袁　桐　尤善培
李家龙　王力耕　主编

高中数学
难题巧解

兰州大学出版社

高中数学难题巧解

袁 桐　　尤善培
李家龙　　王力[illegible]
主编

兰州大学出版社

内 容 提 要

本书旨在通过对高考题的分析和解答，使读者了解高考题的常规思路和一般解法、解答规范；通过评注，使读者了解问题的变化、引伸、与课本内容的联系、问题的背景，以及错解辨析等解题注意事项。在此基础上，再对问题的特征进行分析，提出巧解的途径，达到对数学思维方式与数学思想的进一步认识。企求读者阅读之后，能对考试中的中、高档题减少畏难情绪，从而"轻装上阵"，取得好的效果。选题不多，力求有普遍性，方法不怪不偏，着意在有指导性。

参加本书编写工作的还有项庆春、孔晓燕、陈晓红、唐炬、骆军、徐秋阳、丁德纯、姚平等。

高中数学难题巧解

袁 桐 尤善培 李家龙 王力耕 主编

兰州大学出版社出版

兰州市天水路 216 号 电话:8883156 邮编:730000

江苏省新华书店发行 江苏省丹徒县印刷厂印刷

开本:787×1092 毫米 1/32 印张:11.5

1996 年 1 月第 1 版 1996 年 12 月第 2 次印刷

字数:260 千字 印数:20001—30000 册

ISBN 7—311—00951—0/G·340 定价:10 元

目　　录

代 数 篇

一、集合与函数

题 1 设全集 $I=\{(x、y)\mid x、y\in R\}$，集合 $M=\left\{(x、y)\mid\frac{y-3}{x-2}=1\right\}$，$N=\{(x、y)\mid y\neq x+1\}$. 那末 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于(　　).

(A) $\varnothing$　　(B) $\{(2,3)\}$

(C) $(2,3)$　　(D) $\{(x、y)\mid y=x+1\}$

解法 1：$\because$　$M=\left\{(x、y)\mid\frac{y-3}{x-2}=1\right\}=\{(x、y)\mid y=x+1$ 且 $x\neq2,y\neq3\}$，

$\therefore$　$\overline{M}=\{(x、y)\mid y\neq x+1$ 或 $x=2,y=3\}$，

$\overline{N}=\{(x、y)\mid y=x+1\}$

则 $\overline{M}\cap\overline{N}=\{(x、y)\mid(2,3)\}=\{(2,3)\}$.

故应选(B).

解法 2：用图解法.

$M=\left\{(x、y)\mid\frac{y-3}{x-2}=1\right\}=\{(x、y)\mid y=x+1$ 且 $x\neq2,y\neq3\}$ 表示直线 $y=x+1$〔除点(2,3)外〕的点集，$\overline{M}$ 表示点(2,3)和直线 $y=x+1$ 以外的平面部分；N 表示直线 $y=x+1$ 以外的平面部分，$\overline{N}$ 表示直线 $y=x+1$ 上的点集，而 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 表示点(2,3)所构成的集合，即$\{(2,3)\}$，故应选(B).

［**评注**］ 解法 1 是求出 $\overline{M}$ 和 $\overline{N}$，再求 $\overline{M}\cap\overline{N}$，是常规思

路，解法 2 是采用数形结合的思想. 本题中两种解法的优越性还不明显，下例则显示出数形结合的优越性.

已知集合 $A=\left\{(x、y) \mid \frac{y-3}{x-2}=m+1\right\}$，$B=\{(x、y) \mid (m^2-1)x+(m-1)y=15\}$，当实数 m 为何值时，$A\cap B=\varnothing$.

如果采用一般方法求解，有下面的解法：

解：依题意，$A\cap B=\varnothing$，等价于

方程组 $\begin{cases}\dfrac{y-3}{x-2}=m+1 & ①\\(m^2-1)x+(m-1)y=15 & ②\end{cases}$ 无解.

由①，得

$y=(m+1)(x-2)+3 \quad (x\neq 2)$，代入②中，得

$(m^2-1)x+(m^2-1)(x-2)+3(m-1)=15$，

即 $\quad 2(m^2-1)x=2m^2-3m+16 \quad (x\neq 2)$.

由此可得

(1) 当 $x=2$ 时，

$2(m^2-1)\times 2=2m^2-3m+16$.

解之得 $\quad m=-4$ 或 $m=\dfrac{5}{2}$.

这时方程组无解.

(2) 当 $\begin{cases}2(m^2-1)=0,\\2m^2-3m+16\neq 0,\end{cases}$

即 $m=1$，或 $m=-1$ 时，方程组无解. 于是，由(1)、(2)知，

当 $m\in\left\{-4,\dfrac{5}{2},1,-1\right\}$时，$A\cap B=\varnothing$.

[巧解] 在直角坐标系中，集合 A 表示直线 l_1：$(m+1)x-y-2m+1=0$ 〔除去 $P(2,3)$〕，集合 B 表示直线 l_2：$(m^2-1)x+(m-1)y=15$ $(m\neq 1)$和空集$\varnothing(m=1)$.

显然①当 $m=1$ 时，$A\cap B=\varnothing$；

②当 l_2 过点 $P(2,3)$，即 $2(m^2-1)+3(m-1)-15=0$，即 $m=-4$，或 $m=\frac{5}{2}$ 时，$A\cap B=\varnothing$；

③当 $l_1 /\!/ l_2$，也就是 $m+1=0$，即 $m=-1$ 时，$A\cap B=\varnothing$.

故当 $m\in=\left\{-4,\frac{5}{2},1,-1\right\}$时，$A\cap B=\varnothing$.

练习

1. 设集合 $A=\{x|x^3-2x^2-x-2>0\}$，集合 $B=\{x|x^2+ax+b\leqslant 0\}$，$A\cup B=\{x|x+2\geqslant 0\}$，$A\cap B=\{x|1<x\leqslant 3\}$，求 a、b 的值.

题 2 已知方程 $x^2+\left(\frac{1}{2}-2a\right)x+a^2-1=0$ 的解集在 $[0,2]$上，求实数 a 的取值的集合.

[**思路**] 列出这个二次方程的两个根在[0,2]上的充要条件求解.

解：求出方程两根，依题意有：

根 $\frac{1}{2}\left(2a-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{17}{4}-2a}\right)\geqslant 0$，

且根 $\frac{1}{2}\left(2a-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{17}{4}-2a}\right)\leqslant 2$，即

$$(\mathrm{I})\begin{cases}\frac{1}{2}\left(2a-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{17}{4}-2a}\right)\geqslant 0 & \text{①}\\ \frac{1}{2}\left(2a-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{17}{4}-2a}\right)\leqslant 2 & \text{②}\end{cases}$$

不等式①$\Leftrightarrow 2a-\frac{1}{2}\geqslant\sqrt{\frac{17}{4}-2a}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{17}{4}-2a\geqslant0\\2a-\dfrac{1}{2}\geqslant0\\\left(2a-\dfrac{1}{2}\right)^2\geqslant\dfrac{17}{4}-2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{4}\leqslant a\leqslant\dfrac{17}{8}\\|a|\geqslant1\end{cases}\Leftrightarrow1\leqslant a\leqslant\dfrac{17}{8}.$$

不等式②$\Leftrightarrow\dfrac{9}{2}-2a\geqslant\sqrt{\dfrac{17}{4}-2a}$

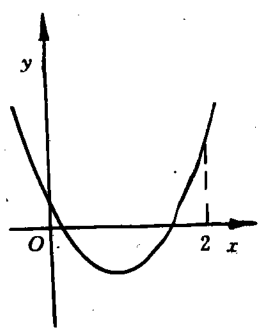
$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{9}{2}-2a\geqslant0\\\dfrac{17}{4}-2a\geqslant0\\\left(\dfrac{9}{2}-2a\right)^2\geqslant\dfrac{17}{4}-2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\leqslant\dfrac{17}{8},\\a^2-4a+16\geqslant0\end{cases}\Leftrightarrow a\leqslant\dfrac{17}{8}.$$

于是不等式组（Ⅰ）$\Leftrightarrow\begin{cases}1\leqslant a\leqslant\dfrac{17}{8},\\a\leqslant\dfrac{17}{8}.\end{cases}$

故所求集合为 $\left\{a\,\middle|\,1\leqslant a\leqslant\dfrac{17}{8}\right\}$.

[巧解] 设 $f(x)=x^2+\left(\dfrac{1}{2}-2a\right)x+a^2-1$，则由图像知，它的两个根在[0,2]上的充要条件为：

$$\begin{cases}\Delta=\left(\dfrac{1}{2}-2a\right)^2-4(a^2-1)\geqslant0,\\0<-\dfrac{\dfrac{1}{2}-2a}{2}<2,\\f(0)=a^2-1\geqslant0,\\f(2)=4+2\left(\dfrac{1}{2}-2a\right)+a^2-1\geqslant0.\end{cases}$$



解之得：$1\leqslant a\leqslant\frac{17}{8}$.

故所求集合为 $\left\{a \mid 1\leqslant a\leqslant\frac{17}{8}\right\}$.

[评注] 利用函数的图像解题，比较直观，常常能化难为易.

练习

2 已知抛物线 $c_m: y=x^2-mx+1+m$ 和两点 $A(0,4)$，$B(4,0)$，当 C_m 与线段 AB 有两个交点 P、Q 时，求实数 m 的取值范围和线段 $|PQ|$ 长的最大值、最小值.

题3 已知不等式组 $\begin{cases}x^2-4x+3<0,\\ x^2-6x+8<0\end{cases}$ 的解集是不等式 $2x^2-9x+a<0$ 的解集的子集，则实数 a 的取值范围是（　　）.

(A) $a>9$　(B) $a=9$　(C) $a\leqslant 9$　(D) $0<a\leqslant 9$

[**思路**] 设不等式组的解集是 A，不等式的解集为 B，求出 A 和 B 再利用条件 $A\subseteq B$，便可求出 a 的取值范围.

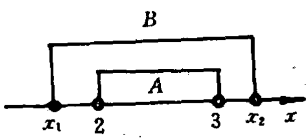
解：$A=(2,3)$.

$$B=\left\{x \mid \frac{9-\sqrt{81-8a}}{4}<x<\frac{9+\sqrt{81-8a}}{4}\quad a<\frac{81}{4}\right\}.$$

$A\subseteq B$，

如图，立刻得到

$$\begin{cases}\dfrac{9-\sqrt{81-8a}}{4}\leqslant 2,\\[2ex] \dfrac{9+\sqrt{81-8a}}{4}\geqslant 3.\end{cases}$$



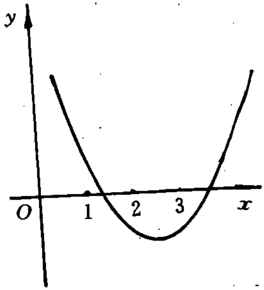
解之得　$a\leqslant 9$，故选(C).

[**巧解**] $\because$　$(2,3)\subseteq B=\{x \mid 2x^2-9x+a<0\}$.

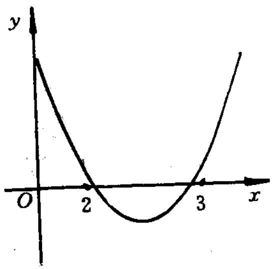
设 $f(x)=2x^2-9x+a$，如图，

只要 $\begin{cases} f(2)\leqslant 0, \\ f(3)\leqslant 0 \end{cases}$ 即可.

解得 $a\leqslant 9$.



［评注］ 1. 如果将此题改为：不等式 $2x^2-9x+a<0$ 的解集是不等式组 $\begin{cases} x^2-4x+3<0 \\ x^2-6x+8<0 \end{cases}$ 的解集的子集，求实数 a 的取值范围. 情形就不同了.



和上面的巧解类似，从图中可以看出，只要

$$\begin{cases} \Delta>0, \\ f(2)\geqslant 0, \\ f(3)\geqslant 0, \\ 2<-\dfrac{-9}{2\times 2}<3, \end{cases}$$

即可解出 a 的范围是 $\left[10,\dfrac{81}{8}\right]$.

但这只是问题的一部分，即如果 $\Delta\leqslant 0$，这时，$B=\varnothing$，仍满足 $B\subseteq A$.

这时 $a\geqslant\dfrac{81}{8}$.

因此，a 的取值范围应是 $[10,+\infty]$.

2. 容易忽视 $B=\varnothing$ 的情形，应引起重视.

如，已知 $A=\{x\,|\,x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\,|\,x^2-mx+2=0\}$，且 $A\cap B=B$，求 m 的值.

[**分析**] 分两种情况，(1) $B=\varnothing$；(2) $B\neq\varnothing$.

解：(1) 如果 $B=\varnothing$，则显然有 $A\cap B=B$. 此时，$\Delta=m^2-8<0$，即 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

(2) $B\neq\varnothing$，$A\cap B=B$，表明方程 $x^2-mx+2=0$ 的根为 $x^2-3x+2=0$ 的根，即为 1 或 2. 无论那种情况均有 $m=3$.

因此，$m=3$ 或 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$.

练习

3. 设集合 $A=\{x|x^2-a<0\}$，$B=\{x|x<2\}$，若 $A\cap B=A$，则实数 a 的范围是(　　).

(A) $a\leqslant 4$　(B) $a<4$　(C) $0<a\leqslant 4$　(D) $0<a<4$

题 4　已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素，$A\cap B$ 含有 4 个元素，试求同时满足下面两个条件的集合 C 的个数.

(1) $C\subset A\cup B$，且 C 中含有 3 个元素；

(2) $C\cap A\neq\varnothing$.

[**思路**] 由题设条件先求出属于 B 而不属于 A 的元素的个数，再分类讨论在 $A\cup B$ 中只含有 A 中 1 个元素、2 个元素、3 个元素的集合 C 的个数，从而求出集合 C 的个数.

解：由题目条件可知，属于 B 而不属于 A 的元素个数是 $12-4=8$.

因此，在 $A\cup B$ 中只含有 A 中 1 个元素的所要求的集合 C 的个数为 $C_{12}^1\cdot C_8^2$；含 A 中 2 个元素的集合 C 的个数是 $C_{12}^2\cdot C_8^1$；含 A 中 3 个元素的集合 C 的个数是 C_{12}^3.

$\therefore$　所求集合 C 的个数是

$$C_{12}^1\cdot C_8^2+C_{12}^2\cdot C_8^1+C_{12}^3=1084.$$

如果先求出 $A\cup B$ 元素的个数，再由(1)、(2)求出满足条件的集合 C 的个数：

[另解] $\because$ A、B 各含有 12 个元素，$A\cap B$ 中有 4 个元素，因此，$A\cup B$ 元素的个数是 $12+12-4=20$.

满足条件(1)的集合的个数是 C_{20}^3，在上面集合中，还满足 $A\cap B=\varnothing$ 的集合 C 的个数是 C_8^3，因此所求集合 C 的个数是 $C_{20}^3-C_8^3=1084$.

[评注] 后一种采用简捷的"排除法"要比第一种分类相加的方法明快得多.

求解本题时，容易出现的错误有以下两种：

第一种，满足条件(1)的集合的个数为 C_{20}^3，满足 $C\cap A=\varnothing$ 的集合的个数为 C_{12}^3.

因此，所求集合个数为 $C_{20}^3-C_{12}^3=920$.

[辨析] 虽然集合 B 中有 12 个元素，但 $A\cap B$ 含有 4 个元素，所以集合 B 中有 4 个元素属于集合 A，如果在这 4 个元素中任取 3 个，不能使 $C\cap A=\varnothing$ 成立，所以满足 $C\cap A=\varnothing$ 的集合的个数不是 C_{12}^3，而应是 C_8^3.

第二种：集合 A 中至少取一个元素且满足条件(1)的集合的个数为：

$C_4^1\cdot C_{16}^2+C_4^2\cdot C_{16}^1+C_4^3=580$.

[辨析] 考虑不周密. 由题意知属于集合 A 而不属于 B 时的元素的个数是 8 个，同时属于 B 而不属于 A 的元素的个数仍是 8 个，所以 $C_8^1\cdot C_8^2+C_8^2\cdot C_8^1+C_8^3=504$ 仍满足条件.

练习

4. 设 $A=\{x\,|\,|x|\leqslant 1\}$，$B=\{x\,|\,x^2+4x+3<0\}$，求集合 C，使其同时满足下列三个条件：

(1) $C\subseteq(A\cup B)\cap Z$；

(2) C 有两个元素；

(3) $C\cap B\neq\varnothing$.

Why **题 5**. 设 a、b 是两个实数，$A=\{(x、y)\mid x=n, y=na+b, n\in Z\}$，$B=\{(x、y)\mid x=m,\ y=3m^2+15,\ m\in Z\}$，$C=\{(x、y)\mid x^2+y^2\leqslant 144\}$，是平面 xOy 内的点集，讨论是否存在 a 和 b 使得：

(1) $A\cap B\neq\varnothing$，

(2) $(a、b)\in C$

同时成立.

[**思路**] 1. 寻求$(a、b)$满足条件(1) $A\cap B\neq\varnothing$的必要条件.

$\because$ 集合 A、B 可以重新表示为

$A=\{(x、y)\mid y=ax+b, x\in Z\}$，

$B=\{(x、y)\mid y=3x^2+15, x\in Z\}$，

而由 $\begin{cases} y=ax+b \\ y=3x^2+15 \end{cases}$ 推得 $3x^2-ax+15-b=0$ ①

$\therefore$ $A\cap B\neq\varnothing \Rightarrow \Delta=a^2+12b-180\geqslant 0$

$\Rightarrow a^2+12b\geqslant 180.$ ②

2. 寻求$(a、b)$满足条件(2)$(a、b)\in C$ 的充要条件，

即 $a^2+b^2\leqslant 144$， $\therefore$ $144\geqslant a^2+b^2$ ③

3. $(a、b)$同时满足条件(1)、(2)的必要条件. ②+③得

$a^2+12b+144\geqslant 180+a^2+b^2$，

$\therefore$ $b^2-12b+36\leqslant 0$，即 $(b-6)^2\leqslant 0$.

$\because$ $(b-6)^2\geqslant 0$， $\therefore$ $b=6$ ④

④分别代入②、③得

$a^2=108$， $a=\pm 6\sqrt{3}$.

4. 判断 a、b 的存在性.

在方程①中由求根公式求得 $x=\dfrac{a}{6}=\pm\sqrt{3}$，这和 x

为整数相矛盾.

故同时满足条件(1)、(2)的 a、b 不存在.

[巧解 1] 利用数形结合.

假设满足(1)、(2)两个条件的 a、b 存在，则易得关于 a、b 的混合组 $\begin{cases} na+b=3(n^2+15) \\ a^2+b^2\leqslant 144 \end{cases}$ 有解.

从而在平面直角坐标系 $aO'b$ 中，直线 $l: na+b-3(n^2+15)=0$ 与圆 $a^2+b^2=144$ 应有公共点. 于是圆心 $O'(0,0)$ 到直线的距离应不大于半径 12，即 $\dfrac{3(n^2+15)}{\sqrt{n^2+1}}\leqslant 12$.

$$\Rightarrow (n^2+15)^2\leqslant 16(n^2+1)$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}(n^2-3)^2\leqslant 0 \\ (n^2-3)^2\geqslant 0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n^2=3 \\ n\in Z\end{array}\right\} \Rightarrow \text{矛盾}.$$

因此，同时满足(1)、(2)的 a、b 不存在.

[巧解 2] 用反证法.

假设存在实数 a、b 使得(1)、(2)同时成立，则

$\begin{cases} 3n^2+15=na+b, \\ a^2+b^2\leqslant 144 \end{cases}$ 有解.

$$\because \quad (3n^2+15)^2=(na+b)^2\leqslant(n^2+1)(a^2+b^2)$$
$$\leqslant 144(n^2+1),$$

$$\therefore \quad 9(n^2+10n^2+25)-144(n^2+1)\leqslant 0,$$

即 $9(n^2-3)^2\leqslant 0$,

从而 $n^2=3$.

这与 $n\in Z$ 矛盾.

表明满足条件(1)、(2)的 a、b 是不存在的.

[巧解 3] 引进三角代换.

设 $a=12\rho\cdot\cos\theta$, $b=12\rho\sin\theta$, $\rho\in[0,1]$,

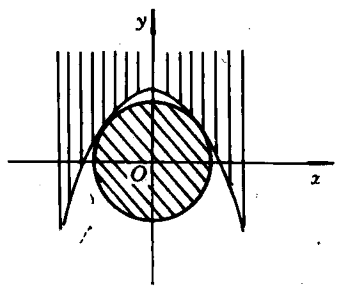
则 $3x^2+15=ax+b=12\cdot x\cdot\rho\cos\theta+12\rho\cdot\sin\theta$

$$=12\rho(\sin\theta+x\cos\theta)$$
$$=12\rho\cdot\sqrt{x^2+1}\sin(\theta+\varphi)\ (\text{其中}\ \mathrm{tg}\varphi=x)$$
$$\leqslant 12\sqrt{x^2+1}.$$

化简得 $(x^2-3)^2\leqslant 0$,

即 $x^2-3=0\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$,与题设矛盾,因此,不存在使(1)、(2)同时成立的 a 和 b.

[评注] 本题结构严谨,优美典雅,含蓄深刻,又涉及到参数和存在性问题的讨论,有较强的探索性.



本题的几何背景是探求圆面 $a^2+b^2\leqslant 144$ 和 $b\geqslant -\frac{1}{12}a^2+15$ 表示的区域有无交点的情况.

这样,问题的答案就很明显了.

练习

5. 设 a、b、$c\in R$,$A=\{(a、b、c)\mid a^2-bc-8a+7=0\}$,$B=\{(a、b、c)\mid b^2+c^2+bc-6a+6=0\}$且 $A\cap B\neq\varnothing$.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 设 $S=ab+bc+ca$,试求 S 的最大值和最小值.

题 6 求函数 $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数的定义域.

[**思路**] 先求 $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数,再求其定义域.

解：由 $y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$ 得

$$(y-1)e^x=-(y+1).$$

当 $y\neq1$ 时，有 $e^x=-\dfrac{y+1}{y-1}$.

$$x=\ln\left(\frac{y+1}{1-y}\right),$$

即原来函数的反函数为 $y=\ln\dfrac{x+1}{1-x}$. 求其定义域得 $\dfrac{x+1}{1-x}>0$,即 $x\in(-1,1)$.

其实,在上面的解题过程中,只要求出 $e^x=-\dfrac{y+1}{y-1}$,问题就得到解决了,这时应有 $e^x>0$.

如果利用"互为反函数的两个函数的定义域和值域之间的关系",我们有下面的解法.

[**另解**] $y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}=1-\dfrac{2}{e^x+1}$.

由 $e^x+1>1$，得 $0<\dfrac{2}{e^x+1}<2$,

$\therefore\quad -2<-\dfrac{2}{e^x+1}<0$, 即得 $\quad -1<y<1$.

于是 $y=\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$的反函数的定义域是$(-1,1)$.

练习

6. 已知 $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}\quad(ad\neq bc,\ c\neq0)$.

(1) 求它的定义域与值域；

(2) 讨论它的单调性与奇偶性；

(3) 在什么条件下,它的图像关于直线 $y=x$ 对称?

题 7 函数 $f(x)=\sqrt{1+2x}+\sqrt{1-2x}$的定义域是(　).

(A) $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$　　　(B) $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

(C) $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　(D) $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

解：由 $\begin{cases}1+2x\geqslant 0\\1-2x\geqslant 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\geqslant -\frac{1}{2}\\x\leqslant\frac{1}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow -\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$，故应选(D).

如果把握住选择题的特点，有下面的"特殊值"法.

［**巧解**］ 将 $x=\pm 1$ 代入 $f(x)$ 中均不适合，由于(A)中含有-1，(B)、(C)中含有 1，则应排除(A)、(B)、(C)，因此应选(D).

［**评注**］ 这种方法，也称为特例考察法，在解选择题时有较为广泛的应用.

这种方法的基本程序是比较各选择支，找出差异，选取特殊值，进行分析，然后排除错误的选择支，最后判定正确的答案.

再看一个例子.

例 函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+\frac{1}{4}}$ 的值域是(　　).

(A) $(-\infty,1]$　(B) $[1,+\infty)$　(C) $(0,1]$　(D) $[0,1]$

解：考察选择支的差异，发现(A)、(D)中含有 0，而(B)、(C)中不含有 0. 于是，令 $y=0$，$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+\frac{1}{4}}=0$ 无解，因而否定(A)、(D). 再考察(B)、(C)的差异，令 $y=\frac{1}{2}$，即

$\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x+\frac{1}{4}}$ 有解，因此排除(B)，从而选(C).