



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



电子信息与电气学科规划教材·电子信息科学与工程类专业

离散信号检测与估计

马淑芬 王菊 朱梦宇 魏国华 编著 吴嗣亮 主审



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

电子信息与电气学科规划教材·电子信息科学与工程类专业

离散信号检测与估计

马淑芬 王 菊 朱梦宇 魏国华 编著

吴嗣亮 主审

图书在版编目(CIP)数据

离散信号检测与估计

马淑芬, 王菊, 朱梦宇, 魏国华 编著.

北京: 电子工业出版社, 2010.

ISBN 978-7-302-22828-8

离散信号检测与估计

马淑芬, 王菊, 朱梦宇, 魏国华 编著.

北京: 电子工业出版社, 2010.

ISBN 978-7-302-22828-8

离散信号检测与估计

马淑芬, 王菊, 朱梦宇, 魏国华 编著.

北京: 电子工业出版社, 2010.

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本教材全面详细地介绍了随机信号处理的基础——信号检测与估计理论,共分三部分,第一部分概述了信号检测与估计理论的预备知识,包括随机变量及统计描述、随机过程及统计描述、Monte Carlo 仿真方法。第二部分介绍了信号参量的估计理论和信号波形的滤波理论,包括各种估计准则下信号参量的估计方法及性质、Wiener 滤波和 Kalman 滤波。第三部分介绍了信号的检测理论和信号波形的检测,包括简单假设检验、多元假设检验、复合假设检验,以及确定信号和随机信号的检测、未知参量的确定信号和随机参量信号的检测。

本书注重结构的完整性和内容的系统性,重视理论联系实际,精心设计一些例题以加深读者对理论概念和方法的理解和掌握,所介绍的检测和估计方法均可在计算机上实现。

本书可作为通信类、信息类、电子类、控制类和生物医学等专业高年级本科生和研究生的专业教材和参考书,也可作为相关科研人员的参考用书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

离散信号检测与估计 / 马淑芬等编著. —北京: 电子工业出版社, 2010.1

(电子信息与电气学科规划教材·电子信息科学与工程类专业)

ISBN 978-7-121-10067-3

I. 离… II. 马… III. 离散信号—信号检测—高等学校—教材 IV. TN911.23

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 227654 号

策划编辑: 韩同平

责任编辑: 周宏敏

印 刷: 北京市海淀区四季青印刷厂

装 订: 涿州市桃园装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 15.5 字数: 397 千字

印 次: 2010 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 4 000 册 定价: 32.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zllts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 言

随着现代通信理论、信息理论、计算科学与技术及微电子技术等的飞速发展,随机信号处理的理论和技术已成为信息与通信工程、电子科学与技术、控制科学与工程等众多学科的理论基础和有力工具,已在通信、雷达、声呐、图像、语音、生物医学和地震学等领域得到广泛应用。随机信号处理的基础理论是信号的检测与估计。学习信号检测和估计理论的基本理论、概念和方法,将为深入学习、研究随机信号统计处理打下坚实的基础;同时,也为解决实际应用问题打下良好的基础。

近十年来,为适应教学改革和科学技术的飞速发展,我国对教材建设十分重视,出版了大批教材,同时还引进了一些国外优秀教材。但有关随机信号处理基础的参考书中,多为研究生教材,针对本科生层次的相关教材很少。针对这种需求,本教材按照教育部制订的“普通高等教育‘十一五’国家级教材规划”的要求,根据作者为本科生讲授的“随机信号处理基础”课程讲义,总结多年的教学经验,参考国内外文献资料编写而成,是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

本书具有以下特点:

1. 对信号的检测与估计理论给出了比较完整的论述和介绍,以通俗易懂的方式阐述信号检测与估计的基本概念和理论方法,重视对概念的物理理解和方法的应用;
2. 通过大量实例,由浅入深,引导学生逐步加深理解和掌握信号检测与估计理论,例题多涉及雷达系统、通信系统和电路系统等的相关理论的应用;
3. 信号采用对连续时间波形的采样或时间序列的数字信号形式,信号检测与估计算法可以直接在计算机上实现,便于读者对信号检测与估计方法的理解和应用。

本书共分6章。第1章简单介绍了信号处理的发展概况,论述了随机信号处理的方法,概述了信号检测与估计的基本概念和理论方法。第2章回顾了信号检测与估计理论的预备知识,包括随机变量、随机矢量和随机过程以及其统计描述和主要统计特性,常用的随机过程,介绍了蒙特卡罗仿真方法。第3章讨论了信号参量估计的数学模型和估计量的性能评价,重点讨论了最小方差无偏估计、最大似然估计、线性最小均方误差估计、最小二乘估计和贝叶斯估计的定义、构造及性质,各种估计方法都从标量参量估计开始,并扩展到矢量参量估计。第4章介绍信号波形估计问题,讨论了离散维纳滤波器的结构,给出了FIR维纳滤波器和IIR维纳滤波器的设计,推导出了标量离散卡尔曼滤波和矢量离散卡尔曼滤波的递推算法,讨论了维纳滤波与卡尔曼滤波的关系。第5章在给出信号假设检验基本概念的基础上,讨论了简单假设检验的判决准则、判决式及性能,多元假设检验的判决准则、判决式,复合假设检验的基本概念和检验方法。第6章介绍信号波形的检测,讨论了匹配滤波器的概念和性质,高斯白噪声中确定信号波形的检测、随机信号波形的检测、未知参量的确定信号波形的检测和随机参量信号波形的检测。

本书第1章由马淑芬编写,第2章和第4章由魏国华编写,第3章由王菊编写,第5章和第6章由朱梦宇和马淑芬编写。马淑芬负责全书的统稿。吴嗣亮教授对本书进行了详细的

审阅，提出了许多宝贵意见，策划编辑韩同平对本书的编写给予了很大关心和支持，在此一并表示感谢！

本书可作为高等院校通信类、信息类、电子类、控制类和生物医学等专业高年级本科生和研究生的专业教材和教学参考书，也可供从事信号处理研究与应用的、科研和工程技术人员参考。

本书要求读者具有高等数学、信号与系统、概率论与数理统计、随机信号分析、线性代数等课程的基础知识。

由于作者水平有限，编写时间仓促，书中难免有疏漏和错误之处，敬请读者提出批评指正，谨在此表示感谢！

目 录

第 1 章 引言	(1)
1.1 信号处理发展概述	(1)
1.2 随机信号的处理方法	(2)
1.3 信号检测与估计问题	(3)
1.4 信号检测与估计理论概述	(5)
1.5 几点说明	(7)
第 2 章 基础知识	(8)
2.1 引言	(8)
2.2 随机变量	(8)
2.2.1 随机变量的分布函数和概率密度函数	(9)
2.2.2 随机变量的数字特征	(10)
2.2.3 一些常用的随机变量	(12)
2.3 随机矢量	(19)
2.3.1 随机矢量及其统计描述	(19)
2.3.2 联合高斯随机矢量	(20)
2.4 随机过程	(21)
2.4.1 随机过程的统计描述	(22)
2.4.2 随机过程的平稳性	(26)
2.4.3 随机过程各态历经性	(26)
2.4.4 平稳随机过程的功率谱密度	(27)
2.5 常用的随机过程	(30)
2.5.1 白噪声	(30)
2.5.2 高斯随机过程	(31)
2.6 Monte Carlo 方法	(32)
2.6.1 随机数的产生	(32)
2.6.2 估计量的统计特性分析	(35)
2.7 小结	(37)
习题	(37)
第 3 章 估计理论	(39)
3.1 引言	(39)
3.1.1 估计的数学模型	(39)
3.1.2 估计量的性质	(40)
3.2 最小方差无偏估计	(42)
3.2.1 均方误差最小准则和最小方差无偏准则	(42)

3.2.2	基于克拉美-罗不等式的最小方差无偏估计	(44)
3.2.3	基于充分统计量的最小方差无偏估计	(53)
3.2.4	最佳线性无偏估计	(57)
3.3	最大似然估计	(61)
3.3.1	似然函数与概率函数	(61)
3.3.2	最大似然估计的定义	(61)
3.3.3	最大似然估计的构造	(62)
3.3.4	最大似然估计的性质	(63)
3.3.5	矢量参量的最大似然估计	(68)
3.4	最小二乘估计	(70)
3.4.1	最小二乘估计的定义	(70)
3.4.2	线性最小二乘估计	(71)
3.4.3	线性最小二乘加权估计	(75)
3.4.4	线性最小二乘估计量的性质	(78)
3.4.5	线性最小二乘递推估计	(79)
3.4.6	约束线性最小二乘估计	(84)
3.4.7	非线性最小二乘估计	(86)
3.5	贝叶斯估计	(88)
3.5.1	贝叶斯原理	(89)
3.5.2	先验概率分布	(90)
3.5.3	代价函数	(91)
3.5.4	贝叶斯估计量的构造	(92)
3.5.5	矢量参量的贝叶斯估计	(97)
3.5.6	最小均方误差估计的性质	(99)
3.6	线性最小均方误差估计	(100)
3.6.1	线性最小均方误差估计定义	(100)
3.6.2	线性最小均方误差估计量的构造	(102)
3.6.3	线性最小均方误差估计的性质	(107)
3.6.4	贝叶斯高斯-马尔可夫定理	(109)
3.7	小结	(109)
	习题	(110)
第4章	波形估计	(113)
4.1	引言	(113)
4.2	Wiener 滤波	(113)
4.2.1	正交原理	(114)
4.2.2	离散 Wiener 滤波	(114)
4.3	Kalman 滤波	(122)
4.3.1	随机过程的状态空间模型	(123)
4.3.2	离散 Kalman 滤波	(124)

4.3.3 Kalman 滤波与 Wiener 滤波的关系	(134)
4.4 小结	(135)
习题	(136)
第 5 章 检测理论	(137)
5.1 引言	(137)
5.2 假设检验	(137)
5.2.1 假设检验的数学模型	(137)
5.2.2 假设检验的结果	(140)
5.3 判决准则	(142)
5.3.1 贝叶斯准则	(142)
5.3.2 最小错误概率准则	(146)
5.3.3 最大后验概率准则	(149)
5.3.4 奈曼-皮尔逊 (Neyman-Pearson, NP) 准则	(149)
5.4 假设检验的性能——接收机的工作特性	(153)
5.5 多元假设检验	(155)
5.5.1 多元假设检验的贝叶斯准则	(155)
5.5.2 多元假设检验的最小错误概率准则	(156)
5.6 复合假设检验	(159)
5.6.1 复合假设检验的基本概念	(159)
5.6.2 复合假设检验方法	(160)
5.7 小结	(173)
习题	(174)
第 6 章 信号波形的检测	(177)
6.1 引言	(177)
6.2 匹配滤波器	(178)
6.2.1 匹配滤波器的概念	(178)
6.2.2 匹配滤波器的性质	(181)
6.2.3 匹配滤波器的性能	(183)
6.3 广义匹配滤波器	(185)
6.3.1 广义匹配滤波器的概念	(185)
6.3.2 广义匹配滤波器的性能	(188)
6.3.3 线性观测模型的信号检测	(190)
6.4 高斯白噪声中多元确定信号波形的检测	(191)
6.4.1 二元信号波形的检测	(191)
6.4.2 M 元信号波形的检测	(197)
6.5 高斯白噪声中随机信号波形的检测	(203)
6.5.1 零均值高斯信号的检测	(203)
6.5.2 一般高斯信号的检测	(210)
6.5.3 线性观测模型的信号检测	(211)

6.6	高斯白噪声中未知参量的确定信号波形的检测	(216)
6.6.1	未知振幅信号的检测	(217)
6.6.2	未知到达时间信号的检测	(221)
6.7	高斯白噪声中未知参量的随机信号波形的检测	(223)
6.7.1	随机相位信号波形的检测	(223)
6.7.2	随机振幅与随机相位信号波形的检测	(230)
6.8	小结	(234)
	习题	(234)
	参考文献	(237)

(142)	2.3.1
(140)	2.3.2
(140)	2.3.3
(140)	2.3.4
(133)	2.4
(132)	2.5
(132)	2.5.1
(136)	2.5.2
(139)	2.6
(139)	2.6.1
(160)	2.6.2
(173)	2.7
(174)	2.8
(177)	第0章 信号的检测
(177)	1.0
(178)	1.1
(178)	1.2
(181)	1.2.1
(181)	1.2.2
(183)	1.2.3
(182)	1.3
(182)	1.3.1
(188)	1.3.2
(190)	1.3.3
(191)	1.4
(191)	1.4.1
(197)	1.4.2
(202)	2.0
(203)	2.1
(210)	2.2
(211)	2.2.1

第 1 章

引言

1.1 信号处理发展概述

进入 21 世纪以来,信息科学对人类社会的发展产生了重大影响,人们已生活在一个信息化的社会。信息的载体和表现形式是信号,信息科学研究的则是信号的获取、存储、传输和处理。可见,信号处理是信息科学的核心内容之一。

信号处理是指对信号进行某种加工或变换,以达到提取信息和便于应用的目的。信号处理作为一门独立的学科,它的起源可以追溯到 17 世纪牛顿生活的时代。20 世纪 30 年代,特别是第二次世界大战期间,随机过程和数理统计的观点被引入信号处理问题,揭示了信息传输和处理过程的统计本质,为信号检测与估计理论奠定了基础。20 世纪 60 年代以前,信号处理主要用模拟设备实现,处理手段限制了先进处理方法的实现,在处理能力和处理质量上都远远不能满足需要,也影响着信号处理理论的发展。20 世纪 60 年代后,微电子技术和数字技术的发展为复杂信号处理的实现提供了可能性,给信号处理在理论上,特别是实现上带来了新的活力,将其发展推向新的高潮。主要表现在信号的检测理论、估计理论与滤波理论、自适应信号处理、多维信号处理,时间序列分析与建模、现代谱分析、高阶统计量信号处理、非平稳信号处理等方面。近几十年来,信号处理以数字化方法为特征,紧紧围绕着理论、实现及应用三个方面迅速发展起来,成为理论与实践并重,在高新技术领域中占有重要地位的新兴学科。

信号处理应用领域包括上至航空航天,下至地球勘探,大至天体太空,小至微观粒子,几乎涉及所有的工程领域。特别是在语音、雷达、声呐、地震、通信、航空航天、自动控制、生物医学工程、天文、机械振动、遥感遥测和故障诊断等领域获得了广泛的应用。信号处理不仅涉及工程技术领域,而且也涉及到社会和经济领域。如股市预测、人口预测。信号处理的飞速发展有效地推动和促进了这些领域和学科的发展。可以说,只要涉及信号的领域,都可以成为信号处理的用武之地。

信号处理在理论上所涉及的学科范围极其广泛,包括数学领域的微积分、概率统计、随机过程、数值分析、复变函数、优化方法和高等代数等;信息科学的信息理论、网络理论、信号与系统、通信理论、最优控制等,并不断有新的分支出现。从所处理的信号的性质看,信号处理可分为确定性信号处理和随机信号处理。

确定性信号处理研究确定性信号的分析、线性滤波、重构,反卷积(线性失真补偿)等。如线性滤波器设计与实现理论、信号分析的各种快速变换算法。确定性信号处理是随机信号

处理的重要理论基础之一。

随机信号处理的研究对象是不能用确定性的时间函数来描述、也不能准确地加以重现的随机信号，包括被随机干扰或噪声污染的确切信号。

随机信号处理的传统研究内容包括信号的检测、信号参量的估计和信号波形的估计。其数学基础是统计学中的判决理论和估计理论。较新的学科分支包括时间序列分析与建模、自适应信号处理、现代谱分析、高阶统计量信号处理、非平稳信号处理、非线性滤波理论。以此为基础，针对特定领域的应用形成的学科分支包括语音信号处理、阵列信号处理、图像处理、视频信号处理、生物医学信号处理、水声信号处理、雷达信号处理、振动模态分析等。

随着信号处理理论研究的日益深入和完善，以及信号处理技术应用领域的不断深入和扩大，使信号处理，特别是随机信号处理越来越受到人们广泛的重视。因此，建立随机信号统计处理方法的基本概念，掌握扎实的随机信号处理的理论基础，具有用统计的方法研究分析随机信号处理问题的能力，是从事信息科学技术领域的科技人员的必备素质。

1.2 随机信号的处理方法

人们在工程和现实生活中所接触的信号通常都是随机的。例如，空气温度和大气压，各种电子信息系统和电子装置中的热噪声和干扰，船舶航行时受到的波浪冲击，许多生物医学信号（如心电图、脑电图等）以及语音信号等，它们的变化是不规则的、随机的，不能准确地进行预测，且不能用确定的数学函数来表示。因此，需要研究随机信号的分析与处理方法，以便从随机信号中提取人们感兴趣的有用信息。

在雷达、通信、自动控制等系统中，不同的系统所提取的有用信息不同。例如，在雷达系统中，有用信息包括观测目标的检测、速度、方位、航向等。为了获取这些信息，雷达由发射天线发射电磁波，通过接收机接收到的反射回波获取这些信息。在无线通信系统中，有用信息包括传输的文字、资料、图像、数据等。为了实现远距离传输，必须将信息进行变换、编码等信号处理，并调制成合适的无线电信号，利用发射天线辐射到空间中，再以电磁波的方式传播到接收天线，接收系统将接收到的无线电信号经过放大、解调，然后对其进行处理，提取所需的信息。

上述系统中的主要工作是信号的产生、发射、传输、接收和处理。信号在产生、发射、传输、接收和处理过程中，由于实现设备的物理限制和所通过媒质的实际性能，不可避免地存在着内部干扰和外界干扰。系统本身的电源、各种电子元器件产生的热噪声、元器件特性，使根据系统要求设计的信号与系统实际产生的信号有一定的误差，如信号频谱的纯度；脉冲信号的宽度、顶部平坦度、前后沿的陡度；线性信号的线性度等方面的误差。相对于理想信号，这种误差可看做是对信号的一种内部干扰。接收系统中的A/D转换器的量化噪声、系统特性误差、正交双通道信号处理中正交变换时的幅度不一致和相位不正交、运算中的有限字长效应等，也形成了对信号的内部干扰。信号在传输过程中会产生随机衰落，电磁波在经过大气层或电离层时，由于吸收系数和反射系数的随机性，必然会对信号的幅度、频率和相位等产生随机的影响，使信号发生畸变。大气层、电离层、宇宙空间等各种自然界的电磁过程，加上各种电气设备、无线电台、电视台、通信系统产生的电磁波，地面物体等固定杂波、气象等运动杂波和人为干扰等诸多因素，形成对信号的外界干扰。

无论是内部干扰还是外界干扰均具有随机的特性，因而只能用它的平均特性或统计特性来描述。即使信号本身是确定的，叠加上干扰后也会产生不确定性，使得其处理复杂化。正因为待处理的信号是随机信号，具有统计特性，所以对信号所进行的各种处理应从信号和噪声的统计特性出发，于是统计学便成为研究信号处理的有力数学工具。将统计学理论和方法应用于随机信号的处理，主要体现在如下三个方面。

(1) 对随机信号的随机特性进行统计描述。如用概率密度函数 (Probability Density Function, PDF)、各阶矩 (如均值、方差、自相关函数、互相关函数、自协方差函数、高阶矩、高阶累积量等)、功率谱密度函数等统计量来描述随机信号的统计特性。

(2) 对随机信号所进行的各种处理和选择的相应最佳准则均是在统计意义上进行的。如信号的统计检测、信号参量的统计估计、各种统计判决准则、最小均方误差准则等。

(3) 对随机信号进行的处理结果的性能评价也用统计量度量。如检测理论中的平均代价、检测概率、错误概率，估计理论中的估计量的均值、方差、均方误差等。

因此，通常把对随机信号的处理称为统计信号处理。作为本科生教材，在本书中围绕着统计信号处理中的主要基础理论——检测理论、估计理论进行讨论。

1.3 信号检测与估计问题

信号的检测理论和估计理论在各个领域中有着广泛的应用，这些领域包括：

- 雷达系统
- 通信系统
- 语音处理
- 声呐
- 图像处理
- 生物医学
- 控制系统
- 地震信号处理

这些系统进行随机信号处理的共同问题是判决有无事件发生和确定这个事件中更多有用的信息。前者就是检测理论要解决的问题，后者则是估计理论要解决的问题。现以雷达系统和通信系统为例来讨论信号检测与信号参量估计问题。

雷达系统如图 1.1 所示。在雷达系统中，我们感兴趣的是目标是否出现，如果目标出现，目标的距离和速度是多少？为了完成这个任务，雷达天线向空中发射电磁脉冲信号，这个脉冲信号遇到目标后反射回来被雷达接收天线接收。如果目标存在，接收到的波形包含延迟 τ_0 后的反射脉冲 (回波) 和由大气周围的辐射及接收机本身引起的噪声。如果目标不存在，接收到波形仅包含噪声。图 1.1(b) 给出了两种可能情形的接收波形。由于传播损失和环境噪声的影响，回波信号有一定的衰减和失真。信号处理的第一任务是确定在接收到的回波信号中是否有目标存在。当检测到目标存在后，信号处理的第二个任务是估计回波相对发射波的延迟 τ_0 ，因为 τ_0 ($\tau_0 = 2R/c$ ， c 为光速) 可以确定目标与雷达之间的距离 R 。此外，还可估计回波的多普勒频移，因为多普勒频移反映了目标相对雷达的速度。这里的第一个任务就是信号检测问题，第二个任务是信号参量估计问题。

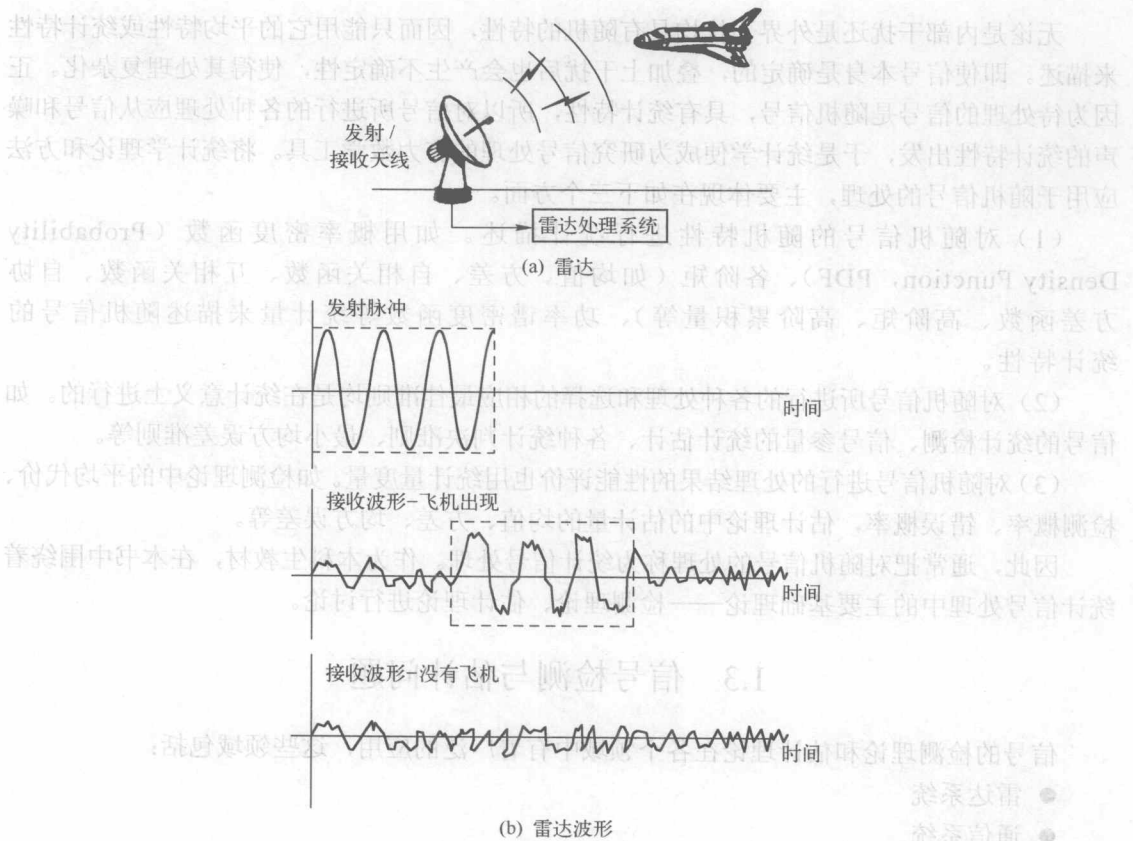


图 1.1 雷达系统

我们再来看数字通信系统的例子。二进制相移键控 (BPSK) 系统如图 1.2 所示, BPSK 系统是用来传输发射“0”或“1”数字数据的系统。为了使数字信息远距离传输, 首先将数字进行调制, 调制器将“0”调制成波形 $s_0(n) = \cos \omega_0 n$, 将“1”调制成波形 $s_1(n) = \cos(\omega_0 n + \pi) = -\cos \omega_0 n$ 。正弦信号的相位反映了发射的是“0”还是“1”。调制后的信号通过发射机发射出去。由于信道带宽有限以及加性信道噪声的影响, 这个信号通常会有失真。图 1.2(b)是典型的接收波形, 它是接收信号经解调器去掉载波后的基带信号, 即正的或负的脉冲信号。事实上, 在接收到信号以后, 并不知道发送的是“0”还是“1”, 需要检测器根据接收到的信号对发射的是“0”还是“1”这两种可能做出判决。这就是信号检测理论要研究和解决的问题。在对信号的状态做出判决以后, 通常还要获得信号有关参量的信息, 如有些通信系统中, 需要对信号的振幅、相位、频率、功率谱做出估计。这就是信号参量估计理论要解决的问题。如果还要求把受到噪声污染的信号波形恢复出来, 这就是信号的波形估计问题。

在其他几个应用领域中也常遇到检测与估计问题。如声呐系统中的检测敌方潜艇出现和估计潜艇方位及速度; 图像系统中的用红外检测飞行目标的出现和估计目标的位置及方向; 生物医学中检测心脏的心律失常的出现和估计心率; 控制系统中检测飞行器突然变化的出现和估计飞行器的方位; 地震学中的地下油田的检测和估计地下油田的位置等^[1,2]。

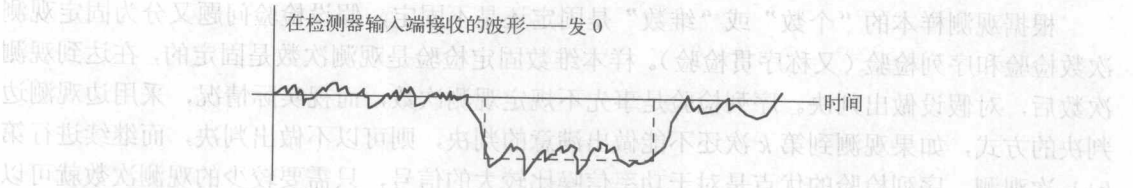
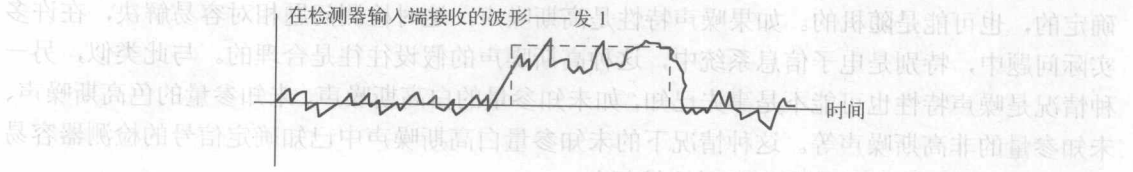


图 1.2 二进制相移键控 (BPSK) 系统

在上述所有系统中，都是基于连续时间波形进行信号检测和参量估计。实际上，所能得到的一般只是连续时间波形的一个有限长度的观测样本。所以，从数学概念上讲，检测问题就是根据得到的 N 个观测样本数据 $\{x[0], x[1], \dots, x[N-1]\}$ ，构造一个基于这些数据的函数 $T(x[0], x[1], \dots, x[N-1])$ ，然后根据这个函数值对观测数据中信号的存在或者信号的类别做出判决。参量估计问题就是根据这 N 个观测样本数据，构造未知参量 θ 的一个估计量 $\hat{\theta} = g(x[0], x[1], \dots, x[N-1])$ （其中 g 为某个函数），估计出未知参量 θ 。

1.4 信号检测与估计理论概述

信号检测理论主要研究在受噪声干扰的随机信号中，所关心的信号是否存在或者信号属于哪种类别下的最佳判决的概念、方法和性能等问题，其数学基础是统计判决理论（又称假设检验理论）。所谓的假设是关于判决可能的结果的陈述，假设检验就是在几个假设中做出应属于哪一个假设的判决。

在假设检验问题中，根据可能的判决结果的数量，分为二元假设检验和 M 元假设检验问题。例如，雷达信号检测问题，有两种可能的判决结果，即“目标存在”和“目标不存在”，用 H_0 表示“目标不存在”，用 H_1 表示“目标存在”， H_0 和 H_1 就是雷达信号检测提出的两种假设，由于这种假设检测问题有两种假设，因此称它为二元假设检验问题，或双择一假设检验问题。当可能的判决结果有 M 种时，即有 M 假设，则相应的假设检验称为 M 元假设检验问题，或 M 择一假设检验问题。

检测问题的难易程度与信号和噪声的统计特征知识有关。这些统计特征通过信号和噪声的概率密度函数体现出来。根据在各假设条件下概率密度函数是完全已知还是不完全已知，假设检验又分为简单假设检验和复合假设检验问题。对于简单假设检验允许设计最佳检测器

或最佳接收机。简单假设检验又可细分确定信号和随机信号的假设检验问题。复合假设检验是概率密度函数不完全已知的情况，这也是更接近实际的问题，这种情况比较复杂。一种情况是信号中含有未知参量，噪声特性已知。例如，雷达接收机接收到的目标回波信号的到达时间通常是未知的；通信接收机接收到的正弦信号的相位是随机分布，振幅起伏变化，频率未知。这样在每一种情况下，信号将含有一个或一个以上的未知参量，这些未知参量可能是确定的，也可能是随机的。如果噪声特性是高斯噪声，这时检测问题相对容易解决，在许多实际问题中，特别是电子信息系统中，这种高斯噪声的假设往往是合理的。与此类似，另一种情况是噪声特性也可能不是事先已知，如未知参量的白高斯噪声、未知参量的色高斯噪声、未知参量的非高斯噪声等。这种情况下的未知参量白高斯噪声中已知确定信号的检测器容易实现，其他情况下的检测问题相对比较复杂。

根据观测样本的“个数”或“维数”是固定还是不固定，假设检验问题又分为固定观测次数检验和序列检验（又称序贯检验）。样本维数固定检验是观测次数是固定的，在达到观测次数后，对假设做出判决。序列检验是事先不规定观测次数，而视实际情况，采用边观测边判决的方式，如果观测到第 k 次还不能做出满意的判决，则可以不做出判决，而继续进行第 $k+1$ 次观测。序列检验的优点是对于功率信噪比较大的信号，只需要较少的观测次数就可以做出满意的判决；而对于功率信噪比较小的信号，就需要较多的观测次数再做出判决。在平均意义上，序列检验所需要的检测时间相对固定观测次数检验的时间有所减少。

针对特定的雷达应用领域，信号的恒虚警检测技术得到广泛的应用。信号的恒虚警检测就是在干扰强度变化的情况下，信号经过恒虚警处理，使虚警概率保持恒定。恒虚警检测分三种方法：如果已知干扰的概率密度函数的类型，这类检测称为参量检测；如果雷达工作的环境恶劣，干扰复杂，干扰的概率密度函数的类型未知或时变，这类检测称为非参量检测；如果对干扰的统计特性部分已知，这时可采用稳健检测。

在不同的假设检验问题中，判决的具体规则取决于不同的判决准则。常用的判决准则有贝叶斯平均 (Bayes) 风险最小准则、最小错误概率准则、奈曼-皮尔逊 (Neyman-Pearson) 准则、最大后验概率准则和极大极小准则。

估计理论是研究在噪声干扰背景下，通过对信号的观测，如何构造待估计信号参量和波形的最佳估计量的概念、方法和性能等问题。估计理论通常涉及以下三种情况：一种情况是直接对观测样本的统计特性做出估计，例如观测样本的均值、方差、均方差、相关函数等；另一种情况是对观测样本中信号的未知参量做出估计，未知参量可以是确定的，也可以是随机的，这类估计称为信号的参量估计，例如噪声背景下正弦信号的幅度、相位估计；再一种情况是对随时间变化的信号做出估计，被估计的信号可以是随机过程，也可以是非随机过程，这类估计称为波形估计或过程估计，例如目标随时间变化的轨迹、速度和加速度等都属于波形估计。

在估计问题中，估计方法取决于采用的估计准则，也就是说通过各种最佳估计准则来构造估计量的方法。常用的最佳估计准则有线性最小均方误差估计、最大似然估计、最小二乘估计、最小方差估计、贝叶斯估计等准则。对于特定的应用问题，选择好的估计量与许多因素有关，首先考虑的因素是选择一个好的数学模型，该数学模型应该足以描述数据的基本特征，但同时应考虑到它要简单以便使估计量是最佳的且易于实现。在描述数据的数学模型中，线性模型相对其他模型相对简单，不同最佳准则下的估计方法可产生闭合形式的估计量。因此，需要掌握各种最佳准则和易于实现的估计量的一些知识，才能为选择一个好的估计量做

出正确决策。

按照各种估计准则获得估计量后，通常需要分析评价估计量的性能好坏。由于估计量是观测样本数据的函数，而观测样本数据是随机变量，所以估计量也是随机变量。因此，应用统计的方法分析和评价各种估计量的性能。评价估计量的性能指标有：估计量的无偏性、有效性、一致性和充分性。

检测和估计理论涉及的内容很多，作为本科生教材，本书将介绍检测和估计理论的基本理论、概念和方法。通过学习检测与估计理论，将为进一步学习、研究随机信号统计处理打下扎实的基础，同时也为解决实际应用问题打下良好的基础。

1.5 几点说明

- 教材中使用的数据都是采样后的离散数据或时间序列。给出的算法是能够在计算机上实现的最优检测与估计算法。
- 教材提供的是确定最优检测器和估计器所必需的主要概念，也包括在实践中获得的最有用的结果，省去了某些烦琐的理论推导。
- 在介绍几乎所有的检测和估计方法时，都是以噪声中的标量形式为例引出基本概念，这样做是为了使读者容易理解基本概念，在接受这些基本概念基础上，进一步给出矢量形式。
- 教材内容包括两部分，一部分为估计理论，另一部分为检测理论。使用该教材可根据课时数，选择部分章节。在掌握所学内容的基础上，剩余的部分完全可以自学，或在研究生阶段进一步学习。

第2章

基础知识

2.1 引言

在实际中遇到的大多数信号是具有随机性质的信号，随机信号在一个确定时刻的值是一个随机变量，它服从概率分布函数，在绝大多数情况下它也存在一个概率密度函数。随机信号在不同时刻的取值构成随机矢量，它服从联合概率分布函数并存在联合概率密度函数。对于一个随机信号，进行多次实验记录的信号波形可能都是不同的，每次实验的波形称为随机信号的一次实现，所有实现的集合构成一个随机过程。也就是说，我们可把随机过程作为随机信号的数学模型，在此基础上，进一步研究随机信号的处理方法。

本章将讨论作为随机信号处理基础知识的随机变量、随机矢量和随机过程的主要统计特性，并对常用的随机过程和研究随机信号处理算法的 Monte Carlo 方法进行介绍。

2.2 随机变量

首先从概率空间角度，对随机事件及其概率建立数学模型。一个随机实验严格来说主要应满足下列三个基本特点：

- (1) 实验在相同条件下是可重复的；
- (2) 每次重复称做试验，其可能结果是不可预测的；
- (3) 一个随机实验中的大量试验，其结果会呈现一定的统计规律。

一个随机实验，所有试验的可能结果称为样本。其全部样本集合构成样本空间 S （整集），其中一个样本或多个有关样本集合构成的子集称为 S 的事件域 F ， F 中的每一集合（或样本）称为事件。若事件 $A \in F$ ， $P(A)$ 为事件 A 的概率。于是，样本空间、事件域和概率这三个要素实体的结合构成一个概率空间，表示为： $\mathbf{P} = (S, F, P)$ 。

我们可以赋予随机实验的每种可能结果 ξ 一个实数，记为随机变量 $x(\xi)$ 。例如，在抛硬币试验中，两种可能结果的样本空间为 $S = \{H, T\}$ （ H, T 分别表示硬币的正、反面），用数值 0 和 1 来表示两个试验结果，即

$$x(\xi) = \begin{cases} 1, & S = H \\ 0, & S = T \end{cases}$$

随机变量 $x(\xi)$ 实际上是一个映射，这个映射为每个来自概率空间的结果 ξ 赋予一个实数 x 。这种映射必须满足下面两个条件：