年平均增长8.5%不相上下。



——国家统计局综合司《改革开放30年我国经济社会发展成就》

材料三：

我国1979年国内生产总值为4062.6亿元，2000年国内生产总值为99214.6亿元。

——国家统计局



结合上面的材料，你能计算出我国国内生产总值在2000年到2020年间预计平均增长速度以及我国2009年的国内生产总值吗？

还是先让我们进入到“集合与函数”的学习吧！

第一节 集合的概念与运算

国家最高科学技术奖设立于 2000 年, 每年不超过两名的国家最高科技奖, 是中国科技界的最高荣誉. 截至 2008 年, 你知道有哪几位科学家获此奖项吗? 在数学中可以怎么表示吗?

一、集合的概念

首先观察下面的例子:

- (1) 中国古代的四大发明;
- (2) 大于 3 小于 11 的偶数;
- (3) 太阳系的八大行星.

像这样, 把一些对象集在一起构成的整体叫做**集合**, 简称**集**, 而将集合中的每个对象叫做**集合的元素**. 如 (1) 是由“火药、指南针、造纸术、印刷术”构成的集合, 每一项发明都是这个集合的一个元素; (2) 是由“4, 6, 8, 10”构成的集合, 其中的每个数都是这个集合的一个元素; (3) 是由“水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星”构成的集合, 其中的每一颗行星都是这个集合的一个元素.

集合中的元素具有**确定性**、**互异性**、**无序性**.

构成集合的每个元素必须是确定的, 不能是模棱两可的. 如“小李所在班级的全体高个子男生”就不能构成一个集合, 因为这里的“高个子”是不确定的.

对于构成集合的每个元素, 不能重复出现. 如太阳系的八大行星, 每个行星只能出现一次.

由于集合是由一些对象构成的整体, 所以不必考虑这些元素的先后顺序. 如由“中国古代的四大发明”构成的集合, “火药、指南针、造纸术、印刷术”与“指南针、造纸术、火药、印刷术”所表达的含义是相同的.

集合通常用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 来表示, 集合中的元素用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 来表示. 如果元素 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记作 $a \in A$, 读作“ a 属于 A ”. 如果元素 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$, 读作“ a 不属于 A ”.

由数构成的集合叫做**数集**, 常用的数集及专用符号如表 1-1 所示.

表 1-1

集 合	自然数集	整数集	有理数集	实数集
符 号	N	Z	Q	R

不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\emptyset$ 。如“所有大于2的负整数”构成的集合即为空集。

二、集合的表示方法

把一个具体的集合表示出来，通常采用以下两种方法。

1. 列举法

把集合中的所有元素一一列举出来，每个元素只写一次，不考虑元素之间的顺序，并且放在一个大括号内表示集合的方法叫做列举法。如由“小于5的自然数”构成的集合可以表示成 $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 。

因此，由“截至2008年，荣获国家最高科学技术奖的科学家”组成的集合可以表示为 $A = \{\text{吴文俊, 袁隆平, 王选, 黄昆, 金怡濂, 刘东生, 王永志, 叶笃正, 吴孟超, 李振声, 闵恩泽, 吴征镒, 王忠诚, 徐光宪}\}$ 。

2. 描述法

把集合中元素所具有的特征描述出来，并且放在一个大括号内表示集合的方法叫做描述法。如不等式 $x + 6 > 0$ 的解集可以表示成 $\{x | x > -6\}$ 。

在不致混淆时，用描述法也可省去竖线及其左边部分。如截至2008年，荣获国家最高科学技术奖的科学家组成的集合也可以表示成 $\{\text{截至2008年, 荣获国家最高科学技术奖的科学家}\}$ 。

例1 用适当的方法表示下列集合。

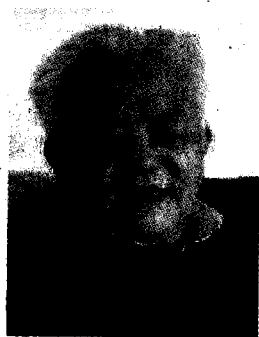
- (1) 京剧表演艺术中的四大名旦；
- (2) 某图书馆的所有藏书；
- (3) 英文中的所有元音字母；
- (4) 绝对值小于2的全体实数。

解：(1) 用列举法表示为 $\{\text{梅兰芳, 尚小云, 程砚秋, 荀慧生}\}$ ；

(2) 用描述法表示为 $\{\text{某图书馆的藏书}\}$ ；

(3) 用列举法表示为 $\{a, e, i, o, u\}$ ；

(4) 用描述法表示为 $\{x | -2 < x < 2\}$ 。



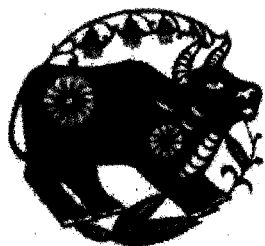
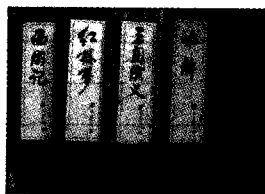
吴文俊院士是著名的数学家，他的研究工作涉及数学的诸多领域，在多年的研究中取得了丰硕成果。其主要成就表现在拓扑学和数学机械化两个领域。他为拓扑学做了奠基性的工作，他的示性类和示嵌类研究被国际数学界称为“吴公式”、“吴示性类”、“吴示嵌类”，至今仍被国际同行广泛引用，影响深远，享誉世界。





课堂巩固

- 说出下列集合中的元素：
 - {中国古典文学中的四大名著}；
 - {大于1小于9的自然数}；
 - {平方等于1的数}；
 - {25的所有正约数}.
- 用适当的方法表示下列集合：
 - 大于-3小于8的奇数；
 - 所有5的正整数倍；
 - 中国传统的十二生肖；
 - 大于-2的所有实数.



三、集合间的关系

1. 集合间的包含关系

观察下面两个集合：

$A = \{\text{截至2008年, 荣获国家最高科学技术奖的科学家}\}$;

$B = \{\text{2006年荣获国家最高科学技术奖的科学家}\}$.

显然, 集合 B 中的每个元素都属于集合 A .

像这样, 如果集合 B 中的每一个元素都属于集合 A , 那么把集合 B 叫做集合 A 的**子集**, 记作 $B \subseteq A$ (或 $A \supseteq B$), 读作“ B 包含于 A ” (或“ A 包含 B ”).

如果集合 B 是集合 A 的子集, 但集合 A 中至少有一个元素不属于集合 B , 那么集合 B 叫做集合 A 的**真子集**, 记作 $B \subsetneq A$ (或 $A \supsetneq B$). 如集合 $\{2, 3\}$ 是集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ 的真子集, 记作 $\{2, 3\} \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$.



任何一个集合都是它本身的子集, 即对于任意集合 A 有 $A \subseteq A$.

由于空集中不含任何元素, 可见, 空集是任何集合的子集, 即 $\emptyset \subseteq A$; 空集 $\emptyset$ 是任何非空集合 A 的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A$.

如图 1-1 所示, 用文氏图可以形象地说明集合间的包含关系, 圆表示集合, 而圆中的点表示该集合的元素, 则集合 B 既是集合 A 的子集, 又是集合 A 的真子集.

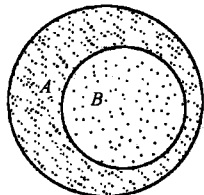


图 1-1

例2 写出集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 的所有子集和真子集.

解: 集合 A 有三个元素 1, 2, 3. 它的子集包括空集 $\emptyset$; 任取一个元素组成的子集 $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$; 任取两个元素组成的子集 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$; 全部三个元素组成的集合 $\{1, 2, 3\}$. 在这 8 个子集中, 除集合 A 本身外, 其余 7 个都是它的真子集.

2. 集合的相等

设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 1, 4, 3\}$, 显然 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.

像这样, 对于两个集合 A 和 B , 如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则称集合 A 与 B 相等, 记作 $A = B$, 读作“ A 等于 B ”. 两个集合相等, 是指两个集合的元素完全相同.

四、集合的运算

1. 交集

先看下面的例子:

$A = \{\text{乒乓球世锦赛冠军}\};$

$B = \{\text{乒乓球奥运会冠军}\};$

$C = \{\text{乒乓球奥运会与世锦赛双料冠军}\}.$

像这样, 由既属于 A 又属于 B 的所有元素构成的集合叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, 如图 1-2 中的阴影部分所示.

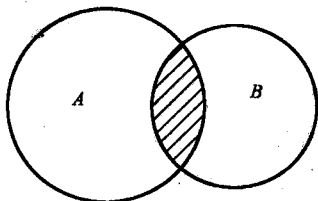


图 1-2

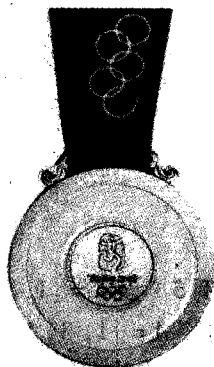
例3 设 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, d, f, g\}$, 求 $A \cap B$.

解: $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, d, f, g\}$

由交集的定义得 $A \cap B = \{c, d\}$.



一般地, 如果一个集合 A 含有 n 个元素, 那么它的所有子集个数为 2^n 个, 真子集的个数为 $2^n - 1$ 个.



对任意集合 A 与 B , 由交集定义有

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cap A = A$$

$$A \cap \emptyset = A \cap \emptyset$$

例4 设 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{菱形}\}$, 求 $A \cap B$.

解: 由交集的定义得 $A \cap B = \{\text{正方形}\}$.

2. 并集

给定集合:

$A = \{\text{乒乓球世锦赛或世界杯冠军}\};$

$B = \{\text{乒乓球奥运会冠军}\};$

$C = \{\text{乒乓球世界冠军}\}.$

可以看到, 集合 C 是由集合 A 与集合 B 中所有元素集在一起构成的集合.

像这样, 设 A 和 B 是两个集合, 由属于 A 或 B 的所有元素构成的集合叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”, 即 $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$, 如图 1-3 中的阴影部分所示.

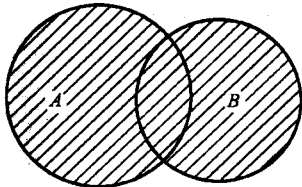


图 1-3

例5 设 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{5, 6, 7\}$, 求 $A \cup B$.

解: $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{5, 6, 7\}$,

由并集的定义得 $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7\}$.

例6 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | x \geq 4\}$, 求 $A \cup B$.

解: 由并集的定义得 $A \cup B = \{x | x > 2\} \cup \{x | x \geq 4\} = \{x | x > 2\} = A$.

3. 补集

在研究某些集合时, 这些集合常常都是某一个给定集合的子集, 如“雅典奥运会上中国女排首发队员”显然是“雅典奥运会上中国女排全体队员”的子集. 通常把这个给定的集合叫做全集, 用 U 表示. 在整数集 $\mathbb{Z}$ 中研究问题时, $\mathbb{Z}$ 就是全集; 在实数集 $\mathbb{R}$ 中研究问题时, $\mathbb{R}$ 就是全集. 由此可见, 全集是相对的, 它与研究的问题有关.

集合 A 是全集 U 的子集, 则 $A \cup U = U$, $A \cap U = A$.

设 U 为全集, 集合 A 为 U 的子集, 由 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合叫做 A 在 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$,



对于任意集合 A 与 B , 由并集的定义有

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$



对于全集 U 的任意子集 A , 由补集的定义有

$$A \cap \complement_U A = \emptyset$$

$$A \cup \complement_U A = U$$

$$\complement_U (\complement_U A) = A$$

(也可简单地记成 $\complement_U A$), 读作“ A 在 U 中的补”, 即 $\complement_U A = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$. 如图 1-4 中的阴影部分所示.

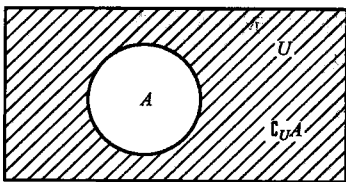


图 1-4

例 7 设 $U = \{\text{第 29 届北京奥运会的吉祥物}\}$, $A = \{\text{晶晶, 妮妮}\}$, 求 $\complement_U A$.

解: 因为 $U = \{\text{第 29 届北京奥运会的吉祥物}\} = \{\text{贝贝, 晶晶, 欢欢, 迎迎, 妮妮}\}$, $A = \{\text{晶晶, 妮妮}\}$,
所以 $\complement_U A = \{\text{贝贝, 欢欢, 迎迎}\}$.



例 8 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid -1 < x \leq 2\}$, 求 $\complement_U A$.

解: 因为 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid -1 < x \leq 2\}$,

所以 $\complement_U A = \{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x > 2\}$.

课堂巩固

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$, 求 $A \cap B$.
2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, 求 $A \cup B$.
3. 设全集 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, c\}$, $N = \{b, c, e\}$, 求 $\complement_U M$ 与 $\complement_U N$.

五、区间

设 a, b 是两个实数, 而且 $a < b$,

(1) 满足不等式 $a \leq x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做闭区间, 表示为 $[a, b]$;

(2) 满足不等式 $a < x < b$ 的实数 x 的集合叫做开区间, 表示为 (a, b) ;

(3) 满足不等式 $a < x \leq b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间, 表示为 $(a, b]$;

(4) 满足不等式 $a \leq x < b$ 的实数 x 的集合叫做半开半闭区间, 表示为 $[a, b)$.

这里的实数 a 与 b 叫做相应区间的端点.

实数集 $\mathbf{R}$ 也可以用区间表示为 $(-\infty, +\infty)$, 将“ ∞ ”读作“无穷大”, “ $-\infty$ ”读作“负无穷大”, “ $+\infty$ ”读作“正无穷大”. 满足 $x \geq a$, $x > a$, $x \leq b$, $x < b$ 的集合用区间分别表示为 $[a, +\infty)$, $(a, +\infty)$, $(-\infty, b]$, $(-\infty, b)$.



区间既起到了简化用不等式表示集合的作用, 又直观地反映了变量的取值范围.



习 题 A

1. 判断下列语句是否能够构成一个集合:

- (1) 所有的锐角三角形;
- (2) 一年中所有的月份;
- (3) 一切很小的数;
- (4) 大于5的自然数.

2. 在下列各题的_____处填上合适的符号($\in$, $\notin$, $=$, $\subseteq$, $\supseteq$, $\neq$, $\neq$):

- (1) 0 _____ $\mathbf{N}$;
- (2) 5 _____ $\mathbf{Z}$;
- (3) -3 _____ $\mathbf{N}$;
- (4) 0.3 _____ $\emptyset$;
- (5) $\sqrt{6}$ _____ $\mathbf{Q}$;
- (6) $1+\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{R}$;
- (7) b _____ $\{a, b, c\}$;
- (8) $\{a, b, c\}$ _____ $\{c, b, a\}$;
- (9) $\{a, b\}$ _____ $\{a\}$;
- (10) $\emptyset$ _____ $\{b, c\}$.

3. 用适当的方法表示下列集合:

- (1) 所有大于10的自然数;
- (2) 12与30的所有正公约数;
- (3) $x^2 - 9 = 0$ 的全部实数解;
- (4) 所有的圆.

4. 写出集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 的所有子集, 并指出哪些是真子集.

5. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$, $B = \{1, 3, 7, 10, 13\}$, 求 $A \cap B$ 与 $A \cup B$.

6. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $\complement_U A$, $\complement_U B$, $\complement_U (A \cup B)$, $\complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U A \cap \complement_U B$.



习 题 B

1. 用列举法表示下列集合:

- (1) $\{\text{大于3且小于15的偶数}\}$;
- (2) $\{\text{地球上的四大洋}\}$;
- (3) $\{\text{组成中国国旗图案的颜色}\}$;
- (4) $\{x \mid x - 2 = 0\}$.

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) $\{\text{《四世同堂》, 《骆驼祥子》, 《龙须沟》,}\}$;

(2) $\{\text{CCTV-1, CCTV-2, CCTV-3, CCTV-4, CCTV-5,}\}$;

(3) $\{\text{泰山, 衡山, 嵩山, 恒山, 华山}\}$;

(4) $\{\text{秦, 楚, 燕, 韩, 赵, 魏, 齐}\}$.



3. 已知 $A = \{x \mid x(x+1)(x-3) = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$, 求 $A \cap B$ 与 $A \cup B$.

4. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - px + 15 = 0\}$, $N = \{x \mid x^2 + 2x + q = 0\}$, $M \cap N = \{3\}$, 求 $p - q$.

5. 已知全集 $U = \{x \mid -3 \leq x \leq 3\}$, $M = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $\complement_U N = \{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$, 求集合 N , $M \cap \complement_U N$, $M \cup N$.



【链接】



国家最高科学技术奖设立于 2000 年, 是为了奖励在科学技术进步活动中作出突出贡献的公民、组织, 调动科学技术工作者的积极性和创造性, 加速科学技术事业的发展, 提高综合国力, 授予在当代科学技术前沿取得重大突破或者在科学技术发展中有卓越建树、在科学技术创新、科学技术成果转化和高技术产业化中创造巨大经济效益或者社会效益的科学技术工作者. 国家最高科学技术奖每年授予人数不超过 2 名, 国家最高科学技术奖不分等级. 截至目前, 国家最高科学技术奖获奖情况如下:

2000 年 吴文俊 (1919—, 世界著名数学家) 袁隆平 (1930—, 杂交水稻之父)

2001 年 王选 (1937—2006, 汉字激光照排系统创始人) 黄昆 (1919—2005, 著名物理学家)

2002 年 金怡濂 (1929—, 高性能计算机领域的著名专家)

2003 年 刘东生 (1917—, 著名地球环境科学家) 王永志 (1932—, 著名航天技术专家)

2005 年 叶笃正 (1916—, 世界著名气象学家) 吴孟超 (1922—, 世界著名肝脏外科专家)

2006 年 李振声 (1931—, 遗传学家, 小麦远缘杂交的奠基人)

2007 年 闵恩泽 (1924—, 石油化工催化剂专家) 吴征镒 (1919—, 著名植物学家)

2008 年 王忠诚 (1925—, 神经外科专家) 徐光宪 (1920—, 著名化学家)

第二节 函 数

改进后的新中华轿车是中国汽车的骄子. 它的油箱体积是 74L, 每 100km 的耗油量是 7.6L, 加满油后出行时, 油箱内剩余的油量 y (L) 与出行距离 x (km) 的

关系式为

$$y = 74 - 0.076x$$

像这样, 当一个量(出行距离)发生变化时, 另一个量(油箱内剩余的油量)随之而发生变化的这种关系, 在数学上叫做函数.

一、函数的概念

若 x, y 是某个变化过程中的两个变量, 当 x 在某个数集 D 中取定一个数值时, 按照某种对应关系, 总有唯一确定的数值 y 和它对应, y 叫做定义在数集 D 上的 x 的函数, 记作 $y = f(x)$. 其中 x 叫做自变量, 集合 D 叫做函数的定义域, 对应的函数值组成的集合叫做函数的值域, 一般用 M 表示, f 表示 x 和 y 之间的对应关系.

对于定义域 D 中某一个值 $x = a$, 按照对应关系 f 所确定的数值 y 就是函数值, 记作 $f(a)$ 或 $y|_{x=a}$, 则全体函数值的集合 $M = \{f(x) | x \in D\}$.

例如, 若函数 $y = 74 - 0.076x$ 的定义域为 $\{x | 0 \leq x \leq \frac{18500}{19}\}$, 则值域为 $\{y | 0 \leq y \leq 74\}$.

例1 已知函数 $f(x) = 2x^2 - x + 1$, 求 $f(3), f(-1), f(m), f(m-1)$.

解: $f(3) = 2 \times 3^2 - 3 + 1 = 16$;

$f(-1) = 2 \times (-1)^2 - (-1) + 1 = 4$;

$f(m) = 2m^2 - m + 1$;

$f(m-1) = 2(m-1)^2 - (m-1) + 1 = 2m^2 - 5m + 4$.

例2 求下列函数的定义域:

(1) $y = \frac{1}{x-3}$; (2) $y = \sqrt{2x+3}$; (3) $y = \sqrt{x+1} + \frac{1}{2-x}$.

解: (1) 欲使函数表达式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义, 须使分母满足 $x-3 \neq 0$, 所以函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 的定义域为 $\{x | x \neq 3\}$, 用区间表示为 $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$.

(2) 欲使函数表达式 $\sqrt{2x+3}$ 有意义, 须使 $2x+3 \geq 0$, 所以函数 $y = \sqrt{2x+3}$ 的定义域为 $\{x | x \geq -\frac{3}{2}\}$, 用区



如果同时研究两个以上的函数, 就要用不同的记号表示不同的函数, 除 $f(x)$ 外, 还常用 $g(x), F(x), G(x)$ 等记号表示.



在实际问题中, 定义域要考虑所研究问题的实际意义. 如果只考虑函数表达式, 通常有以下几种情况:

(1) 函数的表达式是整式, 那么函数的定义域是实数集 $\mathbf{R}$;

(2) 函数的表达式是分式, 那么函数的定义域是使分母不等于零的实数的集合;

(3) 函数的表达式为偶次根式, 那么函数的定义域是使根号内的式子非负的实数的集合;

(4) 函数的表达式是由几个部分的数学式子构成的, 那么函数的定义域是使各部分式子都有意义的实数的集合.

间表示为 $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$.

(3) 欲使函数表达式 $\sqrt{x+1} + \frac{1}{2-x}$ 有意义, 须使 $x+1 \geq 0$ 且 $2-x \neq 0$, 即 $x \geq -1$ 且 $x \neq 2$, 所以函数 $y = \sqrt{x+1} + \frac{1}{2-x}$ 的定义域为 $\{x | x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 2\}$, 用区间表示为 $[-1, 2) \cup (2, +\infty)$.



课堂巩固

1. 求下列函数的定义域:

(1) $y = -3x^2 + 6x + 1$;

(2) $y = \sqrt{2x-4}$;

(3) $y = \sqrt{4-x} + \sqrt[3]{2x-1}$;

(4) $y = \sqrt{3x-3} + \frac{1}{\sqrt{7-x}}$.

2. 设 $f(x) = x^2 - 4x$, 求 $f(0)$, $f(-2)$, $f(a)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$.

二、函数的表示方法

某农户出售大白菜, 一次买 20 斤以下, 每斤 0.5 元, 20 斤到 100 斤以下, 每斤 0.35 元, 100 斤及 100 斤以上, 每斤 0.30 元. 可金奶奶怎么也想不通为什么自己买了 90 斤大白菜却比刘奶奶买 100 斤花的钱还多, 你知道这是怎么回事吗?

假设购买大白菜 x 斤, 付钱 y 元, 它们之间的函数关系如下

$$y = \begin{cases} 0.5x, & 0 \leq x < 20 \\ 0.35x, & 20 \leq x < 100 \\ 0.3x, & x \geq 100 \end{cases}$$

计算得 $f(90) = 0.35 \times 90 = 31.5$, $f(100) = 0.3 \times 100 = 30$. 显然, 按照这种方式, 购买 90 斤大白菜比 100 斤所付的款还要多.

请你帮助金奶奶规划一下, 如何购买大白菜最划算?

像上面这样, 用一个或几个表达式来表示函数的方法叫做解析法.

用表格来表示函数的方法叫做列表法. 如表 1-2 反映了某校招生人数与年份之间的函数关系.



对于自变量 x 的不同取值范围, 有着不同对应关系的函数叫做分段函数.

求分段函数的函数值时, 应注意自变量 x 所在的范围, 从而用所对应的关系式计算.

