时代教育·国外高校优秀教材精选

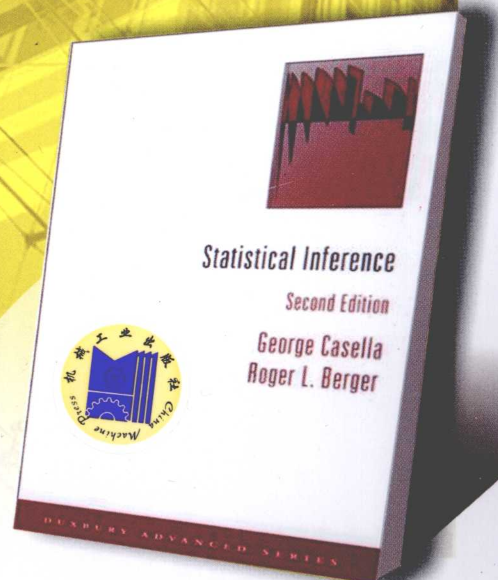
统计推断

（翻译版·原书第2版）

Statistical Inference

（美）George Casella
Roger L. Berger 著

张忠占 傅莺莺 译



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS
PEARSON

时代教育·国外高校优秀教材精选

统 计 推 断

（翻译版·原书第2版）

（美） George Casella
Roger L. Berger 著
张忠占 傅莺莺 译

机 械 工 业 出 版 社

Cengage Learning Asia Pte. Ltd.
5 Shenton Way, # 01-01 UIC Building, Singapore 068808

北京市版权局著作权合同登记号　图字 01-2007-4486 号

图书在版编目（CIP）数据

统计推断：第 2 版：翻译版/（美）卡塞拉（Casella，G.），（美）贝耶（Berger，R. L.）著；张忠占，傅莺莺译．—北京：机械工业出版社，2009.8
（时代教育·国外高校优秀教材精选）
ISBN 978-7-111-27876-4

Ⅰ. 统…　Ⅱ. ①卡…②贝…③张…④傅…　Ⅲ. 统计推断—高等学校—教材　Ⅳ. O212

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 129255 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）
策划编辑：郑　玫　责任编辑：韩效杰　郑　玫
版式设计：霍永明　责任校对：陈延翔
封面设计：鞠　杨　责任印制：洪汉军
三河市国英印务有限公司印刷
2010 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
169mm×239mm · 39 印张 · 784 千字
标准书号：ISBN 978-7-111-27876-4
定价：66.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：(010)88361066	门户网：http：//www.cmpbook.com
销 售 一 部：(010)68326294	教材网：http：//www.cmpedu.com
销 售 二 部：(010)88379649	
读者服务部：(010)68993821	**封面无防伪标均为盗版**

出版说明

随着我国加入WTO，国际间的竞争越来越激烈，而国际间的竞争实际上也就是人才的竞争、教育的竞争。为了加快培养具有国际竞争力的高水平技术人才，加快我国教育改革的步伐，国家教育部近来出台了一系列倡导高校开展双语教学、引进原版教材的政策。以此为契机，机械工业出版社陆续推出了一系列国外影印版教材，其内容涉及高等学校公共基础课，以及机、电、信息领域的专业基础课和专业课。

引进国外优秀原版教材，在有条件的学校推动开展英语授课或双语教学，自然也引进了先进的教学思想和教学方法，这对提高我国自编教材的水平，加强学生的英语实际应用能力，使我国的高等教育尽快与国际接轨，必将起到积极的推动作用。

为了做好教材的引进工作，机械工业出版社特别成立了由著名专家组成的国外高校优秀教材审定委员会。这些专家对实施双语教学做了深入细致的调查研究，对引进原版教材提出了许多建设性意见，并慎重地对每一本将要引进的原版教材一审再审，精选再精选，确认教材本身的质量水平，以及权威性和先进性，以期所引进的原版教材能适应我国学生的外语水平和学习特点。在引进工作中，审定委员会还结合我国高校教学课程体系的设置和要求，对原版教材的教学思想和方法的先进性、科学性严格把关，同时尽量考虑原版教材的系统性和经济性。

这套教材出版后，我们将根据各高校的双语教学计划，举办原版教材的教师培训，及时地将其推荐给各高校选用。希望高校师生在使用教材后及时反馈意见和建议，使我们更好地为教学改革服务。

机械工业出版社

第 2 版 序

虽然本书中的引用大多来自 Arthur Conan Doyle（阿瑟·柯南·道尔）爵士，但对于本书的诞生而言，最恰当的描述或许是 Grateful Dead（美国一个著名的摇滚乐队——译者注）的感受："What a long, strange trip it's been."（"多么漫长、奇妙的旅行"，这是一张唱片的名字——译者注。）

第 2 版的计划始于六年以前，在很长时间内，我们曾为增加什么、删除什么而辗转不已。所幸随着时间的推移，统计学科的发展使得答案逐步清晰。我们看到，统计学有从对各种特例的漂亮的证明到对更加复杂也更加实用的情况进行算法求解的发展趋势。这并不破坏数学的重要性及其严谨性，我们确实发现数学已经变得更加重要。但是，数学被应用的方式正在发生变化。

对于熟悉第 1 版的读者，我们把新的变化简要总结如下。关于渐近方法的讨论得到大幅度扩充，成为单独一章。对于计算和模拟有了更多的强调（见 5.5 节和计算机代数的附录）；扩充或增加了更具应用性的方法（例如，自助法、EM 算法、p 值、罗吉斯蒂克回归和稳健回归）；增加了许多新的杂录和练习。我们不再强调一些更专门化的理论，比如同变性和判决理论，同时，为了清楚起见，在第 3～11 章重新安排了一些内容。

有两件事情需要说明。第一，关于计算机代数软件，虽然我们相信它正在成为越来越有价值的工具，但并不想强加于那些有着不同看法的教师。因此，我们以平和的方式处理，只是把这部分内容放在附录之中，并在书中可以使用计算机代数的地方加以提示。第二，我们已经把书中的编号系统改变，使得更容易找到相应的内容。在这一版中，对定理、引理、例题和定义进行统一编号，例如，定义 7.2.4 后面是例 7.2.5，例 10.1.4 前面是定理 10.1.3。

前四章只做了些许变化。我们调整了某些内容的顺序（特别是不等式和等式分开叙述），增加了一些新例题和练习，做了一些一般的更新。第 5 章中也调整了顺序，收敛性一节进一步后调，并增加了关于随机变量产生的一节新内容。第一版第 7～9 章中关于不变性的内容被大幅度压缩，放到第 6 章，而第 6 章的其他内容只有少量变化（基本都是增加新的习题）。第 7 章得到扩充和更新，增加了 EM 算法一节。对第 8 章也只做了少量编辑和更新，增加了关于 p-值的一节。在第 9 章中我们更强调枢轴化方法（认识到"构造一个区间"只不过是"枢轴化累积分布函数"）。

此外，第 1 版第 10 章中的内容（判决理论）已经被删减，关于点估计、假设检验和区间估计的损失函数最优性的讨论分为几个小节，加到了相应的几章中。

第 10 章完全是新的，包括 Δ 方法、相合性、渐近正态性、自助法、稳健估计量、记分检验等等，目的在于为读者打下大样本推断的基础。第 11 章是经典的一种方式分组的方差分析和线性回归（这些内容在第 1 版中属于不同的两章）。不幸的是，由于篇幅所限，删除随机化区组设计的内容。第 12 章包含带有变量误差的回归以及关于稳健回归和罗吉斯蒂克回归的新内容。

在多年使用第 1 版教学之后，我们大体知道一年的课程可以包括哪些内容。对于第 2 版而言，一年的课程当可包含以下内容：

第 1 章：1～7 节，第 6 章：1～3 节
第 2 章：1～3 节，第 7 章：1～3 节
第 3 章：1～6 节，第 8 章：1～3 节
第 4 章：1～7 节，第 9 章：1～3 节
第 5 章：1～6 节，第 10 章：1，3，4 节

对于学过一些概率论的班级，则可以从后面的章节中增加一些内容。

George Casella
Roger L. Berger

译 后 序

George Casella 与 Roger L. Berger 合著的《Statistical Inference》是一部特色明显的优秀教材。2002 年机械工业出版社作为国外优秀教材精选系列之一出版了英文版原著（第 2 版），龚光鲁教授作序。几年来，随着我国高等教育的发展，以及我国经济社会的迅速进步，统计类课程成为国内高等教育中很多专业的重要课程，本书的英文版也随之广泛流传。然而，尽管对外开放的程度已经深入，但在多学时的重点课程教学，尤其是低年级课程教学中，使用英文原版教材也有不便之处。机械工业出版社应读者要求，决定出版该书的中译本。

诚如龚先生序中所言，“该书是为统计学方向或者使用概率统计较多的领域的大学生和研究生撰写的有关统计推理的理论、思想、方法的教材。其理论较为现代化，难度适中，覆盖面远比当前国内的中文教材大，且在体系结构与内容安排上富于新意。对于系统理论、控制工程、电机工程、机械工程、经济管理和商业贸易等的大学生或研究生也可以选用其中的某些部分作为教材”。本教材的广泛的适用性根源于作者对教材内容的设计——针对数学背景和教学要求不同的两类课程而设计。同时，讲解的独到之处、内容的新颖性和丰富的材料也使得教材具有持久的生命力。后者也是译者所追求并在与徐兴忠合写的教材中（《应用数理统计》，机械工业出版社，2008）做过一些尝试的。

译者虽然从教多年，但对于翻译统计著作、尤其是优秀著作深知其不易。然而随着翻译工作的进行，我们逐步体会到作者讲解的妙处，也越加对之珍爱起来，感到受益匪浅。名词的翻译尽量符合国家标准，同时参考了王吉利主编的《汉英、英汉统计大词典》（中国统计出版社，2001）和科学出版社名词室编的《新英汉数学词汇》（科学出版社，2002）。我们努力保持原作的风格，体会原作的思想，但由于文化的差异，我们很难在译文中到位地体现作者的幽默和语言的生动活泼。

本书第 1～6 章由傅莺莺翻译，第 7～10 章基本采用了汪永新教授的译稿，序言、第 11～12 章和附录由张忠占翻译，最后由张忠占统稿。翻译过程中更正了译者发现的一些错误。但由于译者水平所限，误译或不当之处在所难免，欢迎读者和广大同行不吝赐教。最后，特别感谢汪永新教授给予的支持，同时感谢机械工业出版社高等教育分社郑玫编辑的热诚合作。

张忠占（北京工业大学）
傅莺莺（北京工商大学）

目　　录

第 1 章

概 率 论

“通常我们无法预测某个人在未来某一时刻的行为，但是却能够准确地说出大多数人在这一时刻的行为. 个体可能变化，然而总的可能性不变——这就是统计学.”

——夏洛克·福尔摩斯

《四签名》

概率论为整个统计学奠定了基础，它为总体、随机试验等几乎所有随机现象的建模提供了方法. 利用这些模型，统计学者可以通过对于总体的一部分的考察来推断总体的性质.

概率论拥有较长的发展历史，至少可以追溯到十七世纪，当时 Pascal 和 Fermat 受他们的朋友 Chevalier de Meré 之托，建立了一套关于赌博赢率的数学理论，这就是概率论的前身.

限于篇幅，本章并不准备向大家全面介绍概率论的知识，仅对学习统计学所需的概率论的基本想法和概念作简要介绍.

正如统计学建立在概率论的基础之上，概率论本身又以集合论为基础. 因此，我们要从集合论开始学习概率论.

1.1 集合论

统计学研究的一个主要问题是通过试验推断总体. 为达到这一目的，第一步就是确定全体可能出现的试验结果，用统计学的术语来说，即确定样本空间.

定义 1.1.1 称某次试验全体可能的结果所构成的集合 S 为该试验的**样本空间（sample space）**.

掷硬币试验的样本空间包括两种结果：正面朝上（正）和反面朝上（反），即

$$S=\{正,反\}$$

假定某次试验考察了从某大学随机选择的一批学生的 SAT 成绩，则其样本空间包括 200 到 800 之间全体十的倍数——即 $S=\{200,210,220,\cdots,780,790,800\}$. 而如果试验的观测结果是物体对某刺激的反应时间，则样本空间由全体正数构成，

即$S=(0,\infty)$.

根据样本空间所含元素的个数，我们可以将其分为两类. 样本空间或者是可数的，或者是不可数的；如果能够为样本空间的元素与整数集的某个子集建立一一对应，则称样本空间是可数的. 当然，如果一个样本空间仅包含有限个元素，它显然是可数的. 因此，掷硬币与 SAT 成绩的样本空间都可数（事实上它们是有限的），而由于全体正实数无法一一地映入整数集，所以物体对某刺激反应时间的样本空间是不可数的. 不过，如果我们测量反应时间时只需精确到秒，则样本空间（以秒计）为 $S=\{0,1,2,3,\cdots\}$，是可数集.

可数样本空间与不可数样本空间之间的差别仅仅表明两者概率分布方式的不同. 对大多数情形而言，尽管数学处理的方式不同，样本空间是否可数并不会产生麻烦. 从哲学的观点出发，也许有人会争辩说样本空间只能是可数的，理由是试验中的观测不可能达到无穷精度（由全体十进制数组成的样本空间是可数的）. 事实上，一般来说，处理不可数样本空间的概率学和统计学方法比处理可数情形的方法更为便捷，它们同时还可以给出真实（可数）情形的一个好的近似.

我们已经定义了样本空间，接下来考察样本空间的子集.

定义 1.1.2 一个**事件**（event）是一次试验若干可能的结果所构成的集合，即 S 的一个子集（可以是 S 本身）.

设 A 为一个事件，即 S 的一个子集. 如果某次试验的试验结果属于集合 A，我们就称事件 A 发生了. 当谈到概率时，我们通常说事件的概率，而不说集合的概率. 不过，这两个概念可以替换使用.

我们首先定义下面两种关系，利用它们确立集合的序关系及相等关系：

$$A\subset B\Leftrightarrow x\in A\Rightarrow x\in B \qquad \text{（包含）}$$

$$A=B\Leftrightarrow A\subset B \text{ 且 } B\subset A \qquad \text{（相等）}$$

给定两个事件 A 和 B，我们有下面几种初等集合运算：

并：A 和 B 的并集是由 A 中元素以及 B 中元素所构成的集合，记作 $A\cup B$：

$$A\cup B=\{x:x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

交：A 和 B 的交集是由同属于 A，B 的元素所构成的集合，记作 $A\cap B$：

$$A\cap B=\{x:x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

补：A 的补集是由不属于 A 的元素所构成的集合，记作：

$$A^{\mathrm{c}}=\{x:x\notin A\}$$

例 1.1.3（事件的运算） 考虑从一副纸牌中随机抽取一张纸牌的试验，纸牌四种花色分别记为：梅花（C）、方块（D）、红桃（H）和黑桃（S）. 则该试验的样本空间为

$$S=\{\mathrm{C},\mathrm{D},\mathrm{H},\mathrm{S}\}$$

可能发生的事件还有

$$A=\{C,D\}\text{和 } B=\{D,H,S\}$$

由以上事件我们得到

$$A\cup B=\{C,D,H,S\},A\cap B=\{D\}\text{以及 } A^{c}=\{H,S\}$$

此外，注意到$A\cup B=S$，并且$(A\cup B)^{c}=\varnothing$，其中$\varnothing$表示**空集**（**empty set**）（不包含任何元素的集合）. ‖

好比加法和乘法可以复合，初等集合运算也可以进行复合. 事实上，只需稍加留意我们即可将集合当成数来运算. 下面给出集合运算的几条规则.

定理 1.1.4 对于样本空间S上的任意事件A，B和C，有：

a. 交换律：$A\cup B=B\cup A$，

$A\cap B=B\cap A$；

b. 结合律：$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$，

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$；

c. 分配律：$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$，

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$，

d. DeMorgan 律（又见集合运算）：

$(A\cup B)^{c}=A^{c}\cap B^{c}$，

$(A\cap B)^{c}=A^{c}\cup B^{c}$.

证明 定理中大部分结论的证明留作习题 1.3，习题 1.9 和习题 1.10 还对定理做了推广. 下面以分配律为例演示证明的方法：

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

（也许你已经习惯用文氏图来“证明”集合论的定理，不过我们的忠告是：尽管文氏图有助于将问题直观化，却不能作为正式的证明）为证明等式两端的集合相等，必须证明两个集合相互包含. 这两个集合分别为：

$$A\cap(B\cup C)=\{x\in S:x\in A\text{ 且 }x\in(B\cup C)\}$$

$$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\{x\in S:x\in(A\cap B)\text{或 }x\in(A\cap C)\}$$

首先证明$A\cap(B\cup C)\subset(A\cap B)\cup(A\cap C)$. 令$x\in(A\cap(B\cup C))$，根据集合交的定义有$x\in(B\cup C)$，即$x\in B$或$x\in C$. 由于$x$也属于$A$，我们有$x\in(A\cap B)$或者$x\in(A\cap C)$，因此

$$x\in((A\cap B)\cup(A\cap C))$$

故“$A\cap(B\cup C)\subset(A\cap B)\cup(A\cap C)$”的包含关系得证.

现在假定$x\in((A\cap B)\cup(A\cap C))$，于是$x\in(A\cap B)$或者$x\in(A\cap C)$. 若$x\in(A\cap B)$，则$x$同属于$A$和$B$. 由$x\in B$有$x\in(B\cup C)$，进而$x\in(A\cap(B\cup C))$. 若$x\in(A\cap C)$，类似的讨论可以得到$x\in(A\cap(B\cup C))$. 这就证得反方向的包含关系：$(A\cap B)\cup(A\cap C)\subset A\cap(B\cup C)$，分配律得证. □

集合的并、交运算可以推广到无穷集合族. 设A_1，A_2，A_3，…是样本空间S

上的一族集合，则

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \{x \in S：存在\ i，使得\ x \in A_i\}$$

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = \{x \in S：对任意\ i，有\ x \in A_i\}$$

例如，令 $S=(0,1]$，$A_i=[(1/i),1]$，则

$$\begin{aligned}\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i &= \bigcup_{i=1}^{\infty}[(1/i),1]=\{x\in(0,1]:存在\ i,使得\ x\in[(1/i),1]\}\\ &=\{x\in(0,1]\}=(0,1]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i &= \bigcap_{i=1}^{\infty}[(1/i),1]=\{x\in(0,1]:对任意\ i,有\ x\in[(1/i),1]\}\\ &=\{x\in(0,1]:x\in[1,1]\}=\{1\} \qquad (单点\ 1)\end{aligned}$$

我们还可以在不可数的集合族上定义并和交的运算．设 Γ 为一个指标集（其中的元素作为下标使用），则

$$\bigcup_{a\in\Gamma} A_a = \{x \in S:存在\ a,使得\ x \in A_a\}$$

$$\bigcap_{a\in\Gamma} A_a = \{x \in S:对任意\ a,有\ x \in A_a\}$$

例如，取 $\Gamma=\{全体正实数\}$，$A_a=(0,a]$，则 $\bigcup_{a\in\Gamma}A_a=(0,\infty)$ 是不可数个集合的并．尽管不可数个集合的并、交运算在统计学中并不常见，但对解决某些问题却十分有用（见 8.2.3 节）．

最后，我们讨论样本空间的划分这一概念．

定义 1.1.5 称两个事件 A 和 B **不交**（**disjoint**）或者**互斥**（**mutually exclusive**），如果 $A\cap B=\varnothing$．称事件 A_1，A_2，…**两两不交**（**pairwise disjoint**）或者**互斥**（**mutually exclusive**），如果对于任意 $i\neq j$，都有 $A_i\cap A_j=\varnothing$．

不交的集合之间不存在公共元素．用文氏图表示，即两个不交的集合不会重叠．集合族

$$A_i=[i,i+1),i=0,1,2,\cdots$$

由两两不交的集合构成，并且有 $\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i=[0,+\infty)$．

定义 1.1.6 如果事件 A_1，A_2，…两两不交，并且 $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i=S$，则称 A_1，A_2，…构成 S 的一个**划分**（**partition**）．

集合 $A_i=[i,i+1)$构成$[0,+\infty)$的一个划分．划分能够把样本空间分成若干小的且互不重叠的分块，这通常十分有用．

1.2 概率论基础

具体施行某次试验时，其结果必然属于该试验的样本空间．同样的试验重复几

次，有可能每次都得到不同的结果，也可能重复出现某些结果．试验结果的这种"出现频率"便可以看成一种概率．可能性越大的结果出现得越频繁．如果能够清楚地描述各种试验结果的可能性，我们就可以利用统计学来分析这个试验．

本节主要介绍概率论的基础知识．这里我们不借助"频率"概念、而是采用公理化的方法来定义概率．正如下面我们将看到的，公理化方法用到的数学知识相当浅显，并且它不关心概率的实际解释，而只关心概率是否由满足公理的函数所定义．利用公理化方法定义概率之后，概率的解释则完全是另一回事．例如，事件的"出现频率"是概率的一种解释；我们还可以将概率看作我们对事件发生所秉持的信念，这也是概率的一种解释．

1.2.1 公理化基础

对于样本空间 S 中的每一个事件 A，我们希望给 A 赋一个 0 到 1 之间的数值，称之为 A 的概率，记作 $P(A)$．很自然地，可以定义 P 的定义域（即使得函数 $P(\cdot)$有定义的自变量的范围）为 S 的全体子集；即对任意 $A\subset S$，定义 $P(A)$为 A 发生的概率．然而事情并非这么简单，定义上还有一些技术上的困难．尽管这些技巧很重要，但是统计学家们却不像概率论学者们那么感兴趣，因此我们不进行深入讨论．不过，为了更好地理解和领悟统计学，快速熟悉下面的内容还是十分必要的．

定义 1.2.1 S 的一族子集如果满足下列三个性质，就称作一个 σ **代数**（**sigma algebra**）或一个 **Borel 域**（**Borel field**）域（又见 σ 代数），记作 $\mathcal{B}$.

a. $\varnothing\in\mathcal{B}$（空集属于 $\mathcal{B}$）.

b. 若 $A\in\mathcal{B}$，则 $A^{\mathrm{C}}\in\mathcal{B}$（$\mathcal{B}$在补运算下封闭）.

c. 若 A_1，A_2，$\cdots\in\mathcal{B}$，则 $\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\in\mathcal{B}$.

空集$\varnothing$是任何集合的子集．性质 a 表明每个 σ 代数都包含$\varnothing$．又因为 $S=\varnothing^{\mathrm{C}}$，根据性质 a 和 b 可知每个 σ 代数都包含 S．此外，根据 DeMorgan 律还有，$\mathcal{B}$在可数交运算下封闭．事实上，若 A_1，A_2，$\cdots\in\mathcal{B}$，由性质 b 有 A_1^{C}，A_2^{C}，$\cdots\in\mathcal{B}$，进而 $\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i^{\mathrm{C}}\in\mathcal{B}$．利用 DeMorgan 律（参考习题 1.9），我们有

(1.2.1) $$\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i^{\mathrm{C}}\right)^{\mathrm{C}}=\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i$$

再根据性质 b 可得 $\bigcap_{i=1}^{\infty}A_i\in\mathcal{B}$.

对于给定的样本空间 S，可能有许多不同的 σ 代数．例如，仅含两个集合的$\{\varnothing,S\}$就是一个 σ 代数，通常称之为平凡的 σ 代数．本书所讨论的是包含 S 中全体开集的最小的 σ 代数.

例 1.2.2（σ **代数-Ⅰ**） 如果样本空间 S 有限或者可数，则我们可以直接对 S