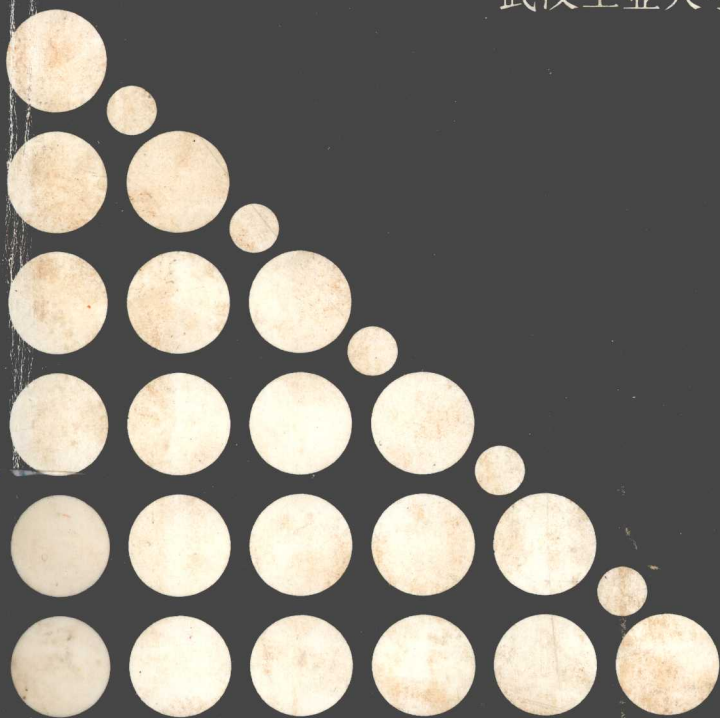


Porous Materials and Their Mechanical Behaviours

多孔工程材料及其力学行为

蒋沧如 著

武汉工业大学出版社



内 容 简 介

本书是作者近几年来在含流多孔介质力学性能研究的一系列论文和研究报告基础上的总结,全书共分七章,内容由浅入深,大部分内容在国内外会议和杂志上发表过,并在国内外一些学术场合与不少知名专家学者进行切磋,受益非浅。前两章分别就固体和流体的属性进行了讨论,以便读者能对含流体的固体所表现出来的特点有一个起码的认识。第三章到第六章涉及到含流多孔介质的准静态响应。第七章是作者在国内外杂志上发表的一些最新研究成果,问题已超出弹性范围,讨论了含流多孔介质的一些随时间变化的特性。

本书可供大专院校教师、研究生和科研部门的土建、地质、石油、材料等学科的高级工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

多孔工程材料及其力学行为/蒋沧如著. — 武汉: 武汉工业大学出版社, 1996.9
ISBN 7-5629-1143-6

I. 多… II. 蒋… III. 多孔性材料-力学性质 IV. TB39

中国版本图书馆CIP数据核字(96)第17962号

武汉工业大学出版社出版发行
武汉汽车工业大学印刷厂印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 8.25 字数 200千字
1996年9月第1版 1996年9月第1次印刷
印数 1-1000 定价 15.00元

序

人类使用和制造材料由来已久，历史学者曾经按人类使用的材料把人类的文明史分为石器时代、陶器时代、铜器时代、铁器时代等，这无疑表明，材料的研制和使用构成了人类历史进程的一个个辉煌的里程碑。在科学技术日益发展的今天，人类在材料方面的成就和使用，已经很难用某一种类的材料来概括了。人类已经可以根据使用的不同要求，研制出具有各种各样性能的材料。材料已经成为现代科学技术的基础，从大规模集成电路的一个微型器件到航天飞机和卫星，无不有赖于各式各样材料来发挥它们的特有功能和效用，科学技术的发展使人们对物质微观世界的认识产生巨大的飞跃，各种各样的新技术和新要求也为材料提供发展的基础和前提。至今，人们对材料的认识已逐步形成一门材料科学，材料科学的出现是材料和现代生产、现代科学技术相互作用的必然结果。

材料学科是研究材料的成分、结构、加工同材料性能、以及材料应用之间相互关系的一门学科。这里所指的材料是广义的，包括金属材料、无机非金属材料、有机高分子材料等。不论是什么材料，都有一个微观结构和宏观表现的内在关系问题，而且应该讲，这是一把公用的钥匙，人们利用它已经解决了许多方面的问题，从这一角度来讲，许多不同类型的材料，尽管各有它们的特点，但却具有相通的理论 and 共性，本书将就多孔材料中的共有特性，从微观结构变化的机理中，总结其对宏观表现最重要的几种特性，分析出对于这一类型材料的力学分析方法。

为了适应不同层次读者的需要，本书的前几章还特别讲了一些有关材料的基本问题，以便全书自成体系，在材料的取舍上尽量做到深入浅出，一定程度上兼顾原理和应用。

本书在撰写过程中得到不少同仁的热情帮助和支持，特别要指出的是本人作为高级访问学者在美国Delaware大学土木系期间，得到Alexander H.D.Cheng教授的支持，正是他的帮助，本书中进展最大的几部分得以美国自然科学基金会的经济支助。

作者以此书献给我那病魔缠身、一直坚持到我完成合作研究，从美国归来后才瞑目的母亲，和默默为我献出了青春的妻子。

1996.8 于武汉

目 录

第一章 固体的属性	1
1.1 应力的描述.....	1
1.2 应变的描述.....	6
1.3 关于大应变和大位移.....	8
1.4 平面应力与应变.....	8
1.5 应力-应变性状的类型.....	10
1.5.1 线弹性.....	11
1.5.2 非线性特征.....	16
1.5.2.1 双线性和多线性模型.....	16
1.5.2.2 双曲线模型.....	18
1.5.2.3 Ramberg-Osgood模型.....	21
1.5.2.4 样条函数模型.....	23
1.5.2.5 多项式模型.....	23
1.5.3 高阶弹性模型.....	24
1.6 无摩擦简单完全塑性.....	25
1.7 有摩擦的完全塑性.....	31
1.8 Capped屈服模型.....	36
1.9 应变软化.....	41
1.10 粘滞性状.....	43
1.11 反向加载.....	47
第二章 流体的属性	51
2.1 连续性方程.....	51
2.2 尤拉方程.....	53

2.3 流体静力学.....	56
2.4 不发生对流的条件.....	59
2.5 伯努利方程.....	61
2.6 能流.....	62
2.7 速度环量之守恒.....	65
2.8 有势运动.....	66
2.9 不可压缩流体.....	70
第三章 多孔弹性材料的力学机理.....	77
3.1 简介.....	77
3.2 多孔弹性材料的力学描述.....	80
3.3 本构方程.....	82
3.3.1 连续公式.....	83
3.3.1.1 多孔弹性体的本构方程.....	83
3.3.1.2 体积响应.....	85
3.3.2 微观力学方法.....	89
3.3.2.1 充满流体的多孔固体的体积响应.....	90
3.3.2.2 Π 载荷作用下孔隙率的变化.....	97
3.3.2.3 多孔岩石的非线性体积变形.....	99
3.3.3 实验测定.....	103
3.3.3.1 排水渗透实验.....	104
3.3.3.2 无排水渗透实验.....	104
3.3.3.3 液压加载实验.....	105
第四章 多孔弹性材料的线性各向同性理论.....	106
4.1 控制方程.....	106
4.1.1 本构律.....	106
4.1.2 传输定律.....	111
4.1.3 平衡关系.....	112
4.1.4 相容方程和几何方程.....	113

4.2 场方程综述.....	116
4.2.1 Navier方程.....	117
4.2.2 扩散方程.....	118
4.3 无旋位移场.....	119
4.4 非耦合的孔压扩散方程.....	121
4.4.1 无限或半无限域的无旋位移场.....	121
4.4.2 极易压缩孔流的限制.....	122
4.4.3 稳态条件.....	122
第五章 初边值问题的解法.....	124
5.1 初值与边值问题.....	124
5.2 卷积技术.....	125
5.3 解法.....	125
5.3.1 势能法.....	126
5.3.1.1 Biot分量.....	126
5.3.1.2 Biot函数.....	128
5.3.1.3 位移函数.....	128
5.3.2 有限单元法.....	130
5.3.2.1 连续介质的离散.....	131
5.3.2.2 单元位移插值函数.....	131
5.3.2.3 单元特性分析.....	132
5.3.2.4 总体特性分析.....	138
5.3.2.5 求解结果的处理.....	139
5.3.2.6 非线性有限单元法的应用.....	140
5.3.2.7 有限单元法用于多孔弹性体.....	143
5.3.3 边界元法.....	144
5.3.3.1 直接法.....	144
5.3.3.2 间接法.....	147
5.3.4 奇异因子法.....	150

5.3.4.1 三维固结和沉降问题.....	150
5.3.4.2 三维断裂.....	151
第六章 某些基本问题.....	154
6.1 单轴应变问题.....	154
6.1.1 控制方程.....	155
6.1.2 Terzaghi 一维固结问题.....	156
6.1.3 流体加载.....	158
6.1.4 初期解.....	159
6.1.5 调和激励.....	160
6.2 圆柱体问题.....	162
6.2.1 问题的定义和解法.....	162
6.2.2 载荷模式一.....	165
6.2.3 载荷模式二.....	167
6.2.4 应用.....	168
6.3 井孔问题.....	170
6.3.1 问题的意义.....	170
6.3.2 载荷模式一.....	171
6.3.3 载荷模式二.....	172
6.3.4 载荷模式三.....	173
6.3.5 应用.....	174
6.4 可渗透边界附近的应力的早期演变.....	176
6.4.1 早期应力集中.....	176
6.4.2 应变相容条件.....	178
6.4.3 拉伸破坏的应用.....	179
6.5 水力破坏.....	181
6.5.1 简介.....	181
6.5.2 Griffith 裂纹.....	181
6.5.3 不可渗透层的垂直水力断裂.....	184

6.5.4 应用.....	187
第七章 含流多孔介质粘弹性理论.....	189
7.1 简介.....	189
7.2 控制方程.....	191
7.3 微观力学机制.....	193
7.4 材料参数的实验室测定.....	199
7.5 应用.....	203
7.5.1 井孔问题.....	204
7.5.2 圆柱体问题.....	208
7.5.2.1 载荷模式一.....	209
7.5.2.2 载荷模式二.....	212
7.5.2.3 载荷模式三.....	214
7.5.2.4 载荷模式四.....	215
7.6 结论.....	219
附录 A.....	222
附录 B.....	225
参考文献.....	248

第一章 固体的属性

对于一个物理问题进行数值处理的中心部分,在于对一些物理量,例如对应力、应变和时间之间关系的描述,这个关系称为本构关系。这里首先讨论一些对任何材料都实用的基本概念,然后再讨论一些与含流多孔材料中固体特性有关的性质。

1.1 应力的描述

研究变形体在外载荷作用下的变形规律时,要求出任意一点的应力状态。图1-1表示一个从变形体中切出的微小单元体(微元体),微元体以外部分的力通过六个微分面作用于微元体上。由于微分面足够的小,面上的应力可以看成是均匀分布在整个微

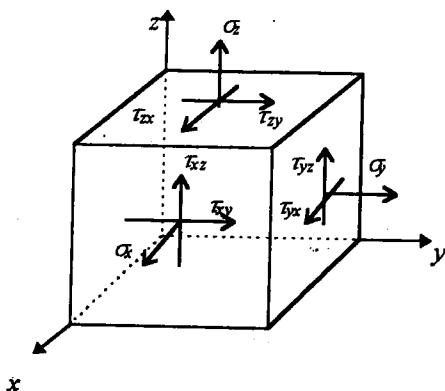


图1-1 单元体上的应力的符号

分面上。假设这些力以张量的形式表示, 则为

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

上式每个应力分量中, 正应力 σ 的下标表示应力所在微分面的法线方位, 例如 σ_x 表示法线方向为 x 的作用面上的正应力; 剪应力 τ 的第一个下标表示应力作用面的法线方位, 第二个下标表示应力的作用方向, 例如 τ_{yz} , 表示法线方向为 y 的作用面上、沿 z 方向的剪应力。应力符号的正负是采用连续体力学中常用的符号规定, 即正面正向为正、负面负向为正, 其余的为负, 图1-1中的应力都是正的应力。由于这种规定, 拉应力是正的应力。但是在某些领域, 例如在岩石力学中, 习惯上由于压力的场合比拉力的场合要多得多, 所以规定压力为正, 其单元体上正的应力受力图与图1-1不同, 所有的正应力方向相反。这两种规定有时会发生混淆, 应用时要引起注意。

在变形体中, 如果除了固体相占有空间以外, 还存在流体的话, 为了表示流体对固体的相互作用, 引入流体的压力 p , 相应的应力张量为

$$[p] = \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

当使用孔隙压力、总应力及有效应力的概念时, 应使符号有明确的意义。一种方法是对所有的应力用一种同样的符号, 即拉伸的正应力和孔隙压力均为正。有的著作中采用混合的符号法则, 即正应力拉伸时为正、而孔隙压力压缩时为正, 但是这种方法会导致很大的混乱, 应用时要特别注意。

如果孔隙压力和总应力采用相同的符号, 而有效应力用加一杠表示, 则有

$$[\bar{\sigma}] = [\sigma] - [p] \quad (1.3)$$

或

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_x & \bar{\tau}_{xy} & \bar{\tau}_{xz} \\ \bar{\tau}_{xy} & \bar{\sigma}_y & \bar{\tau}_{yz} \\ \bar{\tau}_{xz} & \bar{\tau}_{yz} & \bar{\sigma}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

图1-2表示两种坐标系统 x,y,z 和 a,b,c 的方向余弦, 即每对坐标方向夹角的余弦, 可以用方括号中的坐标记号来表示。例如

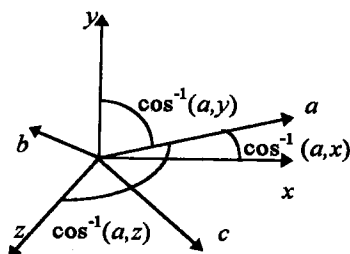


图 1-2 坐标变换和方向余弦的定义

$[y,a]$ 表示 y 方向与 a 方向夹角的余弦。一个坐标系中一点的坐标 (x,y,z) 将会另一坐标系中具有坐标 (a,b,c) , 并定义为

$$\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [x,a] & [y,a] & [z,a] \\ [x,b] & [y,b] & [z,b] \\ [x,c] & [y,c] & [z,c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (1.5)$$

方程(1.5)中的 3×3 阶矩阵称为旋转或转置矩阵 $[T]$, 任何一个在 x,y,z 坐标系中的向量 $\{v\}$, 可以置换为 a,b,c 坐标系中的向量 $\{v^*\}$, 即

$$\{v^*\} = [T]\{v\} \quad (1.6)$$

这样 x,y,z 坐标系中的应力张量 $\{\sigma\}$, 可以置换为 a,b,c 坐标系中的应力张量 $\{\sigma^*\}$, 即

$$\{\sigma^*\} = [T]\{\sigma\}[T]^T \quad (1.7)$$

根据矩阵理论, 可以通过适当地旋转坐标轴, 给出方程(1.7)中只有对角线元素为非零元素的应力矩阵 $[\sigma^*]$, 即

$$[\sigma^*] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

对角线上的各项称为主应力。三个主应力分别为如下方程的三个实数解, 即

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (1.9)$$

式中

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (1.10)$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_z & \tau_{zx} \\ \tau_{zx} & \sigma_x \end{vmatrix} \quad (1.11)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (1.12)$$

它们分别称作应力的第一、第二和第三不变量。因为坐标系是人们研究问题的手段, 手段取的不同不应该影响结果。由于主应力是不取决于坐标轴物理量, 不会由于坐标轴的不同而变化。既然主应力不变, 所以这些用主应力表示的不变量也应该与坐标轴的选取无关。

平均正应力通常也叫做八面体正应力, 记为 σ_{oct} 。按照上面同样的理由, 它也是一个不变量。

$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{I_1}{3} \quad (1.13)$$

$$[\sigma_{\text{oct}}] = \begin{bmatrix} \sigma_{\text{oct}} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\text{oct}} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\text{oct}} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

偏应力于是定义为

$$[S] = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_{\text{oct}} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_{\text{oct}} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_{\text{oct}} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

偏应力也有其主值和不变量，分别用 J_1 、 J_2 和 J_3 表示。按照与方程 (1.9) 相同的道理，可以知道，主应力应该是下面方程的解。

$$S^2 - J_2 S - J_3 = 0 \quad (1.16)$$

必须注意， $J_1 = 0$ ，并且 J_2 的符号与 I_2 相反，于是可以导出下列有用的关系为

$$\begin{aligned} J_2 &= \begin{vmatrix} S_x & S_{xy} \\ S_{xy} & S_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_y & S_{yz} \\ S_{yz} & S_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} S_z & S_{zx} \\ S_{zx} & S_x \end{vmatrix} \\ &= \frac{(S_x^2 + S_y^2 + S_z^2)}{2} + S_{xy}^2 + S_{yz}^2 + S_{zx}^2 \\ &= \frac{[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2]}{6} + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ &= \frac{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}{6} \end{aligned} \quad (1.17)$$

当以三个主应力方向作为坐标轴，就容易确定这样的平面，该面的外法线方向与三个坐标轴成等角。可以证明，该面上的主应力即为前面定义的 σ_{oct} 。在三维坐标系中满足等法线方向的平面有八个，组成正八面体，这也就是将平均应力称作八面体应力的原因。作用于八面体上的剪应力叫八面体剪应力 τ_{oct} ，它的大小由下式给出。

$$\tau_{\text{oct}}^2 = \frac{1}{9} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{2}{3} J_2 \quad (1.18)$$

1.2 应变的描述

物体变形的量度是用应变来描述的,由弹性力学知道,如果在坐标 x, y, z 三个方向上的位移分别用 u, v, w 来表示,则应变分量为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}; & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{aligned} \right\} (1.19)$$

遵循求和约定,上述的方程可用缩并的办法,采用另外一种形式写为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \gamma_{ij} &= 2\varepsilon_{ij} \end{aligned} \right\} (1.20)$$

应变分量的物理意义同于一般弹性力学的定义(见图1-3),前三者是正应变,后三者是剪应变。

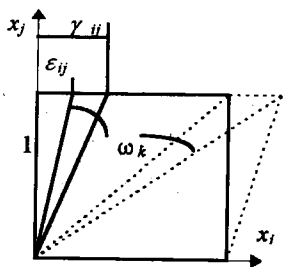


图 1-3 工程剪应变和张量剪应变

值得注意的是有两种剪应变的定义。前一种是工程剪应变,它对实验工作极为有用,同时也在数值计算中使用。后一种叫张

量剪应变，对于理论推导特别有用。这两种应变分量有明显的区别，工程剪应变的定义包含了旋转，而张量剪应变则是描述一种纯变形。在运用中一定要仔细地鉴别是属于那种剪应变，以免发生混淆。

定义张量剪应变的目的就是要将整套应变写成一个张量，为

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

这个张量服从前面关于应力的变换法则，它有不变量、主应变值等。应变可以分解成一个八面体法向分量

$$\varepsilon_{\text{oct}} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z}{3} \quad (1.22)$$

$$\varepsilon_{\text{oct}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\text{oct}} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\text{oct}} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\text{oct}} \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

和偏应变分量。其中偏应变为

$$[e] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_{\text{oct}} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y - \varepsilon_{\text{oct}} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_{\text{oct}} \end{bmatrix} \cdot \quad (1.24)$$

假设微元体的体积为 V ，则体积应变定义为

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 3\varepsilon_{\text{oct}} \quad (1.25)$$

体积应变是一个重要的物理量。在弹塑性分析中，体积应变决定了变形体的很多重要性质。例如，在弹性分析中就知道，变形体的许多变形特点只与体积应变有关，而物体的形状改变与体积应变无关。另外可以注意到，体积应变正好是八面体应变的3倍。

1.3 关于大应变和大位移

如前所述, 在讨论应变变量变时, 仅当变形使物体经历无限小位移的和旋转时才是有效的。这个假定的条件从理论上限制了其适用范围, 但是对于本书中讨论的变形场合, 这个假定是满足的。无限小位移的理论适用于大部分的工程场合。如果发生了有限的旋转和有限的变形并且必须加以考虑的话, 应力与应变的定义和本构关系将变得相当的复杂, 随之而来的结果是问题的求解变得相当的繁琐, 有的问题几乎无法求得封闭解。限于篇幅有限, 本书中不作详述, 作者准备在另外的著作中进行专门的讨论。

1.4 平面应力与应变

在工程中常有这样的情况, 空间的问题可以化为平面问题来解, 这样只要求得任一平面, 例如 xoy 平面中的应力和应变即可, 而且尽管 σ_z , τ_{xz} 和 τ_{yz} 存在, 但是很小, 可以忽略不计。于是求主应力的问题变成一个仅求 σ_x , σ_y 和 τ_{xy} 的问题。

考虑平面问题的两组坐标轴 xy 和 ab , 如图1-4所示, 转换

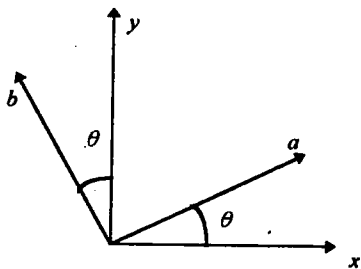


图 1-4 平面坐标的旋转