

應用用器畫教科書 幾何畫

緒 言

用器畫之目的。即所以練習製作技術。使能發表美的本能。故是編之作。於理想之中。又皆求其實用。凡關於一切普通應用之法。無不一一詳盡。是書共分六章。附一百五十三圖。若定爲初級中學用器畫教本。似無不合。編者自識。

中華民國十二年九月

清心兩級中學工藝教員

金山馮駢編

幾何畫

目錄

	頁
第一章 畫具及其用法.....	1-5
第二章 應用畫具之練習.....	6-7
第三章 點, 線, 角.....	8-12
第四章 圓.....	13-17
第五章 多邊形.....	18-29
第六章 曲線.....	30-34

應用用器畫教科書第一冊

幾何畫

第一章

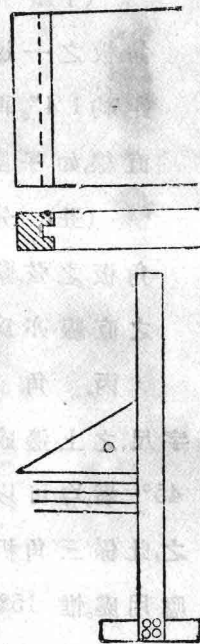
畫具及其用法

1. 畫具。圖畫之精良與否，固與畫者有關，而所用畫具，亦大有關係，所謂工欲善其事，必先利其器也。惟初習畫者，選擇畫具時，不必取其價值之甚高者，但求適用已足。茲將各種畫具及其用法分論於下。

2. 圖畫板。板以松類之堅者為之，大小雖無定制，惟解本編各題，以 $5/8'' \times 16'' \times 20''$ 之板最為適用。面須極平，兩側宜用堅木二條，闢以銜接之榫，令縱橫成紋，以免伸縮彎曲之虞。凡作平行線或垂直線時，常用丁字尺之尺頂，依左近二邊為準，故圖板之左近二邊，須令真直而互成直角。平時亦宜隨時檢驗，務求正確。

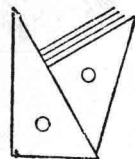
3. 丁字尺。尺分頂身二部，接以旋釘，尺頂與尺身正交。尺邊有附以竹或黑柿或明角者，取其平滑而易求正直也。用時將尺頂緊靠圖板之左邊，上下移動，可任作水平橫線。若助以三角板，則可作平行垂線。設圖板之近身一邊與左邊已成直角，則將尺頂緊靠近邊，左右移動，任作垂線可也。惟尺頂不可移至右邊或上邊，是乃習慣使然。至於尺頂與尺身之是否正交，亦宜隨時檢正之。

4. 三角板。常用三角板有兩種，一為 45° ，一為 60° 。木製者雖可用，然終不若以明角製者為



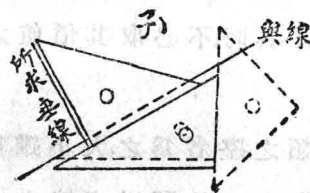
佳,其用法如下:

甲. 平行線. 如上節所述平行線之與丁字尺成直角者,將一三角板緊靠尺之上邊,左右移動,任作垂線可也.否則將一三角板緊靠另一三角板之一邊而後移動其一,則平行線亦可作矣.

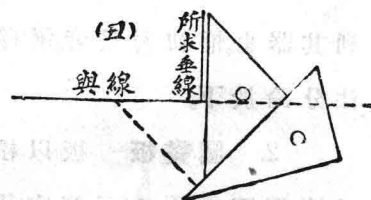


乙. 垂直線. 線之垂直於丁字尺者,可用一三角板作之.設一與線不與丁字尺之上邊平行,求作此線之垂線時,則不能復用前法,可另用一三角板,作之如次:

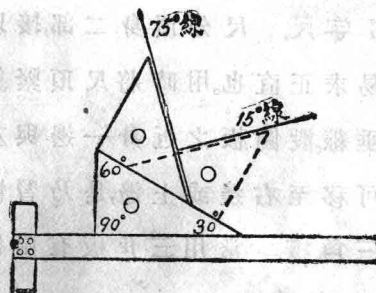
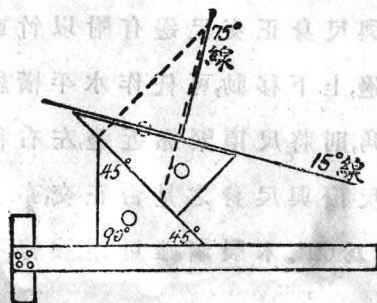
(子). 先置 60° 三角板之弦,與與線平行,復將 45° 三角板之一邊緊靠其股,而移動 60° 三角板,令與一與線相距約 $1/4''$.再移 45° 三角板至第二位置,即可作所求之垂直線,如子圖.



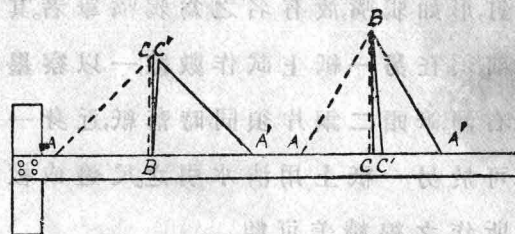
(丑). 先置 45° 三角板之弦與與線平行,而以 60° 三角板之弦緊靠其股,復移 45° 三角板至第二位置,則所作之直線亦為所求之垂線,如丑圖.



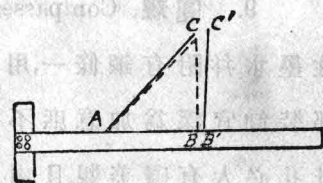
丙. 角. 線之與丁字尺之上邊成 30° , 60° 或 45° 者,均可以三角板作之,此係三角板最顯明之應用處.惟 15° 或 75° 之角,亦可藉三角板作成如右圖.



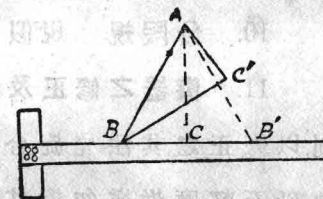
5. 三角板之檢驗法。驗三角板之直角果為正確與否，先將三角板之一邊 AB 緊靠丁字尺（如右圖），作 BC 直線。於是將此三角板翻轉，置之 $A'B'C'$ 之位置。若其直角果為正確，則 $B'C'$ 邊必與 BC 直線相疊合，否則定有誤差。其差數即為 CB 角之半。直角既檢驗正確矣，於是以下法再驗 45° 、 30° 及 60° 等角。



甲. 45° 角之檢驗法。置 45° 三角板於 ABC ，作 AC 直線。於是將 A, C 二角對調，置之於 $A'B'C'$ 地位。如此三角板之 AC' 邊與 AC 直線相疊合，則所驗之角必正確而無誤。



乙. 60° 及 30° 角之檢驗法。先置 60° 之三角板於 ABC 之地位，作 AB 及 AC 二直線。次將三角板翻轉，置之於 $A'B'C'$ 之地位，作直線 AB' 。若此 60° 角果為正確，則 BAB' 角必等於 60° 。復將三角板移至 $A'B'C'$ 之地位，如 AC' 邊與 AB' 直線相疊合，則此 60° 亦正確無誤。



三角板之直角及 60° 角既檢驗正確矣，則其 30° 角必無差誤，無庸再試。

6. 雲形板。線之非直線而亦非圓周線，或圓周線而其半徑過大者，均藉雲形板以作之。板之形狀不一，上圖係最簡單中之一種也。其用法乃將已測知之各點，用此板以連接之，使成一合度之曲線。惟初用時頗感困難，宜加意熟習之，蓋曲線之合度與否，在作者湊合之巧拙而已。此板普通以堅緻之木為之，而以明角製者為最佳。通常備一兩種即可敷用。



7. 分度器。器形半圓，其弧分畫一百八十度。通常所用者以銅或鋅為之，亦以明角製者最為合用。

8. 直規 Ruling-pen. 線之非圓周或圓周弧者，均以直規作之，其用最廣，故選購宜慎。規之筆頭以二鋼片合成。

接以螺釘，形如鴉嘴，故有名之爲鴉嘴筆者。其裝置墨水也，先將螺釘旋轉，令鋼片放開，而注墨水於其間，後再徐徐旋緊。落紙之前，須在另一紙上試作數線，一以察墨之深淺，一以驗線之粗細。苟粗細得宜，即不可時將鋼片移動。落筆宜正直而略向右傾。筆頭二鋼片須同時落紙，近身一片常與直線尺或三角板或雲形板相接觸。惟筆尖當相距約 $1/32$ 。如墨水不下，可於另一紙上用清水引之。尺邊或板邊切勿留有水點，鋼片外面亦不宜染着墨汁。作線當自左而右，用力務求均勻，庶所作之線精美可觀。

9. 圓規 Compasses. 圓規之形狀不一，通常備大小二種。其大者有筆頭二，可交替爲用。一係裝置鉛筆，一爲灌注墨水。并附有鋼條一，用以接長規腳，藉作直徑較大之圓周。兩腳連接處可略爲屈曲，使針與筆尖落紙時均成垂直。各部裝卸宜深爲加意，庶不致損壞螺釘。用時手指之壓力不宜太輕，太輕則針易變動而圓周不正。然亦不可過重，過重則針孔必大有礙美觀。且兩腳間之距離易於變動，所作之圓必不正確。

10. 分段規 規似圓規，惟兩腳無連接處，故不能裝卸。凡線之不能藉尺以均分者，常用此規以分之，因名分段規。

11. 儀器之修正及保藏法 上等儀器製造精確，須修正時少。惟價格較低者，其直規之筆頭，時或不適於用，宜磨削以修正之。其法先旋合筆尖，加油少許，輕磨於砥石之上，使筆尖端正。乃寬螺釘，令鋼片放開，將筆尖傾斜約 15° ，分別向砥石輕磨，惟慎勿變其原形。且筆尖過銳，常有刺紙之虞，故宜略呈圓形方能合用。磨筆濡墨，試畫至能作精美之線而後止。

儀器用畢，務須淨洗擦乾，（指墨筆頭而言）。筆頭鋼片宜常放開。分段規之兩腳尖勿令相互接觸，以損其鋒。未經用之各件，亦宜隨時揩擦，俾免生銹。

注意 各件之樞軸不可上油。

12. 尺 畫圖之尺常用英尺，普通以精製之木爲之，而以黃楊製者爲佳。且有六面，面各異其刻度，有 $1/2$ ， $1/4$ ， $1/8$ ， $1/16$ 等各種縮尺，爲用殊頗便利。惟其價值過昂，初習畫者即用平尺可也。

13. 圖紙。製圖之紙以平坦堅硬能耐橡皮磨擦者爲佳，最好者爲黃色分圖紙 Details paper，工廠內多用之。惟其價值太高，似不適於學習之用。故本篇各圖，馬牌或象牌紙已稱合用，不必過求精美也。

14. 鉛筆。用器畫所用之鉛筆，常因紙之不同而異其種類。如黃色分圖紙上，須用六H鉛筆，庶所作之線較爲精美。若在馬牌或象牌紙上，則用3H或4H之鉛筆可也。（H爲表明鉛之硬度，H數愈多即鉛愈硬。）筆之兩端可同時並用，一端削成針狀，使所作曲線細而且美。一端削成鑿形，專爲作直線之用，所以使鉛尖之磨滅減少乃能耐久也。

15. 橡皮。橡皮通常備軟硬二種，軟者用以擦鉛筆線，硬者擦墨水線。其中有混入沙塵，能損紙面者，宜避之。擦時宜輕，勿令損紙，能少用最妙。擦墨水線時，宜向一方向進行。又宜用明角揩片一塊，所以保護其他各線，或以一堅質之薄紙代之。

16. 墨。普通紙上，即取尋常黏質較少之墨用之。若在蠟布上，則以卡脫之印度墨水 Carter's India Ink 爲最佳，取其光亮而易燥。至於通常寫外國文所用之藍墨水或紅墨水，則不特有損圖畫之美觀，且恐剝蝕儀器，決不可用。

17. 圖釘。釘數無定，常用四枚，鎮圖紙之四隅。若係小圖，祇需二枚。

第二章

應用畫具之練習

18. 畫具用法。略如上述，至能應用，猶需練習。本章各圖，專為學者練習之用，俾解下章各題時，手腕純熟，運用自然。是不特可減少困苦，且能增加興味。

19. 第一至第十二各圖為練習三角板及丁字尺之用法。第一圖之畫法，先作一直線 cd ，由 cd 之兩端 c 及 d 點作 ac, bd 令各與 cd 等長而各與 cd 相垂直，（法如第三節。）聯接 ab ，得正方形 a_1bcd 。將此正方形之一邊若 bd 依尺分為八等分，得等分點 $1, 2, 3, \dots$ 。由各等分點再作平行線，重線，虛線，寸法線，中心線如圖（法如第四節。）

20. 先作一 $abcd$ 正方形，四等分之，得 $aeoh, beof, \dots$ 。復將 $ae, bf, \dots$ 各線等分為四分，由各等分點再作平行線，如第二圖（法同上節。）

21. 第三圖之作法與上二節大致相同。

22. 先作 $abcd$ 正方形，復將 ab 及 cd 等分為八，得等分點 $1, 2, 3, \dots$ 及 $1', 2', 3', \dots$ 。聯接 $ac, bd, 11', 22', \dots$ ，即得第四圖。

23. 作 $abcd$ 正方形分 cd 為八等分，由 a 及 b 作直線至各等分點，即得第五圖。

24. 作 $abcd$ 正方形，分為六十四相等正方形，再用丁字尺及 45° 三角板作對角線，即得第六圖。

25. 先作一正方形，等分為三十六正方形，再作各線，如第七圖。

26. 第八第九兩圖作法與第七圖大致相同。

27. 如上圖先作正方形，復作各線，構成圖中形體，再加切面線，即得第十圖。

〔附註〕切面線須相互平行，惟其距離可以目力測之

28. 第十一,十二兩圖之作法與上節大致相同。

29. 自第十三至第十八各圖,爲練習圓規之用法。第十三,十四兩圖,乃準已知之半徑,作虛線及直線之同心圓。

30. 取已知之半徑先作一圓,復分半徑爲八等分,以各等分點爲圓心,作圓令與外圓相切於一點,即得第十五圖。

31. 取已知之直徑作圓,復分此直徑爲十六等分,以各等分點爲圓心,作半圓,令與外圓相切於一點,而與他半圓互切,即得第十六圖。

32. 第十七圖之作法同第三十節,以第三十節之作法複施之即得。

33. 準已知之半徑作圓,復將此圓周用分段規分成若干等分。以各等分點爲圓心,已知半徑爲半徑作圓弧,如第十八圖。

34. 第十九圖至第二十四圖爲練習各種切面線之畫法。惟普通作切面線時,常用第二十一圖鑄鐵之切面線表示之。

〔附註〕 凡數目字上角加以^{''},即表示若干寸。若加以['],即表示若干尺。故 3^{''} 即三寸, 5/4^{''} 即四分之三寸。5['] 即五尺, 3/5['] 即五分之三尺。

第三章 點 線 角

35. 定義. 點, 僅占位置, 無長, 無闊, 無厚。

線, 惟計長短無闊無厚。伸論之, 線即點之積。故線之兩端及兩線之交皆爲點。

直線. 任於其線截取一段, 疊置之無不吻合。(後稱線者即爲直線。)

曲線. 任於其線截取一段, 終非直線。

二線在同一平面上, 任延長之, 終不相交, 而其間距離亦不變者, 謂之“平行線”。

凡繫重物之絲, 必向地心下垂, 依其方向而作一直線, 是名“垂線”。與垂線正交者, 名爲“水平線”。

二線相交互成直角, 則一線爲他線之垂直線。設一線垂直於他線之中點, 則此線爲他線之垂直平分線。

方向不同之二線, 相交於一點, 其間所夾謂之角。其交點謂之角頂:

36. 本篇各題習過幾何學者多能了解。惟幾何畫之要旨, 在使學者知普通畫家之作法, 藉得基本之練習, 固不僅能臨畫知解法而已也。故下列問題中, 幾何學解法與普通畫法 Draftsman's method 相互並用, 學者固求明瞭理解, 而於普通畫法, 尤宜特別注意, 使所作之圖精緻正確。

37. 求平分 AB 直線或 AC_1B 弧。(第二十五圖)

解法. 以線之兩端若 A 若 B 爲圓心, 以大於 AB 之半者爲半徑, 作 1, 2 兩弧得交點 a 及 b 。聯成直線, 與 AB 線及 AC_1B 弧相交於 C_1 及 C_2 二點, 此二點即爲所求之等分點。

38. 求分一直線使成若干等分。(第二十六圖)

解法. 設 AB 爲既定之線, 求分六等分。先由 AB 線之一端 A 任何角度作 AC 線, 復用分段規由 AC 線上 A 點

起，任截 $A_1, A_2, \dots$ 等六等分。聯接 B_6 ，更由 $1, 2, \dots, 5$ 各點作 B_6 之平行線，得交點 $1', 2', \dots, 5'$ 等五點。此五點即為所求之等分點。

39. 求分一直線使成任意之比率。(第二十七圖)

解法。 設 AB 為既定之直線，求分成 $5:6:4:7$ 等比率。由 AB 之 A 端任從何向引 AC 線，於 AC 線上任定單位，截分如次， $Aa=5, ab=6, bc=4, cC=7$ 。作直線 BC 。由 a, b, c 各點，準與 BC 平行，引 aa', bb', cc' 等線，即得所求之各分點 a', b' 及 c' 。

40. 求角之平分線。(第二十八圖)(第二十九圖)

甲. 角之平分線可由其角頂推定者。

解法。 設 BAC 為既定之角。以 A 為圓心，任取半徑作弧與 AB, AC 二線相交於 $1, 2$ 兩點。復以 $1, 2$ 兩點為圓心，取大於 $1-2$ 之半者為半徑，作二弧得交點 P 。聯接 AP 即為所求之等分線。

乙. 角之平分線不能由其角頂推定者。

解法。 設 AB, CD 為既定角之二邊，任從何向作 mn 線與 AB, CD 相交於 m, n 二點。復作 Amn, Bmn, mnC 及 mnD 四角之平分線，得交點 P 及 O 。聯接之。即為所求之平分線。

41. 求分直角為三等分。(第三十圖)

解法。 設 BAC 為既定之直角。以角頂 A 為圓心，任取半徑 A_1 ，作弧與角之二邊交於 $1, 2$ 兩點。更以此 $1, 2$ 兩點為圓心，仍準 A_1 為半徑，作二弧，與 $1-2$ 弧交於 $3, 4$ 兩點。聯接 A_3, A_4 ，即得所求之等分線。

42. 由直線中之一定點求作垂直線。(第三十一, 三十二, 三十三圖)

甲. 定點在線之中央。

解法。 設 P 為 AB 線中一定點。以 P 為圓心，任取半徑於 AB 線上截 a, b 二點。復以 a 及 b 為圓心，以大於 ab 之半

者爲半徑作二弧，得交點 C 。聯接 PC ，即得所求之垂線。

乙. 定點近線之一端。

解法(子) 設 A 爲 AB 線上一個點。任取半徑 AC 而以 A 爲圓心，作弧 1。復以 C 爲圓心，準前半徑作弧 2。通過二弧之交點 o ，作 cd 直線。仍準 AC 爲半徑，而以 o 爲圓心，作弧 3，與 cd 相交於 d 。聯接 Ad 即得所求之垂直線。

解法(丑) 設 P 爲 AB 線上一個點。任取半徑 AP ，而以 P 爲圓心，作 Aab 弧。準前半徑，以 A 爲圓心作弧，與 Aab 弧相交於 a 。復以 a 爲圓心，作 bc 弧，與 Aab 弧相交於 b 。更以 b 爲圓心，作弧與 bc 弧相交於 c 。作 Pc 即爲所求之垂線。

43. 由直線外一定點，求作垂直線。(第三十四，三十五，三十六圖)

甲. 定點在線之外而處於中央之地位者。

解法. 設 AB 爲既定之直線， P 爲線外之定點。任取半徑 PA ，而以 P 爲圓心，作 AB 弧，與 AB 相交於 a, b 二點。復以 a 及 b 爲圓心，以大於 AB 之半者爲半徑，作二弧得交點 c 。聯接 Pc ，即得所求之垂直線。

乙. 定點在線之外而處於線之一端者。

解法(子) 設 AB 爲既定之直線， P 爲定點。任於 AB 線上取一點 b ，作 Pb ，復平分之，得 c 點，取爲圓心，而以 Pc 爲半徑，作 Pab 弧，得交點 a 。聯接 Pa ，即爲所求之垂直線。

解法(丑) 於 AB 線上任取 a, b 二點爲圓心，以 Pa 及 Pb 爲半徑，作二弧令相交於 c ，聯接 Pc 即得所求之垂直線。

44. 取一定之距離 L ，求作 AB 線之平行線。(第三十七圖)

解法. 任於 AB 線上取 a, b 二點，作 am 及 bn 二垂直線。乃以 a, b 爲圓心， L 爲半徑，作二弧與 am, bn 相交於 m 及 n 二點。通過此二點作直線 CD ，即爲所求之平行線。

45. 通過 AB 直線外之 P 點，求作平行線。(第三十八圖)

解法. 於 AB 線上任取一點 a , 以 P 為圓心, aP 為半徑, 作圓弧 ac . 仍準 aP 為半徑, 而以 a 為圓心, 作圓弧 Pb . 復以 a 為圓心, Pb 為半徑, 作弧與 ac 弧相交得 c 點. 通過 c 及 P 作直線 CD , 即為所求之平行線。

46. 由一定點 P 求作一線, 令能通過 AB 及 CD 二線引長之交點. (第三十九圖) (第四十圖)

解法 (甲) 設 AB, CD 為既定之二線, P 為定點. 以 P 為頂點, 任作 Pmn 三角形. 復於 CD 線上任取一點 m' , 作 $m'n'$ 與 mn 平行, 更作 $m'P'$ 及 $n'P'$ 二線, 令與 mP 及 nP 各相平行, 得交點 P' . 聯接 PP' 即得所求之直線。

解法 (乙) 貫 P 點任作直線 mn . 於 CD 線上任取一點 m' 作 $m'n'$, 與 mn 平行. 聯接 mn' . 復由 P 點作 Pc 與 AB 平行而與 mn' 相交於 c , 且作 cP' 與 CD 平行而與 $m'n'$ 相交於 P' . 作 PP' , 亦得所求之直線。

47. 求甲乙二直線之比例中項. (第四十一圖)

解法 (甲) 於一直線上取 AB 等於甲線之長, BC 等於乙線之長. 以 AC 為直徑作半圓, 由 B 點作 AC 之垂線, 令與半圓周相交於 P , 則 BP 即為所求之比例中項。

解法 (乙) 於一直線上取 AB 等於較長之直線甲, 由 B 點向內截取 BC' 令等於乙線之長. 以 AB 為直徑作半圓, 且作 $C'P'$, 令與 AB 垂直於 C' 點而與半圓周相交於 P' . 聯接 BP' , 即得所求之比例中項。

48. 求由二定點引兩線令相交於直線上之一點, 而與此直線成二等角. (第四十二圖)

解法. 設 ab 為定線, P, Q 為二定點. 由 P 點作一線令與 ab 正交於 o 點, 且引長至 s , 令 os 等於 oP . 聯接 SQ 得交點 t , 作 Pt, Qt 即得所求之二直線。

49. 由直線上一點求作一角等於一定角. (第四十三圖)

解法. 設 α 為既定之角, A 為 AB 線上之一點. 任取同一之半徑, 而以 A 及 a 為圓心, 作 $b'c$ 及 bc 二弧. 復以 bc 為半徑, b' 為圓心, 作弧與 $b'c$ 相交於 c 點. 作直線 AC , 則 BAC 即為所求之角。

50. 求由線外一定點, 作一直線, 令與此線所成之角等於一定角. (第四十四圖)

解法。 設 α 爲定角, P 爲 AB 直線外一定點。由 P 點作 AB 之平行線 Pa , 而由 Pa 線上之 P 點作 Pb , 令與 Pa 所成之角等於 α (法如上節)。引長 Pb 令與 AB 相交於 b 點, 則 PbB 卽爲所求之角。

51. 通過直線上一定點, 求作 45° 角。(第四十五圖)

解法。 設 A 爲 AB 線上一定點, 而於 AB 線上任取一點 C 爲圓心, 以 AC 爲半徑, 作半圓。復由 C 點作一直線, 令與 AB 垂直而與 ADB 半圓周相交於 D 。作 AD , 卽得所求之角 DAC 。

52. 通過直線上一定點, 求作 $60^\circ, 30^\circ$ 及 15° 角。(第四十六圖)

解法。 設 A 爲 AB 線上一定點, 於 AB 線上任取 AE 爲半徑, A 爲圓心, 作 EF 弧。更以 E 爲圓心, 仍準 AE 爲半徑, 作弧與 EF 相交於 F 。作 AF , 卽得所求之 60° 角 EAF 。

於 AB 線上任取 AB 爲直徑, 作半圓, 更以 B 爲圓心, AB 之半長爲半徑, 作弧與 ACB 半圓周相交於 C 。作 AC 卽得所求之 30° 角 CAB 。平分 CAB 角, 卽得所求之 15° 角 CAB 。

53. 求在圓周線上截取一弧, 令等於既定之切線。(第四十七圖)

解法。 設 AD 爲圓周弧, AB 爲既定之切線。由 B 點起用分段規作若干等分, (每分之距離愈小愈準), 至近切點 A 而止。復由 A 之最近一等分點起, 準前距離於 AD 弧上作同數之等分, 至 D 點, 則 AD 弧卽等於 AB 切線。

設有若干圓周弧, 公切於一點, 而最大之弧不過 60° 。可於 AB 線上截取 AC , 令等於 AB 之四分之一。乃以 C 爲圓心, CB 爲半徑, 作 $DBEF$ 弧則 AD, AE, AF 均合所求。(此法雖不能十分正確, 而於應用雜題中, 可云切近無誤。)

54. 求於切線上截取一段, 令等於既定之弧。(第四十八圖)

解法。 如上節所述, 用分段規直測法, 此題中亦可應用之。惟圓周弧之小於 60° 者, 普通求法如次。設 AD 爲既定之圓周弧, AB 爲切線。作 AD 弦, 并引長至 C , 令 AC 等於 AD 之半。乃以 C 爲圓心, CD 爲半徑, 作 DB 弧與 AB 相交於 B 點, 則 AB 卽爲所求之長。

第四章

圓

55. 定義。任於面上取二點，聯成直線，設此直線與面全相貼合，則此面爲平面。其形係以線於平面上圍取之者，謂之平面形，在其界內者爲其面積。

以一曲線圍成平面形，而此線上各點，距此形內之某點恆相等者謂之圓。稱此點爲圓心，稱此曲線爲圓周。圓周上任取一段謂之弧。貫圓心而兩端抵圓周之直線謂之直徑。由圓心至圓周上任意之點，聯成直線，謂之半徑。

由直徑分圓周爲兩分，各爲半圓。

圓周上任取二點，聯成直線，謂之弦。

直線僅與圓周交於一點者謂之切線，其交點謂之切點。

56. 求作一圓，令通過不在一直線上之三定點。(第四十九圖)

解法。設 A, B 及 C 爲三定點。聯接 AB 及 BC ，且作 AB 及 BC 之垂直平分線，得交點 O 。乃以 O 爲圓心， OA 或 OB 或 OC 爲半徑，作圓即合所求。

57. 求分圓周爲六等分。(第五十圖)

解法。設 O 爲與圓之圓心，作直徑 AB 。乃以 A 及 B 爲圓心， OA 或 OB 爲直徑，作二弧，令與 O 圓周相交於 a, b, c, d 四點，則此四點與 A, B 二點即爲所求之等分點。

58. 已知半徑，求作一圓，令通過一直線上兩定點。(第五十一圖)

解法。設 A 及 B 爲 AB 直線上兩定點。以 A 及 B 爲圓心，以已知半徑爲半徑，作二弧，得交點 O 。復以 O 爲圓心， OA 或 OB 爲半徑作圓，即合所求。

59. 由 $\circ$ 圓內 P 點求引一弦,令其長等於 L , (第五十二圖)

解法. 於 $\circ$ 圓周上任取一點 a 為圓心,以 L 為半徑,作弧令與圓周相交於 b 點。聯接 ab ,作 oc 與 ab 垂直而與 ab 相交於 c 點。復以 $\circ$ 為圓心, oc 為半徑,作圓。更通過 P 點,作 AB, CD 二直線,令與此圓相切,而與 $\circ$ 圓周相交於 A, B, C, D 四點,則 AB, CD 均合所求之弦。

60. 由圓周上一定點求引切線。(第五十三,五十四,五十五圖)

解法(甲) 設 P 為圓周上一定點。以 P 為圓心,任取半徑截圓周於 a, b 兩點。聯接 ab ,通過 P 點作 Pd ,令與 ab 平行,則 Pd 即為所求之切線。

解法(乙) 先作 AC 半徑。通過 A 點,作 AB 線,令與 AC 相垂直。則 AB 即為所求之切線。

解法(丙) 設 A 為圓周上一定點。由 A 點任作 AA' 弦,平分之且作垂直平分線,令與圓周弧相交於 o 。以 A 為圓心, Ao 為半徑,作 ab 弧,令與 AA' 相交,得交點 b 。更以 o 為圓心, ob 為半徑,作圓與 ab 弧相交於 a 。聯接 Aa ,即為所求之切線。

61. 由圓外一定點求作切線。(第五十六,五十七,五十八圖)

解法(甲) 設 P 為圓外一定點。以 P 為圓心,作弧令通過圓心 o 。復以 o 為圓心, o 圓之直徑為半徑,截 P 弧於 a, b 兩點。作 oa 及 ob ,得交點 m, n 。聯接 Pm 及 Pn ,即得所求之切線。

解法(乙) 設 P 為圓外一定點, C 為圓心。聯接 PC ,即以 PC 為直徑作圓,與 C 圓周相交於 A, B 二點。作 PA 及 PB 即得所求之切線。

解法(丙) 設 P 為圓外一定點。由 P 點任作 Pb 線,令與圓周弧相交於 a, b 二點。以 Pb 為直徑作半圓,由 a 點作 ac ,令與 Pb 相垂直,而與半圓周相交於 c 點。復以 P 為圓心, Pc 為半徑,截與圓周於 m, n 二點。聯接 Pm 及 Pn ,即得所求之切線。