

師範叢書

中等學校算學教學法

Arthur Schultze 著

蘇 笠 夫 譯

中華民國二十三年八月初版

師範叢書

中等學校算學教學法一冊

The Teaching of Mathematics

in Secondary Schools

每冊定價大洋玖角

外埠酌加運費匯費

原著者

Arthur Schulze

譯述者

蘇笠夫

發行人

王雲五
上海河南路

印刷所

商務印書館
上海河南路

發行所

商務印書館
上海及各埠

*** 版權翻 ***
*** 所有必究 ***

紫

原 序

作者在 1906 年上曾爲紐約大學作過一年的講演，專門在討論「中等學校的算學教學法」，在這些講演中，大部份是具體的討論在實際教學時所發生的各種問題。這一本書的內容也是同樣的計劃，可惜因爲個人職務上的忙迫和身體的衰弱，不能把中等學校範圍內所有關於這一類的討論完全寫出來！但是關於重要與基本的題目的討論却非常詳盡，作者總希望對於沒有經驗的教師有所幫助，其實說來，對於這些新手如果只講些抽象的教育原理，不但無用而且是無意義。

這本書的主要目的是在使算學教學偏重訓練方面而減少敘述的方式。有好多教師很承認算學教學之所以有價值是在才能的訓練，而不只是算學事實的敘述。理論上雖然是這樣，但是一到了實際教學仍然是偏重敘述方面。學生仍然是只學些證明而不注意怎樣證法。所以這樣的原故，一部份是因爲外來的惡劣環境教師沒有方法去反抗不得不如此，一部份也是因爲有的教師根本不了解新式的算學教學法，他們多半是繼承他們的教師所用的舊方式。這是無疑義的在美國關於算學教學的兩本很著名的著作——一本係 David Eugene Smith 所作，一本係 J. W. Young 所作。——差不多各算學教師

們都得到它們極大的幫助，但是這兩本書倒不能答覆許多具體的問題，因為它們討論的範圍太廣大了。這本書討論的範圍雖然很狹小，却很詳盡很具體。所有關於小學教學方面，歷史方面，物質設備方面，算學學會方面，等等都一概放棄，即對於普通教學法也只討論其重要及最有用的部份。

這一本書極力主張算學教授應縮減敘述方面却積極指示如何訓練學生自己去解答問題而不是使他們只學習一些算學的事實，這是本書很時髦的一點。但是本書贊成寧犧牲算學裏尚有疑問的實用部份而不使之有礙真正算學的研究，這是本書不時髦的一點。著者固然認為有些實用工作極有用且富於興味，但不相信算學研究的真正

目 錄

	頁
第一章 算學教學的效能所以低微的原因	1—10
中學教育的失敗	1
算學教學的現狀 改良算學教學的意見 我們學校的缺點	
中學教育的效能所以低微的原因	5
太注重外表的成績 攷試 堆積的學習 兩種學習法 學校多半獎勵記憶而忽略推 理 特殊學生	
普通情形對於算學教學的影響	9
第二章 算學的價值與算學教學的目的	11—19
(I) 在實用方面的價值	11
算學與科學 算學與人生 算學與日常生活	
(II) 在訓練方面的價值	13
概言 單純 正確 結論確定 新穎 算學推理與處理事務推理的相似 大部份算 學的工作是在推理	
(III) 另外幾個功用	17
發展注意集中 增加自信力 養成優良的品性 培養創造力 總結 算學教學的根	

本原則

第三章 教學方式與教學方法	20—42
教學方式	20
考試式 背誦式 講演式 啓發式 個人式 實驗式	
算學教學法	28
綜合法與分析法 演繹法 兩種方法的比較 歸納法與演繹法 演繹與歸納的順序	
兩種方法的比較 探討法 什麼是探討法 教學方式 怎樣去實行探討法 優點	
缺點 實驗法 實驗室及其設備 優點 缺點	
第四章 算學的基礎	43—54
幾何的公理	43
幾何的基礎 哲學的看法	
非歐幾何與其公理	45
歐氏公設 洛巴斯楚斯開氏幾何 瑞滿幾何 最近對於幾何公理的見地。非歐幾何	
的價值 他種幾何	
代數的基本定律	49
定律 實物見地 形式見地 兩種見地的比較 結論	
教育上的結論	53
第五章 定義	55—72
定義的論理看法	55
什麼是定義 普通錯誤 困難 直線 角 平面 面	

定義的教育看法.....	60
教育上的價值 定義非界說 對於專門名詞的熟習	
開端的定義教學法.....	62
普通應注意之點 面與線 角 熟習名詞 數目的練習題 作圖練習題 實驗練習題	
更進一步的例證.....	71
平行線所作成的角 正射影	
第六章 怎樣教學幾何的初步命題.....	73—79
初步命題 普通這些命題的證法	
對於學生的影響.....	76
錯誤的開始 缺乏興味 對於學習方式的影響	
教學初步命題的合理方法.....	77
定理 習題	
第七章 幾何上的練習題.....	80—91
概論.....	80
呆板的命題與啓發式的練習	
練習題的重要.....	81
創作的思想 練習題作成最好的開始 興味 次序 結論	
練習題的教學法.....	85
教師方面應需的準備 進行的方式 練習題的創造	

表現幾何關係的圖示法.....	90
第八章 三角形相等	92—112
前兩個命題.....	92
疊合法能否避免 疊合法的教學法	
練習題.....	93
概論 證題法 I 創造習題的方法 習題一覽 證題法 II 這些習題的重要	
敘述證明的適宜方法	105
符號與詞句 意義不確定的符號 題設的敘述 證明的敘述	
末後的三個命題	108
注意之點 練習題 證題法 III 證題法 IV	
第九章 平行線	113—122
命題	113
平行線的定義 基礎定理的證法 練習題 證題法 V	
逆定理	116
普通定律 定律在教育上的價值 平行線的逆定理 練習題 三角形內角之和	
第十章 第一篇裏的各種論題	123—138
假設的作圖	123
二等邊三角形 假設作圖 應用 證題法 VI	
簡單作圖法	126

直尺與兩脚規 教育上的論點

不等的線與角 128

證法 應用 困難的練習題

多邊形 134

正量與質量 兩個定理的論點 練習題

第十一章 證題法 139—144

基本方法 證題法VII 證題法VIII 把定理當作問題來解答

第十二章 圓 145—151

圓與圓周 初步命題 定理的分析 推廣

練習題 149

第十三章 極限 152—158

謹嚴的論法 152

合理的論法 153

不能通約的場合 曲線的長度 普通的指示

第十四章 幾何第三篇 159—173

關於比例的定理 159

比及比例 關於某些定理

練習題 161

簡單習題 習題的創造 困難的習題

度量關係 165

命題 派塔各拉斯定理 分析 方向線的用途 公式的用途 不必要的演理 射影

角與射影 練習題的創造

第十五章 作圖法 174—202

軌跡 174

科學上的論點 教育上的論點

已知部份放置在一起 181

概論 三角形的基本作圖法

簡單作圖題的幾何分析 183

概說 具體的例證 詳細的討論

繁難作圖題的幾何分析 187

測出已知部份 作輔助線 移動 圍繞一點的旋轉 圍繞一線的旋轉

特別計畫 198

相似法

代數的分析 200

第十六章 作圖不能——有法多邊形 203—210

作圖不能 203

普通原則 三個著名的問題 π 的近似作圖

有法多邊形 206

等分圓周 具體的例 能作出的角

第十七章 關於立體幾何的幾點……………211—220

目的與困難……………211

立體幾何的特點 困難

模型……………212

模型的功用 模型的種類

圖……………213

照像或圖畫 透視或射影 斜射影 方格紙的應用 作圖時應注意之幾點

第十八章 實用問題……………221—226

實際上與科學上的應用 中和的見地 極端的見地 反對極端見地的理由 結論

實用問題的來源

第十九章 代數的學程……………227—237

緒論……………227

代數與幾何的比較 什麼時候去教學代數

應該學習什麼代數……………229

概論 形式工作的減少 學理方面的縮減 捷法 推理能力的培養 實用的節目

教學方針

第二十章 代數的主要部份……………238—275

開端論題……………238

第一課 頁數 數目的代入	
加減法	242
加法 減法 集合的符號	
乘法	243
符號法則 無例外的定律	
因數分解	246
什麼時候應學習因數分解 應該學習那些場合 贅冗的場合 分解 ax^2+bx+c	
困難的場合	
方程式與問題	254
恆等式與方程式 相等方程式 二次方程式 實用問題	
圖解	260

中等學校算學教學法

第 一 章

算學教學的效能所以低微的原因

中學教育的失敗

算學教學的現狀——近來有許多的人們都不滿意算學教學的結果，因而改革教法的運動盛極一時，而好些算學教師們更因之增加研究算學教育的興味。雖然現在教育學是進步了，算學教師也都努力了，但是普通所得的效果仍然不能令人滿意。據學校考試所得的皮相成績常常很有可觀，然而其實並不是這樣。學生並得不到算學的真精神，往往不能應用他的算學知識到高深的工作或實用問題上。只要你有機會測驗普通學生所得的真正算學教學的結果，你一定發現這種教育的效能是異常的低微。

改良算學教學的意見——算學教學的方法亟應該去改良，差不多這是普通的意見。但是討論到從前教學法缺點之所在，與改革辦

法，則意見紛歧莫衷一是。

“算學能戕賊人的本性，怎樣教授也無甚效果的，只因它有相當用途才忝列中學課程之一”——“它與人生太隔絕了，以至不能引起學生的興味”——“決沒有像這樣東西而能夠用以訓練才能的，因而算學教育並無價值可言，”等等。這些理由都是不喜歡算學的人們所主張的，其實他們並不完全了解算學的真正性質，他們居然願意把算學改換成他們所喜歡的科目，如經濟學，心理學等。

“算學教育之所以無效果，可以說完全是因為教師沒有盡到他們的力量，同時他們也不能使學生盡量的工作，”這是校長或督學有時發表的意見。

還有些算學教師（幸已日見減少）這樣說：“學校的算學必須使之嚴刻化。如果用科學的態度教授極限與不能通約量（Incommensurable quantity）的意義，同時不隨隨便便的假定可以證明的事物，這樣每個畢業生再不至不了解算學，再聽不到 $\sqrt{a^2+b^2}$ 等於 $a+b$ 的謬論。”

但除去這些門外漢或偏見者，差不多所有的算學教師們都在試

試教算學，甘中多數的士張私與純粹科學時而當當

足以表現算學教育學有了很長足的進步。不過只根據這一個原則，縱然盡其量的應用，能否整理教材使澈底的得着進步，似乎是個疑問。況且按現在的環境，只靠着變更教材，能否得着進步，也是疑問；因為教育效能的低微，並不只限於算學，其他學科也是一樣。普通學生在很短的時間便忘掉了許許多多他所學過的歷史，物理，經濟，有人曾這樣說過，他們實在得着的知識比較他們已經學過的知識總量與程度相差不可以道里計，並非虛語。所以算學教學之所以失敗，不能只歸罪教材的選擇不當，主要的應歸罪於各種學科教學上所共患的普遍病因。

換一句話說，作者認為我們不要只歸罪局部的病因，必須整個的注意，因此只有分析所以使各科教學失敗的總源，庶幾能發現正當的改革辦法。

我們學校的缺點——雖然我們不能否認最近幾十年來教育上有長足的進步，但是仍有許多的事實表現出來，我們學校所得的效果並不償學生與教師雙方所費的時間與努力。一般空論的教育家似乎在贊譽現在的學校，然而所有公正的人們只要有機會去測驗畢業學生的真正成績與着實的知識，總是要對於現在所稱道的學校懷疑。商人尋覓櫃夥時，總是感到從來沒有像現在這樣的困難去尋得一個妥當人，又能寫，又會算。中學的教師們當招生時，看到好多的新生，雖然考查他們過去考試的成績很好，其實對於小學課程了解的太少了，同時教授們對於中學教育也頗抱悲觀。再翻閱許多出版物中的批評，大多數也都是表示不滿意現在的學校。

有好些教育者總是想法譏誚這樣的議論，認為是可恥的誇大與吹牛。但是凡親身與學生或畢業生接觸過的人們，沒有人否認這些個論調。實在大多數的學生，不但忘掉了不必要的事實，而且竟忘掉那些最基本最切要的東西。可以說，這樣低微的效果，殊不足以酬償所費掉的時間與努力！

有的人們或許這樣設想，認為學生雖然所獲得的知識極為有限，也許是得到了才能以作補償。但是這一方面的獲得也微乎其微，而且這種獲得也多半是因為個人的自然發達，並不是埋首死讀的結果。無論誰個只要有機會考察青年在學校的工作，就可看出他們用理解力的地方很少。決不是大多數的學生沒有生就基本的智慧，乃是他們無機會去用它，他們似乎不曉得理解力是尋求答案的較好工具，至少比無思想的重述字句高明百倍。

最顯然的收穫要算是普通教養上訓練上的效果了。不過這也不是死讀與臨時用功而得的結果，乃是學校裏教育空氣所熏染的影響；其中懶惰學生與勤苦學生所得的幾乎是一樣。總之，我們無論在那一方面，總找不到一個中學生四年勤苦工作與努力所得到的相當效果！

如果我們只估計真正的結果，並不把誤謬的考試成績作標準，我們很難說現在普通的中等學校是一架有效能的機關。着實說來一個中庸才智的學生只須在四年中每天受着二三小時的有效教育，便

中學教育的效能所以低微的原因

太注重外表的成績——學校教育的效能所以低微的原因自然是很多，不過其中最主要的一個，似乎是因為學校太注重表現工作了。真正的成績沒有可稱道的，往往只把‘表現’當作主要的目的，只為考試的成績不惜把課程堆積起來（拼命增加教授的數量），實行絕不宜于學生的獎勵，寧犧牲了好的教學法，都是因為這種虛榮心從中作祟。

考試——我們都曉得太着重了考試定然發生很壞的影響，此地我們無須對於這一點十分的詳細討論。歸納起來可以說，適宜的考試是必要的，但是如果把考試當作學校生活的中心，便會發生弊端，尤其是帶有競爭性的考試。同時把考試看作工作的測驗標準，或看作學校效率的指示記號，並不可靠。極端不好的考試成績，固足以表示教育的缺陷，即一種非常好的成績，也不見得就真正表示一個學校的效率，甚或適得其反。這樣好的成績反常常表示教學方法的誤謬與教師學生雙方的共同作弊。總之，考試絕不是測驗學校效率的正當方法，這種事實早已為各文明國所承認，因而在許多國家裏都在降低考試的價值，在美國有許多教授在反對濫用考試，但可惜行政人員往往反對此說，因而考試濫用的毒害仍得以苟延下去。

堆積的學習——現在有許多人盡量的在吞進知識的食物，以至不能消化，我們常常看到（一點也不稀奇）一個受過教育的人每月一定要讀幾種小說與好些雜誌，每星期要看一次戲劇，更常常的參