大學叢書

大地測量學

下　冊

陳永齡　王之卓　夏堅白著

商務印書館

大學叢書

大地測量學

下冊

陳永齡 王之卓 夏堅白著

商務印書館出版

第八章　三角網計算

第一節　三角網平差

第一目　測站平差

三角測量之水平角觀測數量，必較其最低需要爲多，每次觀測均含有誤差，將其誤差用最小二乘法原理，加以配敷，是爲平差問題。其目的有二：一爲由多次觀測結果，求每個觀測量之最或是值；一爲經過平差之後，使各觀測量之數值互相符合，使三角網之各幾何圖形均能成閉合形狀，然後再開始三角網計算工作。

三角網平差分爲兩步：第一步爲測站平差，即由同一測站上所觀測之角度或方向結果，求其最或是值。第二步爲圖形平差，即使三角網中每個圖形均能閉合。如有多餘之基線或天文觀測，亦必使之能與三角測量結果符合。

關於三角測量之平差理論與方法，可參考「測量平差法」一書。此處僅述實際工作之方法。在實際工作中，一般大三角網之水平角觀測多用等權方向觀測，即所有網內各方向之權均相等。蓋如此可使三角網各部之精度均勻，且計算時亦較便利。若採用角度觀測時，亦必應用全組合測角法（第四章第四節第三目），使之仍能化爲等權方向之結果。茲將等權方向觀測及全組合測角法之測站平差方法簡述如下：

等權方向觀測，即在每一測站上所有方向均作等量之觀測，得一完全方向組，其測站平差極爲簡單。將各組所得結果，化算至以同一方向爲零方向，然後求各組各方向之平均值，即得平差後之方向結果。第四章第六節之例5，即爲方向組之測站平差。該例中方向平均數，即爲協

上法所得之結果。但如欲計算測站平差後每方向之中誤差，並不能由方向平均數直接減去每組之化成方向值而求其改正數。蓋每組之化成，係以任意一方向爲零方向，實則每組尙各包括一個定向未知數。設 l_1，l_2，……l_s 爲一組方向之觀測值；x_1，x_2，……x_s 爲各方向之最或是值（卽第四章例 5 之方向平均數 A）；v_1，v_2，……v_s 爲各方向之改正數；s 爲該站觀測方向之數目；z 爲該組之定向未知數。則由平差法原理

$$z=\frac{1}{s}\{[l]-[x]\} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} v_1&=x_1-(l_1-z)\\ v_2&=x_2-(l_2-z)\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\\ v_n&=x_n-(l_n-z) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

關於上列兩式之實際應用，已見第四章第六節之例 5 中，不再贅述。每一組每一方向中誤差 m 之公式爲

$$m=\sqrt{\frac{[vv]}{(n-1)(s-1)}} \tag{3}$$

方向平均數之中誤差 M 之公式爲

$$M=\frac{m}{\sqrt{n}} \tag{4}$$

其次再論全組合測角法之測站平差。設某測站上共有 s 個方向，命爲 1, 2,……s, 所量角度爲：

$$\begin{matrix} (1,2) & (1,3) & (1,4)\cdots\cdots(1,s)\\ & (2,3) & (2,4)\cdots\cdots(2,s)\\ & & (3,4)\cdots\cdots(3,s)\\ & & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ & & [(s-1),s] \end{matrix}$$

命[1],[2]……[s]爲各方向之最或是值,按最小二乘法原理:

$$[1]=-\frac{1}{s}\{(1,2)+(1,3)+(1,4)+\cdots\cdots+(1,s)\}$$

$$(2)=-\frac{1}{s}\{(2,1)+(2,3)+(2,4)+\cdots\cdots+(2,s)\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad (5)$$

$$[s]=-\frac{1}{s}\{s,1)+(s,2)+(s,3+\cdots\cdots+(s,s-1)\}$$

上式中 $(2,1)$, $(3,1)$, …… $(s,1)$, $(s,2)$ ……等爲 $(1,2)$, $(1,3)$, ……$(1,s)$, $(2,s)$, ……之負值。

每一方向平差後之中誤差爲

$$M=\sqrt{\frac{[vv]}{ns(s-1)(s-2)}} \qquad (6)$$

n 爲每角觀測之組數, s 爲方向之數目, v 爲每角之改正數。

第二目　圖形平差

測站平差後所得各角度之結果，未必能符合三角網內各圖形之幾何條件,故必再進行圖形平差。圖形之幾何條件有兩種:一爲角度條件,卽每個三角形三個角之和必爲 180° 加球面角超;一爲邊長條件卽在一個較複雜之圖形內（如雙對角線四邊形及多邊中點形）由一邊計算至另一邊邊長,常有一個以上之計算路線,由各路線所計算之長度必須相等。

在方向觀測時（或角度觀測經測站平差化爲等權方向時）各種條件之數目可以下式計算之:

設 p 爲三角點之總數, l 爲所有三角點間連接線(卽邊長)之總數,則

$$\begin{aligned}\text{圖形條件總數}&=2l-3p+4\\ \text{角度條件數目}&=l-p+1\\ \text{邊長條件數目}&=l-2p+3\end{aligned} \qquad (7)$$

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbo

按照上式,每個三角形僅有一個角度條件,無邊長條件;每個對角線四邊形,應有三個角度條件,一個邊長條件;每個 n 邊中點形,有 n 個角度條件,一個邊長條件。

關於角度條件及邊長條件之列法,可參閱「測量平差法」第八章第一節,此處不再詳論。

圖形平差,採用條件觀測之繫數解法。如為大規模之三角網或三角鎖,且網內大部分為同樣之圖形時,亦可採用擴展法及代替法解算。

第三目 其他條件

為增強三角網之精度,除必要之基線及天文經緯度方位角觀測以外,常做較多之觀測。每增加一種觀測,卽增加一個控制條件。欲使三角網計算之結果與增測之結果相符,必須將各種控制條件加入圖形條件內,一併平差。

一個三角網或鎖內有兩條或兩條以上之基線時,須列基線條件,使由每個基線經過三角網計算至另一基線之長度與實測結果相符。有 n 條基線時,應有基線條件 $n-1$ 個。

由於垂線偏差之關係,天文經緯度及方位角未必與大地經緯度方位角(由三角網計算而得者)相同,故不能逕列經緯度及方位角條件。但由拉伯拉斯(Laplace)方程式,知天文經度方位角與大地經度方位角之間,有必須滿足之關係。設 λ 為該點之大地經度,α 為由該點至另一點之大地方位角,λ' 為該點天文觀測所得之經度,α' 為由該點至另一點天文觀測所得之方位角,則拉伯拉斯方程式為

$$\alpha-\alpha'=(\lambda-\lambda')\sin\phi \qquad (8)$$

ϕ 為該點之緯度。此條件亦須列入三角網內一併平差。至於天文緯度與大地緯度之間,則無條件。其差別卽為該點在子午方向之垂線偏差。

有時三角網之一邊或多邊,與舊有之三角網之一邊或多邊相合,則

必使新三角網之結果與舊有三角網之結果相符合，是謂強制閉合條件。強制閉合條件，以經緯度表示之，卽各相合點之經緯度，必須與舊有三角網各該點之經緯度相等。

如三角網或鎖成環形之閉合狀態，則必須增加環形條件。環形條件包括一個方位角條件及兩個經緯度條件。

所有各種條件之列法，可參閱「測量平差法」第九章。

第二節　邊長計算

第一目　球面角超

平面三角形之三角總和，應爲 180°。球面三角形之三角總和，則較 180° $(=\pi)$ 爲大，其超出之角度名爲球面角超。

圖 1. ABC 爲圓球面上之一球面三角形，其三角爲 α, β, γ。按照上述球面角超之定義，α, β, γ 三角之和應爲

$$\alpha+\beta+\gamma=\pi+\varepsilon \quad (9)$$

ε 爲球面角超。上式中 $\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$ 均以弧度爲單位。

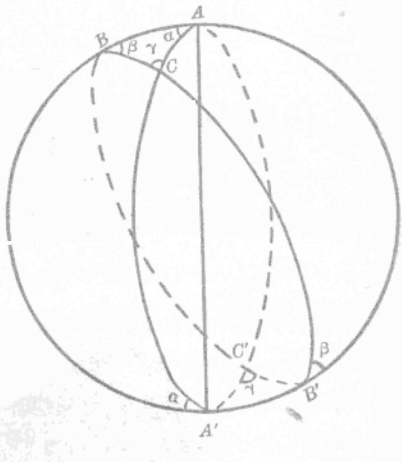


圖 1.

按照幾何學，半徑爲 r 之圓球之面積爲：

$$S=4\pi r^2$$

球面弓月形 (α, α)，(β, β)，(γ, γ) 之面積爲

$$(\alpha, \alpha)=\frac{\alpha}{2\pi}S=2\alpha r^2$$

$$(\beta, \beta)=\frac{\beta}{2\pi}S=2\beta r^2$$

$$(\gamma, \gamma)=\frac{\gamma}{2\pi}S=2\gamma r^2$$

三式相加並顧及式(9)之關係，得

$$(\alpha, \alpha)+(\beta, \beta)+(\gamma, \gamma)=2r^2(\alpha+\beta+\gamma)=2\pi r^2+2\varepsilon r^2 \quad (10)$$

設球面三角形 ABC 之面積爲 F，則弓月形 (α, α) 等又可如下表示：

$$(\alpha, \alpha)=F+A'BC$$
$$(\beta, \beta)=F+B'AC$$
$$(\gamma, \gamma)=F+CA'B'$$

但由圖知：　$A'BC+B'AC+CA'B'+F=\frac{S}{2}=2\pi r^2$

故　$$(\alpha, \alpha)+(\beta, \beta)+(\gamma, \gamma)=2\pi r^2+2F \quad (11)$$

比較(10)(11)兩式，即得球面角超之公式爲：

$$\varepsilon=\frac{F}{r^2} \quad (12)$$

如將 ε 自弧度單位變爲秒值單位，可將上式乘以 ρ''，即

$$\varepsilon''=\frac{\rho''}{r^2}F \quad (13)$$

設上述三角形中與 α, β, γ 各角相對之邊長爲 a, b, c，則按球面三角公式可得 F 之公式如下：

$$F=\Delta\left(1+\frac{a^2+b^2+c^2}{24r^2}\right) \quad (14)$$

式中 Δ 爲以 a, b, c 三個邊長所作成之平面三角形面積。此平面三角形之三個頂角與球面三角形之三個頂角略有不同，今以 α', β', γ' 表之。按平面幾何學知

$$\Delta=\frac{1}{2}a\,b\sin\gamma' \quad (15)$$

按第六章第三節，r 爲緯度 ϕ 之函數，照上式 r_0 所相當之緯度 ϕ_0 與三頂點之緯度 ϕ_A, ϕ_B, ϕ_C,應有下列之關係：

$$\cos^2\phi_0=\frac{1}{3}(\cos^2\phi_A+\cos^2\phi_B+\cos^2\phi_C)$$

由於 A, B, C 三點之緯度相差鮮在 $1°$ 以上，故實際計算時可取

$$\phi_0=\frac{1}{3}(\phi_A+\phi_B+\phi_C)$$

而求其相當之平均曲率半徑 r_0，代入式 (16)，即得橢圓球面角超之公式：

$$\varepsilon''=\frac{\rho''}{2{r_0}^2}ab\sin\gamma'\left(1+\frac{a^2+b^2+c^2}{24{r_0}^2}\right) \tag{18}$$

當三角形之三邊長各爲 150 公里時，上式右方第二項尚不致影響百分之一秒位，故一般計算時均可略去。又爲計算便利計，命 $\frac{\rho}{2r^2}=m$，並將 $\log m$ 之值以引數 ϕ 列表（本書附表 VI），如此則(18)式又可簡書爲

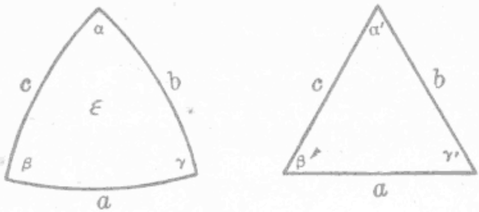
$$\varepsilon''=m_0\,\mathrm{ab}\sin\gamma' \tag{19}$$

此即一般計算橢圓球面角超之公式。

有時 m_0 不以三頂點緯度之平均數求之，而由三頂角緯度各查得其相當之 $\log m$ 值，取其平均數爲 $\log m_0$。兩種計算方法之結果，應無顯著之差異。

第三目　洛戎德爾定理

圖 2.（a）爲一球面三角形，其邊長爲 a, b, c 相對之三頂角爲 α, β, γ，圓球之半徑爲 r_0。圖 2.（b）爲一平面三角形，其三邊長與球面三角形之邊長完全相等，亦爲 a, b, c，但相對之三頂角則不能仍與球面三角形之三頂角相等，命之爲 α', β', γ'。由球面三角及平面三角公式，可以證明 α', β', γ' 與 α, β, γ 之關係爲：



(a)　(b)

圖 2.

$$\left.\begin{aligned}\alpha-\alpha'&=\frac{1}{3}\varepsilon+\frac{\varepsilon}{60r_0^2}(s^2-a^2)\\ \beta-\beta'&=\frac{1}{3}\varepsilon+\frac{\varepsilon}{60r_0^2}(s^2-b^2)\\ \gamma-\gamma'&=\frac{1}{3}\varepsilon+\frac{\varepsilon}{60r_0^2}(s^2-c^2)\end{aligned}\right\}\qquad(20)$$

式中之意義爲：

$$s^2=\frac{1}{3}(a^2+b^2+c^2)$$

式(20)右方第二項爲數至微，在普通三角形中鮮有達到千分之一秒者，故可略去。因而得極簡單之關係：

$$\left.\begin{aligned}\alpha-\alpha'&=\frac{1}{3}\varepsilon\\ \beta-\beta'&=\frac{1}{3}\varepsilon\\ \gamma-\gamma'&=\frac{1}{3}\varepsilon\end{aligned}\right\}\qquad(21)$$

此卽所謂洛戎德爾(Legendre)定理：設一平面三角形之三邊邊長與一球面三角形之相當邊長個別相等，且各邊邊長與球半徑之比例爲甚小之值時，則平面三角形之各頂角爲球面三角形各相當頂角減去球面三角形球面角超之三分之一。

以上所述，係球面三角形三頂角與平面三角形三頂角之關係。今三角測量係在橢圓體面上計算，而橢圓球面上三角形三頂點之曲率 K 略有不同，故式(20)之關係亦略有不同。設 K_a, K_b, K_c 爲三頂點之曲率，其平均數爲 K_0，則嚴格而論，橢圓球面角與平面角間之關係應爲

$$\left.\begin{aligned} \alpha-\alpha' &= \frac{1}{3}\varepsilon+\frac{\varepsilon}{60}K_0(s^2-a^2)-\frac{\varepsilon}{12}\left(1-\frac{K_a}{K_0}\right) \\ \beta-\beta' &= \frac{1}{3}\varepsilon+\frac{\varepsilon}{60}K_0(s^2-b^2)-\frac{\varepsilon}{12}\left(1-\frac{K_b}{K_0}\right) \\ \gamma-\gamma' &= \frac{1}{3}\varepsilon+\frac{\varepsilon}{60}K_0(s^2-c^2)-\frac{\varepsilon}{12}\left(1-\frac{K_c}{K_0}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

式(22)中之 K_0 即爲 $\dfrac{1}{\gamma_0{}^2}$，故比較(20)(22)兩式，可知其不同者僅在右方第三項。但就實際所能觀測之邊長而論，第三項最多不過萬分之一二秒，較第二項尚小，故一般而論，可不顧及。是以在橢圓體面上計算三角形邊長，仍採用洛戎德爾定理，即按式(21)計算。

第四目　邊長計算

根據洛戎德爾定理，既可將橢圓球面上之三角形化爲平面三角形，故邊長計算，即可按平面三角方法進行。平面三角形中已知三頂角，如再知一邊之邊長，則其他兩邊之邊長可用正弦定律求之。

綜上所述，邊長計算之工作，可分爲三步：(1)計算每個三角形之球面角超；(2)按照洛戎德爾定理，將每個三角形之三頂角減去三分之一球面角超，化爲平面角；(3)應用正弦定律計算邊長。

實際計算之步驟，並不能如此簡單。蓋計算球面角超，必須先知三角形之邊長(計算面積)及各頂點之緯度。且球面角超並不僅在邊長計算時應用，在列圖形平差之角度條件時，即已用到。是以在圖形平差之前，即須先計算球面角超之值。實際計算之步驟，爲在測站平差後即利用各三角形未經圖形平差之角值計算各邊之概長。計算時每個三角形

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbo

內之三頂角和必不等於 180°（一部分由於球面角超，一部分由於各角之觀測誤差)。此時可將不符值平均分配於三個頂角，使其知道爲 180°，再按平面三角形計算各邊邊長。倘三角網圖形複雜，由不同三角形計算所得之同一邊長可能不符。爲免誤差積累，可於每一階段取一平均數，再用平均數繼續往前推算。作邊長概算時，精度不必太高，如邊長不太長，使用六位對數卽可。

計算球面角超，除須知邊長外，尙須知各三角點之緯度，故亦必先求緯度概值。如施測區域有小比例尺地形圖時，常可於圖上量得每點之緯度概值，其精度能達 1′ 卽可。如無可靠地圖，卽必須先作大地位置之概算。大地位置計算之方法，將於下章論述。因概算所需之精度較低，可採用較簡單之公式，將高次改正項略去。

倘三角網包含複雜之圖形，作邊長計算時，應至少採取兩不同路線（卽兩串不同之三角形），推算同一邊長，以作驗核。如係三角形單鎖，不能作此種驗核時，則應由兩人各作獨立之計算，隨時比較其結果，以免計算錯誤。

第五目　邊長計算舉例

玆有三角形 ABC 如圖 3. 所示，各頂角之觀測概值及基線擴大邊 a 之長度如下：

測站	緯度	頂角概值
A	51°28.5′	$\alpha=86°13'59''(54'')$
B	51°48.0′	$\beta=53°06'46''(41'')$
C	50°51.2′	$\gamma=40°39'30''(25'')$
平均數	51°22.6′	和：$180°00'15'(00'')$

$$\log a=5.02519461$$

$$a=105972.850 \text{ 公尺}$$

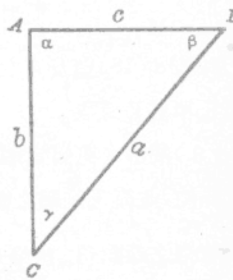


圖 3.

（1）計算 b, c 之概長　上表所列各頂角概值，包括球面角超在內，故其和較 $180°$ 大 $15''$。茲平均分配於三個角內，如上表括號內所示。然後根據之計算 b, c 之概長如下：

$$b=a\frac{\sin\beta'}{\sin\alpha'} \qquad c=a\frac{\sin\gamma'}{\sin\alpha'}$$

$$\begin{array}{rr}
\log a=5.025195 & \log a=5.025195 \\
\log\sin\beta'=9.902983 & \log\sin\gamma'=9.813933 \\
\log 1:\sin\alpha'=0.000940 & \log 1:\sin\alpha'=0.000940 \\
\hline
\log b=4.929118 & \log c=4.840068
\end{array}$$

（2）計算球面角超　$\log m_0$ 係以 $\phi_0=51°22.6'$ 爲引數自附表 VI 中查得。計算時應用不同邊長，以資驗核：

$$\varepsilon''=m_0\cdot ab\sin\gamma'=m_0\cdot bc\sin\alpha'$$

$$\begin{array}{rr}
\log m_0=1.403331 & \log m_0=1.403331 \\
\log a=5.025195 & \log b=4.929118 \\
\log b=4.929118 & \log c=4.840068 \\
\log\sin\gamma'=9.813933 & \log\sin\alpha=9.999060 \\
\hline
\log\varepsilon''=1.171577 & \log\varepsilon''=1.171577
\end{array}$$

$$\varepsilon''=14.845'' \qquad \frac{\varepsilon''}{3}=4.948''$$

如按式(18)顧及高次項，則第三項求得之結果爲 $+0.00012''$，不影響上項計算成果。

（3）按洛戎德爾定理化球面角爲平面角　應用上項球面角超列出角度條件，並經過全網之圖形平差後，得 α, β, γ 三頂角平差後之值，卽下表所列之球面角。按洛戎德爾定理各減去 $\frac{1}{3}\varepsilon''$ 後，卽得表內之平面角值（僅列秒值、度分與球面角同）。

	橢圓球面角	$-\frac{1}{3}\varepsilon''$	平面角
α	86° 13′ 58.838″	−4.948″	53.890″
β	53° 06′ 45.628″	−4.948″	40.680″
γ	40° 39′ 30.379″	−4.949″	25.430″
和	180° 00′ 14.845″	−14.845″	00.000″

倘照式(22)計算橢圓球面角與平面角差之高次項,則得

$$\alpha-\alpha'=\frac{1}{3}\varepsilon-0.000021''-0.000028''$$

$$\beta-\beta'=\frac{1}{3}\varepsilon+0.000003''-0.000121''$$

$$\gamma-\gamma'=\frac{1}{3}\varepsilon=0.000018''+0.000149''$$

可見高次項影響之小,實際應用時可以全部捨去。

(4)計算 b, c 之邊長　應用上表所列之平面角值及 $\log a$ 之值,即可按正弦定律求 b, c 之邊長如下:

$\log a=5.02519461$	$\log a=5.02519461$
$\log\sin\beta'=9.90298306$	$\log\sin\gamma'=9.81393448$
$\log 1:\sin\alpha'=0.00094000$	$\log 1:\sin\alpha'=0.00094000$
$\log b=4.92911767$	$\log c=4.84006909$
$b=84941.060$ 公尺	$c=69194.105$ 公尺

第九章　大地位置計算

第一節　基本原理

第一目　大地位置之各種解算方法

在地球橢圓體上由一個已知三角點 A 之經緯度出發，根據該三角點 A 至另一三角點 B 之大地線長度（三角網之邊長）及大地線在第一個三角點 A 之方位角，計算第二個三角點 B 之經緯度及大地線在第二個三角點 B 之反向方位角，是爲大地位置計算，亦係大地測量學之主要問題。蓋大三角測量之目的，主要爲求各三角點在地球橢圓體面上之位置也。

歷代各國大地測量學者，對於上述問題曾有多種之解法。由於出發點不同，其所得公式亦稍異。應用不同公式，其所得結果之精度亦不同。茲將各種方法，就其基本出發點分爲下列五種：

（1）根據 A 點之法面截曲線，計算 B 點之大地位置。此時 A 點之方位角不用大地線方位角而用法面方位角，所得 B 點之方位角，亦爲 B 點之法面方位角。應用此方法導出之公式有克拉克（Clark）公式，用於英國及印度之長邊計算。

（2）根據大地線長度與經緯度方位角之微分關係，列出兩點經緯度及方位角差依大地線長度 s 所展開之級數，是爲洛戎德爾（Legendre）級數。同樣原理，但應用兩點緯度之平均數展開成級數，是爲高斯（Gauss）中緯度公式。洛戎德爾級數不便直接應用，但可據以求輔助圓球與橢圓體上之不同，故對於解算大地位置頗爲重要。

（3）在橢圓體面上以 A 點爲原點，以通過 A 點之子午線爲主軸，

樹立一曲面上之直角座標系。先求 B 點在此座標系內之座標，再據以求兩點之經緯度差及方位角差。應用此方法導出之公式有安德烈(Andrae)公式。同樣應用直角座標方法，但與安德烈方法稍異。尚有史賴伯(Schreiber)公式、赫爾默特(Helmert)公式等。

（4）以 A 點之卯酉曲率半徑 N 作一輔助圓球，與橢圓體切於 A 點之平行圈。先在此輔助圓球上計算，然後再將所得結果，改正至橢圓球上。應用此種方法之公式甚多，其中最著者有布依桑 (Puissant) 公式、韜佩 (Tobey) 公式及克里格爾(Krueger)公式。

（5）以地球赤道半徑 a 作一圓球，而以 AB 之歸化緯度（見第六章第二節第四目）按照第七章式(13)大地線方程式

$$\cos\psi_1 \sin\alpha_1 = \cos\psi_2 \sin\alpha_2$$

計算 B 點之大地位置。應用此方法之公式，有貝塞耳(Bessel)公式及約丹(Jordan)公式等。

以上五種計算公式，本書不能一一詳述。其中以第（2）種與第（4）種最為重要。第（2）種中洛戎德爾級數為基本之級數；在第（4）種中所舉三種公式中，布依桑公式為現在美國、印度所採用者，韜佩公式為加拿大所採用者，我國前陸地測量機關亦曾採用之。兩種公式均有國際橢圓體原素計算之常數表，對於我國大地測量特別重要。至於克里格爾公式則為正算各式中之最精密者。高斯中緯度公式為反算公式中之最精密者，故亦於本章詳加介紹。

第二目　洛戎德爾級數

圖 1. A, B 為地球橢圓體面上兩個三角點。A 點之緯經度分別為 ϕ 及 λ，由 A 點出發之大地線 AB 長度為 s，在 A 點之方位角為 α，求 B 點之緯經度 ϕ', λ' 及大地線在 B 點之方位角 α'。

由於大地線長度（三角網之一邊長）與地球半徑之比，常為一極

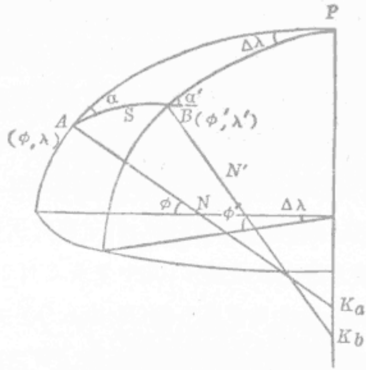


圖 1.

小之數，故 A, B 兩點之緯度差 $(\phi'-\phi)$、經度差 $(\lambda'-\lambda)$ 及方位角差 $(\alpha'-\alpha)$，可以根據泰羅(Taylor)定律展開成 s 之級數。即：

$$\left.\begin{aligned}\phi'-\phi&=\frac{d\phi}{ds}s+\frac{d^2\phi}{ds^2}\frac{s^2}{2}+\frac{d^3\phi}{ds^3}\frac{s^3}{6}+\frac{d^4\phi}{ds^4}\frac{s^4}{24}+\frac{d^5\phi}{ds^5}\frac{s^5}{120}\\\lambda'-\lambda&=\frac{d\lambda}{ds}s+\frac{d^2\lambda}{ds^2}\frac{s^2}{2}+\frac{d^3\lambda}{ds^3}\frac{s^3}{6}+\frac{d^4\lambda}{ds^4}\frac{s^4}{24}+\frac{d^5\lambda}{ds^5}\frac{s^5}{120}\\\alpha'-\alpha&=\frac{d\alpha}{ds}s+\frac{d^2\alpha}{ds^2}\frac{s^2}{2}+\frac{d^3\alpha}{ds^3}\frac{s^3}{6}+\frac{d^4\alpha}{ds^4}\frac{s^4}{24}+\frac{d^5\alpha}{ds^5}\frac{s^5}{120}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

上式中大地線之 $\frac{d\phi}{ds}$, $\frac{d\lambda}{ds}$, $\frac{d\alpha}{ds}$ 等一次微分係數，已於第七章第二節第四目演出。根據第七章之式(19)(20)(23)，可書成下列形式：

$$\frac{d\phi}{ds}=\frac{\cos\alpha}{M}\qquad(2)$$

$$\frac{d\lambda}{ds}=\frac{\sin\alpha}{N\cos\phi}\qquad(3)$$

$$\frac{d\alpha}{ds}=\frac{\sin\alpha}{N\cot\phi}\qquad(4)$$

欲將(2)(3)(4)各式繼續依 s 微分，須知第六章中已求出之下

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbo