中学奥赛题型精解系列丛书

奥赛题型精解

高中物理

本书主编
胡转过

丛书主编
杨林仙
卫胤风
李彩娟

赢在奥赛 赢在起点 赢在未来

全国百佳图书出版单位
百佳
中华人民共和国新闻出版总署评定

中国时代经济出版社

中学奥赛题型精解系列丛书

奥赛题型精解

高中物理

中国时代经济出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥赛题型精解．高中物理／胡转过主编.
—北京:中国时代经济出版社,2010.1
(中学奥赛题型精解系列丛书／杨林仙,卫胤风,李彩娟主编)
ISBN 978-7-5119-0003-6
Ⅰ.奥…　Ⅱ.胡…　Ⅲ.物理课－高中－解题　Ⅳ.G634
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 210150 号

书　　名:奥赛题型精解．高中物理
出 版 人:宋灵恩
作　　者:胡转过
出版发行:中国时代经济出版社
社　　址:北京市西城区车公庄大街乙 5 号鸿儒大厦 B 座
邮政编码:100044
发行热线:(010)68320825　68320484
传　　真:(010)68320634
邮购热线:(010)88361317
网　　址:www.cmepub.com.cn
电子邮箱:zgsdjj@hotmail.com
经　　销:各地新华书店
印　　刷:北京市鑫海达印刷有限公司
开　　本:880×1230　1/32
字　　数:630 千字
印　　张:18.5
版　　次:2010 年 1 月第 1 版
印　　次:2010 年 1 月第 1 次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5119-0003-6
定　　价:30.00 元

前　言

众所周知，奥林匹克竞赛活动的宗旨，主要是激发青少年对科学的兴趣。通过竞赛达到使大多数青少年在智力上有所发展，在能力上有所提高的目标。并在普及活动的基础上，为少数优秀的青少年脱颖而出、成为优秀人才创造机遇和条件。

《中学奥赛题型精解系列》丛书的宗旨就是要激发学生学习兴趣，拓宽学生学习思路，发展学牛智力。丛书按照新教材的全部知识点和竞赛的测试范围分类编写，梳理知识点，点拨重点，突破难点，将重难点知识与竞赛中的新知识接轨，进行系统的讲解归纳。收集大量的竞赛信息，选择经典例题，整理解法，为参赛学生提供最具实战意义的试题、最系统的竞赛解题方法，使之成为最系统、最实用、最完整的竞赛用书。

本丛书既能作为中学生参加奥林匹克竞赛活动的培训与辅导用书，同时也可以作为广大中学生平时学习的参考用书。

丛书编者长期从事奥林匹克竞赛教育工作，他们有丰富的奥赛教学经验，本丛书是他们多年心血的结晶和经验的总结。由于时间仓促，难免会有不足之处，希望读者批评指正。

编　者

2009 年 12 月

目　　录

第一部分　基础知识

1 第一章 静力学

知识概要

一、摩擦力和摩擦角

(一)摩擦力

两个互相接触的物体间有相对运动或者有相对运动趋势时，这两个物体的接触面上就会出现阻碍相对运动的进行或阻碍相对运动发生的力，这就是摩擦力。前者是滑动摩擦力，后者是静摩擦力。摩擦力方向与相对运动或相对运动趋势方向相反，沿接触面的切线方向。

静摩擦力大小：　　$0 \leqslant f \leqslant f_m$

式中，f_m为最大静摩擦力。

滑动摩擦力：　　$f_{动} = \mu_{动} \cdot N$

滚动摩擦：滚动摩擦的产生是由圆柱体和地面接触处的形变引起的。滚动摩擦一般远小于滑动摩擦，所以它对物体的影响我们常不予考虑。

以上谈的都是固体之间的摩擦问题，下面简短谈谈流体与固体之间的摩擦。流体(气体或液体)不会对与它相对静止的物体施加摩擦力，但要对在其中运动的物体施加阻力。粗略地说，在流体的粘滞性较大，运动物体较小、较慢的情况下，阻力 f 正比于 v,$\sqrt{S}$和粘滞性(v,S 分别为运动速度，横截面积)；在相反的情况下，阻力 f 正比于 v^2 和 S，但与粘滞性无关。通常在空气中的坠落、行驶或飞翔属于后一种情况。

(二)摩擦角

很多计算中常常涉及"摩擦角"和"全反力"。

设两接触面间的静摩擦因数为 μ_s，则

$$\varphi = \arctan\mu_s$$

叫此两接触面间的摩擦角。如图 1—1 所示：摩擦角的几何意义是：当两接触面的静摩擦力达到最大值时，静摩擦力 f_m 与支持面的支持力 N 的合力 R 与接触面法线间的夹角即为摩擦角。

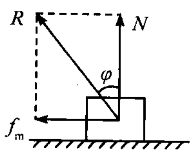


图 1—1

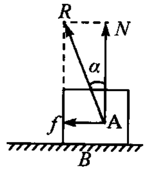


图 1—2

如图 1—2，A 物体放在支持面 B 上，B 对 A 的支持力为 N，B 对 A 的摩擦力为 f，则 N 和 f 的合力 R 叫 B 对 A 的全反力。显然，当 R 与法线的夹角 $\alpha \leqslant \varphi$ 时，摩擦力不会超过最大静摩擦力，则 A、B 之间不会发生相对滑动。

二、有固定转动轴的物体的平衡

力可以使物体发生转动，物体转动时，它的各点都沿圆周运动，圆周的中心在同一直线上，这条直线叫转动轴，而一个力使物体转动的效果取决于力矩（力×力臂）。如果有几个力作用在物体上，那么这几个力共同对物体的转动效果取决于它们力矩的代数和，力矩的代数和不等于零，物体将作变速转动；力矩的代数和等于零，物体将保持静止或匀角速转动。

实验证实：有固定转动轴的物体的平衡条件是力矩的代数和等于零或者说合力矩为零。即

$$M_1 + M_2 + M_3 + \cdots + M_n = 0$$

或

$$\sum M = 0$$

三、一般物体的平衡条件

一般物体的平衡条件是指物体既满足平动的平衡条件，又满足转动的平衡条件，即

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_0(F) = 0 \end{cases}$$

其中，$\sum M_0(F)$ 是指所有力对任一点的力矩的代数和为零，在满足 $\sum F_x = 0$，$\sum F_y = 0$ 的条件下，可以证明，当所有力对于某一点的力矩的代数和为零时，对任一点的力矩的代数和都等于零。因此，在实际应用时可以选择适当的转轴 O，使方程得以简化。

例题举证

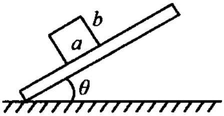
例 1 底边为 a，高度为 b 的匀质长方体物块置于斜面上，斜面和物块之间的静摩擦因数为 μ，斜面的倾角为 θ，当 θ 较小时，物块静止于斜面上（图例 1—1），如果逐渐增大 θ，当 θ 达到某个临界角 θ_0 时，物块将开始滑动或翻倒。试分别求出发生滑动和翻倒时的 θ，并说明在什么条件下出现的是滑动情况，在什么条件下出现的是翻倒情况。

解 刚开始发生滑动时，

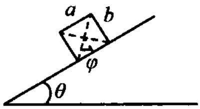
$$mg\sin\theta_0=\mu mg\cos\theta_0$$

$\tan\theta_0=\mu$，即 $\theta_0=\arctan\mu$

刚开始发生翻倒时，如图例 1－2 所示，有 $\theta_1=\varphi$，



图例 1－1



图例 1－2

$\tan\varphi=\dfrac{a}{b}$，$\varphi=\arctan\dfrac{a}{b}$

即 $\theta_1\geqslant\arctan\dfrac{a}{b}$ 时，发生翻倒。

综上所述，可知：

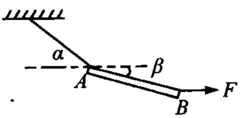
当 $\mu>\dfrac{a}{b}$ 时，θ 增大至 $\arctan\dfrac{a}{b}$ 开始翻倒；

当 $\mu<\dfrac{a}{b}$ 时，θ 增大至 $\arctan\mu$ 开始滑动。

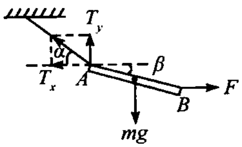
例 2 在均匀木棒 AB 的两端各系一根轻绳，系 A 端的绳另一端固定在天花板上，系 B 端的绳用力 F 拉成水平（图例 1－3）。绳和棒与水平方向的夹角分别为 α 和 β，试证明：$\tan\alpha=2\tan\beta$。

解 如图例 1－4，以 A 为固定转轴：

$F\cdot L\cdot\sin\beta=mg\cdot\dfrac{L}{2}\cdot\cos\beta$



图例 1－3



图例 1－4

即 $$\tan\beta=\frac{mg}{2F}$$

绳对 A 点的作用力 T 可分解为水平方向 T_x 与竖直方向 T_y，则由 AB 棒受力平衡可得

$$T_x=F$$
$$T_y=mg$$

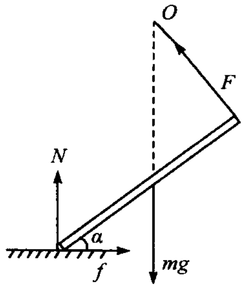
所以 $\tan\alpha=\dfrac{T_y}{T_x}=\dfrac{mg}{F}$

故 $\tan\alpha=2\tan\beta$

例 3 一人对一均匀细杆的一端施力，力的方向总与杆垂直，要将杆从地板上无滑动地慢慢抬到竖直位置，试求杆与地板之间的静摩擦因数至少应为多大？

解 方法Ⅰ 根据一般物体的平衡条件解。

假如杆与地面之间的静摩擦因数足够大，杆处于任一位置时均不滑动。设杆与地面夹角为任意角 α，则受力平衡，如图例 1－5。取 O 点为转动轴，则杆受各力对此假想轴的力矩的代数和应为零，而 mg 和 F 对 O 的力矩都为零，所以 N 的力矩和 f 的力矩大小相等方向相反。



图例 1－5

设杆长 $2l$，则

$$Nl\cos\alpha=fl(\sin\alpha+\frac{1}{\sin\alpha})=\frac{1+\sin^2\alpha}{\sin\alpha}fl$$

又因为杆与地面不发生滑动，即

$$\mu\geqslant\frac{f}{N}$$

可得 $\mu\geqslant\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{1+\sin^2\alpha}=\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{1}{2\tan\alpha+\cot\alpha}$

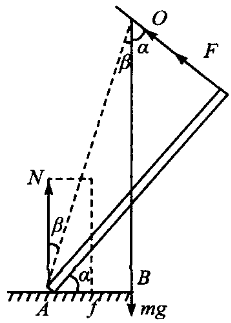
对于 0～90°之间任意角，上式均应成立。所以 μ 的最小值应等于 $\dfrac{1}{2\tan\alpha+\cos\alpha}$ 的最大值，即求 $2\tan\alpha+\cos\alpha$ 的最小值即可。

令 $a^2=\tan\alpha$ 则 $\cot\alpha=\dfrac{1}{a^2}$

则 $2\tan\alpha+\cot\alpha=(\sqrt{2}a-\dfrac{1}{a})^2+2\sqrt{2}$

则 $\mu_{\min}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

方法Ⅱ 用摩擦角解题，设摩擦角为 β。β 见图例 1－6，根据摩擦角定义，$\tan\beta=\dfrac{f}{N}$. 若想杆相对地面无滑动



图例 1－6

则 $\mu\geqslant\tan\beta$ 即可

由图可知 $\tan\beta=\dfrac{AB}{OB}$

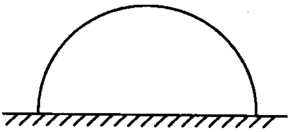
设杆总长 $2l$，且此时杆与地面所成夹角为 α，

则 $AB=l\cos\alpha$ $OB=l\sin\alpha+\dfrac{L}{\sin\alpha}$

即 $\mu\geqslant\tan\beta=\dfrac{\cos\alpha}{\dfrac{1}{\sin\alpha}+\sin\alpha}=\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{1+\sin^2\alpha}$ 以下同方法Ⅰ。

例 4 如图例 1－7 在一个置于水平面上的表面光滑的半径为 R 的半圆柱面上，置有一条长为 πR 的均匀链条，链条的质量为 m。其两端刚好分别与两侧的水平面相接

触，求此链中张力的最大值为多少？

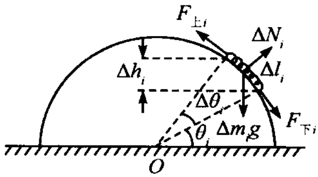


图例 1－7

解Ⅰ　微元法，由力的平衡求解

以 λ 表示单位长度链的质量，则

$$\lambda=\frac{m}{\pi R},$$



图例 1－8

如图例 1－8，设想将此右侧的半条链分为很多微小段，现取其中的任一小段 Δl_i 来考察，则它受到重力 $\Delta m_i g$、柱面对它的弹力 ΔN_i 和上、下两小段对它的拉力 $F_{上i}$ 和 $F_{下i}$ 四个力的作用，令此小段所对的圆心角为 $\Delta\theta_i$，此小段下端所对应的半径与水平面间的夹角为 θ_i，则由力的平衡关系，沿圆弧切线方向的方程为

$$\begin{aligned}F_{上i}-F_{下i}&=\Delta m_i g\cos\theta_i=\lambda\Delta l_i g\cos\theta_i\\&=\lambda g\Delta h_i,\end{aligned}$$

上式中 $\Delta h_i=\Delta l_i\cos\theta_i$ 为弧段 Δl_i 在竖直方向上的投影。以 1、2、3…N 表示自下至上各小段的编号，则由上式有

$$\begin{aligned}&F_{上1}-F_{下1}=\lambda g\Delta h_1\\&F_{上2}-F_{下2}=\lambda g\Delta h_2\\&\cdots\cdots\\&F_{上N}-F_{下N}=\lambda g\Delta h_N\end{aligned}$$

依题意显然有 $F_{下1}=0$，$F_{上N}=F$，并且还应有关系

$$F_{上i}=F_{下(i+1)}$$

将上述的各式左右两边分别对应相加，并且根据这里所建立的几个关系，便有

$$\begin{aligned}F_{上N}-F_{下1}&=\lambda g(\Delta h_1+\Delta h_2+\cdots\cdots+\Delta h_N)\\&=\lambda gR=\frac{mg}{\pi}\end{aligned}$$

由于　　$F_{上N}=F$

即 $$F=\frac{mg}{\pi}$$

故得链内张力的最大值为$\frac{mg}{\pi}$。

解Ⅱ 微元法，由力矩的平衡求解

根据物体的平衡条件，以上述假设的水平力 F 牵引着的右侧半条链为研究对象，则它所受的全部外力对它的合力矩应为零。此时这半条链受到的力有水平拉力 F、自己的重力和柱面对它的弹力，取柱面截面的圆心 O 为转轴来研究各力对 O 的力矩。显然，F 对 O 的力矩 M_F 的大小为

$$M_F=FR$$

为研究重力 G 和弹力 N 对链条作用的力矩，仍设想将链条分为很多小段，由于柱面对每小段的弹力都与该处柱面垂直，即沿半径方向，则其作用线过 O 点，对 O 点的力矩为零，故弹力对这半条链产生的对 O 点的总力矩 M_N 也为零，即

$$M_N=0$$

再令图例 1－8 中 Δl_i 的重力对 O 点产生的力矩为 ΔM_i，由图可见其重力 $\Delta m_i g$ 的力臂为 $R\cos\theta_i$，则

$$\Delta M_i=\Delta m_i g\cdot R\cos\theta_i=\lambda\Delta l_i gR\cos\theta_i=Rg\lambda\Delta h_i$$

同解Ⅰ的推导，可以得出各小段的重力对 O 点产生的力矩的代数和为

$$M_G=\sum\Delta M_i=Rg\lambda R。$$

M_G 与 M_F 方向相反，互相平衡。则

$$M_G=M_F$$

代入可得 $$F=\frac{mg}{\pi}$$

解Ⅲ 假设法，由能的守恒和转化关系求解

假想圆柱右侧半条链在拉力 F 作用下很缓慢地移动一个很小的距离 Δx，即半条链上端水平向左移 Δx，下端上升 Δx，又达到一个平衡状态。此过程中，拉力 F 对半条链做的功为 $W_F=F\Delta x$

可认为链下端一小段 Δx 移至最上端，其他部分不动，即链的势能增加量 $\Delta E_P=\lambda\Delta xRg$

由能量守恒可得 $W_F=\Delta E_P$

即 $$F\Delta x=\lambda\Delta xRg$$

可得 $$F=\lambda Rg=\frac{mg}{\pi}$$

例 5 质量为 m 的小木块和水平地面之间的动摩擦因数为 μ，如图例 1－9(a)用一个与水平方向成多大角度的力 F 拉着小木块做匀速直线运动最省力？

解Ⅰ 根据物体做匀速直线运动处于受力平衡状态，合外力为零。如图例 1－9(b)列方程。

$$\begin{cases}F\cos\alpha=\mu N,\\ N+F\sin\alpha=mg.\end{cases}$$

消去 N

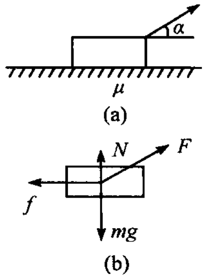
$$F=\frac{\mu mg}{\cos\alpha+\mu\sin\alpha}$$

$$=\frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}\left(\sin\alpha\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}+\cos\alpha\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\right)}$$

$$=\frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}\sin(\alpha+\beta)}$$

式中 $\beta=\tan^{-1}\dfrac{1}{\mu}$　　当 $\sin(\alpha+\beta)=1$　即 $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$

$\alpha=\tan^{-1}\mu$ 时，F 有极小值 $\dfrac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$

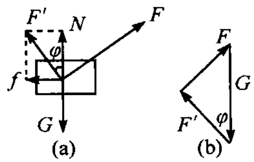


图例 1—9

解Ⅱ　用摩擦角解题

如图例 1—10(a)，将摩擦力 f 和地面对木块的弹力合成一个力 F'，摩擦角为 $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{f}{N}=\tan^{-1}\mu$，受力如图例 1—10(b)，作出力的三角形可看出当 F 垂直于 F' 时 F 最小，即当 F 与水平方向成 $\varphi=\tan^{-1}\mu$ 时最小。

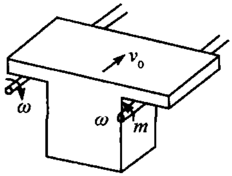
例 6　一质量 $m=20\text{kg}$ 的钢件，架在两根完全相同的平行长直圆柱上，如图例 1—11 所示，钢件的重心与两圆柱等距，两圆柱的轴线在同一水平面内，圆柱的半径 $r=0.025\text{m}$，钢件与圆柱间的动摩擦因数 $\mu=0.20$。两圆柱各绕自己的轴线做转向相反的匀速转动，角速度 $\omega=40\text{rad/s}$。若沿平行于圆柱轴的方向施力推着钢件做速度为 $v_0=0.050\text{m/s}$ 的匀速运动，求推力应多大？（设钢件不发生横向运动）



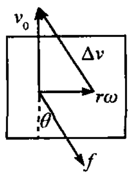
图例 1—10

解析　本题关键是搞清滑动摩擦力的方向，滑动摩擦力的方向与相对运动的方向相反，由于钢件和圆柱都相对地面在运动，直接不易观察到相对运动的方向，而且钢件的受力不在同一平面内，所以考虑“降维”，即选一个合适的角度观察。我们从上往下看，画出俯视图，如图例 1—11 所示。

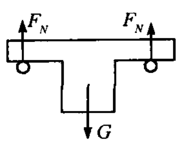
我们先考虑左边圆柱与钢件之间的摩擦力，先分析相对运动的方向，钢件有向前的速度 v_0，左边圆柱有向右的速度 $r\omega$，则钢件相对于圆柱的速度是 v_0 与 $r\omega$ 的矢量差，如图中 Δv 即为钢件相对于圆柱的速度，所以滑动摩擦力 f 的方向与 Δv 的方向相反，如图例 1—12(a)所示。



图例 1—11



图例 1—12(a)



图例 1—12(b)

以钢件为研究对象，在水平面上受到推力 F 和两个摩擦力 f 的作用，设 f 与圆柱轴线的夹角为 θ，当推钢件沿圆柱轴线匀速运动时，应有

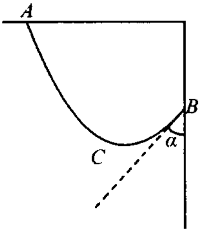
$$F=2f\cos\theta=2f\frac{v_0}{\Delta v}=2f\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2+(r\omega)^2}}$$

再从正面看钢件在竖直平面内的受力可以求出 F_N，如图例 1－12(b)所示，钢件受重力 G 和两个向上的支持力 F_N，且 $G=2F_N$，

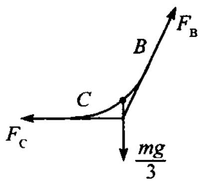
所以把 $F_N=\dfrac{G}{2}$，$f=\mu F_N$ 代入上式，得

推力 $F=2\mu F_N\cdot\dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2+(r\omega)^2}}=2\mu\dfrac{mg}{2}\cdot\dfrac{v_0}{\sqrt{v_0^2+(r\omega)^2}}=2\text{N}$

例 7 如图例 1－13，在墙角处有一根质量为 m 的均匀绳，一端悬于天花板上的 A 点，另一端悬于竖直墙壁上的 B 点，平衡后最低点为 C，测得绳长 $AC=2CB$，且绳 B 点附近的切线与竖直成 α 角，则绳在最低点 C 处的张力和在 A 处的张力各多大？



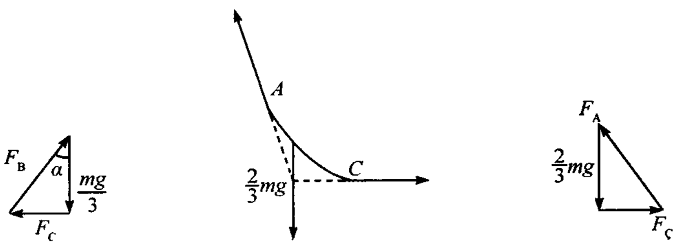
图例 1－13



图例 1－14

解 首先，我们取 BC 段绳子为研究对象，受力如图例 1－14，C 端受 AC 拉力 F_C，方向水平向左；B 端受拉力 F_B，方向与竖直成 α 角。由于物体受三个力处于平衡状态，合力为零，所以三力必构成如图所示闭合三角形关系，可得

$$F_C=\frac{mg}{3}\tan\alpha$$



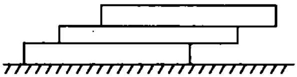
图例 1－15

再取 AC 为研究对象，受力如图例 1－15，其中重力为$\frac{2}{3}mg$，C 端拉力已知，三力共点构成直角三角形，所以

$$F_A=\sqrt{F_C^2+\left(\frac{2}{3}mg\right)^2}$$

即
$$F_A=\frac{mg}{3}\sqrt{\tan^2\alpha+4}$$

例 8 长度为 L 的相同砖块平堆在地面上，上面一块相对下面一块伸出 $L/4$，如图例 1－16 所示，求最多可以堆多少块刚好不翻倒。

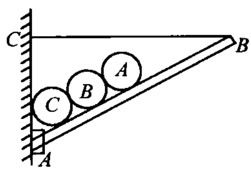


图例 1－16

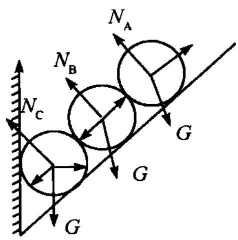
解 一块砖的重心在$\frac{L}{2}$，每在上面叠一块砖时，由于伸出$\frac{L}{4}$，两砖总长$\frac{5}{4}L$，共同重心在总长一半，设可以最多堆 n 块砖，要使其不翻倒，去掉最下面一块砖后上面$(n-1)$块砖的重心不能超出下面砖的边线，即

$(n-1)\frac{L}{4}\leqslant L$，　　故 $n\leqslant 5$。

例 9 有一轻质木板 AB 长 L，A 端用铰链固定在竖直墙上，另一端用水平轻绳 CB 拉住。板上依次放着 A、B、C 三个圆柱体，半径均为 r，重均为 G，木板与墙的夹角为 θ，如图例 1－17 所示，不计一切摩擦，求 BC 绳上的张力。



图例 1－17



图例 1－18

解 以木板为研究对象，木板处于力矩平衡状态，若分别以圆柱体 A、B、C 为研究对象，作受力分析如图例 1－18 所示。设支持力分别为 N_A，N_B，N_C，BC 绳的张力为 F，根据共点力平衡和力矩平衡，可列出方程得

$$N_B=N_A=G\sin\theta \qquad ①$$

$$N_C=\frac{3G\cos\theta}{\tan\theta}+G\sin\theta \qquad ②$$

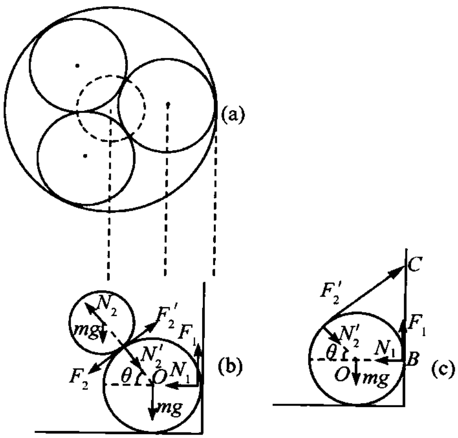
$$Fl\cos\theta = N_C \frac{r}{\tan\frac{\theta}{2}} + N_B\left(\frac{r}{\tan\frac{\theta}{2}} + 2r\right) + N_A\left(\frac{r}{\tan\frac{\theta}{2}} + 4r\right) \qquad ③$$

①②③式联立，即可得

$$F = \frac{3Gr}{L}\left(2\tan\theta + \frac{1+\cos\theta}{\sin^2\theta\cos\theta}\right)$$

例 10　半径为 r、质量为 m 的三个相同的刚性球放在光滑的水平桌面上，两两互相接触。用一个无底的高为 1.5r 的圆柱形刚性圆筒将此三球套在筒内，圆筒内半径取适当值，使得各球间以及球与筒壁间均保持接触，但相互间无作用力。现取一质量也为 m、半径为 R 的第四个球，放在三球的上方正中。设四个球的表面、圆筒的内壁表面均由相同物质构成，其相互之间的最大静摩擦系数均为 $\mu = \frac{3}{\sqrt{15}}$（约等于 0.775)，问 R 取何值时，用手轻轻竖直向上提起圆筒即能将四个球一起提起来？

分析与解　这是一个平衡问题。首先画出各球受力图，如图例 1－20(b)所示。应该说明：



图例 1－20

①根据对称性，下面三球受力情况相同，只画三球中一个；

②下面三小球原只接触而无相互作用，上方放上半径为 R 的第四个球后，三小球间仍不会有相互作用；

③半径为 R 的球作用在下面球上的切向力是 F'_2，而不是 F_2，否则下面球不会平衡，而会转动；

④引入参量 θ 角，它由 R 的大小来定。

下面讨论中首先确定下面球两个有作用力的表面哪个面先达临界状态。

下面球作为研究对象，如图例 1－20(c)，关于球心 O 写出力矩平衡方程，得到