SANDIAN YILIAN

三点一练

知识点·重点·难点
例析及能力训练

初一数学（下）

三点一练

丛书主编/ 刘国材

GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS
广西师范大学出版社

知识点·重点·难点例析及能力训练

三点一练

初一·数学 下

13

编者

张一颖 李欣
姜艳 梁玉明

广西师范大学出版社
·桂林·

编委名单

知识点·重点·难点例析及能力训练
三点一练·初一数学（下）
原编者　童萍萍　何炯芳
修订者　张一颖　李　颀　姜　艳　梁玉明

广西师范大学出版社出版发行
（广西桂林市中华路 36 号　邮政编码：541001）
桂林漓江印刷厂印刷

开本：890×1 240　1/32　印张：5.75　字数：162 千字
2001 年 1 月第 3 版　2001 年 1 月第 3 次印刷
印数：75 001～110 000 册
ISBN 7-5633-2848-3/G·1984
定价：6.30 元

修订版前言

《三点一练》丛书自去年出版之后，以其新颖、简洁的体例，翔实的内容，独特的编写板块，受到了广大中学生的欢迎，因而能在图书市场上热销。这表明了编者在丛书第一版前言中所说的——对自己近年主编或参与主编的几套畅销丛书进行更新换代的构思——已经获得成功。对此，编者深受鼓舞，同时感谢广大读者朋友的支持。

此次推出的修订版，在注意保留了原版的风格和特点的同时，重点考虑贯彻当前教材、教学和考试改革的最新精神，对以下几个方面进行精心修订：

1. 调整、更新了部分典型例题

删除已不作教学、考试要求的有关内容的例题和题型；撤换能力层次要求不高的部分例题；选取最新的中、高考的新题型试题，尤其是北京、上海2000年春季招生的部分试题，作为例题收入丛书的有关分册，并增大了相关知识和能力综合训练例题的比重。

2. 改写、充实了部分例题的编写板块

改写、增补了部分例题的【解析】、【解法】、【说明】板块，进一步强化了丛书在这一方面所展示的编写特色。

3. 强化了能力训练题

各分册无一例外地都对各编写单元的能力训练题进行了调整和增、删，尽可能使保留的和新入选的训练题不仅数量合理，而且在内容方面更能突出对应用能力的训练。

本次修订工作是在教育部关于加大对教材和考试改革力度的决定颁布后进行的，正确把握改革的尺度是做好修订工作的前提。为了确保《三点一练》丛书能按预定方案高速度、高质量地完成修订工作，特邀了部分山西、辽宁的一线教师加盟编写队伍，并对丛书的原编写人员进行了较大幅度调整，涉及面约占丛书所含分册的三分之二！力求使本丛书更具权威性和针对性；更适合中学生朋友使用，并在本丛书的指导下能更好地掌握基础知识和应考内容，取得事半功倍的效果。

主编　刘国材

2000年5月于桂林紫园

目　录

代数部分

几何部分

代数部分

第五章　二元一次方程组

5.1　二元一次方程组

含有两个未知数，并且未知项的次数是1的整式方程叫做二元一次方程.

方程组中只含两个未知数，并且未知项的次数是1的整式方程组叫二元一次方程组.（一般两个二元一次方程合在一起.）

使二元一次方程组中每一个方程左、右两边的值都相等的两个未知数的值，叫做二元一次方程组的解.

（一）典型例析

【例1】 下列方程中，哪些是二元一次方程，哪些不是？为什么？

（1）$6x-2=5z+\frac{1}{3}$.　　（2）$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=7$.

（3）x^2-3y.　　（4）$xy+3x+y=1$.

【解】（1）$6x-2=5z+\frac{1}{3}$是二元一次方程.

（2）$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=7$ 不是整式方程，所以不是二元一次方程.

（3）x^2-3y 不是等式，所以不是方程，更不是二元一次方程.

（4）$xy+3x+y=1$ 中未知项 xy 的次数是 2，所以不是二元一次方程.

【说明】 判断一个方程是不是二元一次方程，依据三点：一是含有两个未知数，二是未知项的次数是1，三是整式方程.

【例 2】 下列方程组中，哪些是二元一次方程组，哪些不是？为什么？

(1) $\begin{cases}2x+y=4,\\3x-z=5.\end{cases}$ (2) $\begin{cases}xy=7,\\x+y=8.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x-3y=4,\\3x+y=5.\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x+\dfrac{1}{y}=7,\\5x-3y=1.\end{cases}$

(5) $\begin{cases}4x+y=5,\\3x=2.\end{cases}$

【解】 (1) $\begin{cases}2x+y=4,\\3x-z=5\end{cases}$ 中含有三个未知数 x,y,z，所以不是二元一次方程组.

(2) $\begin{cases}xy=7,\\x+y=8\end{cases}$ 中，因为未知项 xy 的次数是 2，所以不是二元一次方程组.

(3) $\begin{cases}x-3y=4,\\3x+y=5\end{cases}$ 是二元一次方程组.

(4) $\begin{cases}x+\dfrac{1}{y}=7,\\5x-3y=1\end{cases}$ 中，因为 $x+\dfrac{1}{y}=7$ 不是整式方程，所以不是二元一次方程组.

(5) $\begin{cases}4x+y=5,\\3x=2\end{cases}$ 中，两个方程都是一次方程，并且方程组中共含有两个未知数，所以它是二元一次方程组.

【说明】 判别一个方程组是否是二元一次方程组，依据两点：①方程组是由两个一次方程组成的；②方程组中共含有两个未知数.

【例 3】 判断下列各组数是不是方程组 $\begin{cases}x-y=5,\\3x+4y=1\end{cases}$ 的解.

(1) $\begin{cases}x=-2,\\y=3.\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=3,\\y=-2.\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x=-2,\\y=-3.\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=3,\\y=2.\end{cases}$

【分析】 要检验一对数是不是方程组的解，就要把这一对数分别代入方程组中的每一个方程，如果它能使方程中每个方程左、右两边值相等，那么它就是方程组的解.

【解】（2）$\begin{cases}x=3,\\y=-2\end{cases}$ 既是 $x-y=5$ 的解，又是 $3x+4y=1$ 的解，所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=3,\\y=-2.\end{cases}$

【说明】 是某个方程组的解必须满足：①是一对数且必须写成 $\begin{cases}x=a,\\y=b\end{cases}$ 的形式；②它必须同时满足方程组中每一个方程.

【例 4】 在方程 $3x-ay=5$ 中，如果 $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$ 是它的一个解，求 a 的值.

$9-2a=5$
$-2a=-4$
$a=2$
$3\times3-2a=5$

【分析】 此题是关于 x、y 的一个二元一次方程，把 a 看成是 y 的系数，将 $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$ 代入方程得到关于 a 的一元一次方程.

【解】 把 $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$ 代入 $3x-ay=5$ 中，得

$$3\times3-a\times2=5.$$

$\therefore\quad a=2.$

（二）能力训练题

A 组

1. 填空题：

（1）方程 $2x-3y=18$ 是含有 2 个未知数的 1 次方程.

（2）方程组 $\begin{cases}x=1,\\x+y=5\end{cases}$ 的解为 $y=4$.

（3）方程 $(k^2-1)x^2+(k+1)x+(k+2)y=k+3$，当 $k=$ -1 时，方程为一元一次方程，当 $k=$ 1 时，方程为二元一次方程.

（4）方程 $2x-\dfrac{y}{3}=1$，$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{2}{y}=3$，$x^2-y^2=4$，$5(x+y)=7(x-y)$，$2x^2-5x=3$，$\dfrac{1}{2x+y}=4$ 中，是二元一次方程的有 ① ④.

（5）已知二元一次方程 $2x-y=1$. 若 $x=2$，则 $y=$ 3；若 $x=0$，则 $y=$ -1.

6-3-3

$4x-3=3$ $4x=6$ $x=\frac{3}{2}$

(6) 已知二元一次方程 $4x+y=3$. 若 $y=-3$,则 $x=$ $\underline{\ \frac{3}{2}\ }$;若 $y=0$,则 $x=$ $\underline{\ \frac{3}{4}\ }$.

(7) 写出 $x-y=5$ 的四个解:

$\begin{cases}x=1,\\y=\underline{-4};\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\y=\underline{-6};\end{cases}$ $\begin{cases}x=\underline{8},\\y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\underline{0},\\y=-5.\end{cases}$

2. 判断题:

(1) 下列方程中,是二元一次方程的打"√",否则打"×":

①$5x-2y$;(×) ②$7x-y=3$;(√)

③$2x-3y=z$;(×) ④$3(2+3x)+3y-4=0$;(√)

⑤$\frac{1}{y}+x=4$;(×) ⑥$xy-x+y=9$. (×)

(2) 下列方程组中,是二元一次方程组的打"√",否则打"×":

① $\begin{cases}x-3y=1,\\ \frac{x}{7}-\frac{y}{3}=\frac{1}{4};\end{cases}$ (√) ② $\begin{cases}x+y=5,\\x-z=6;\end{cases}$ (×)

③ $\begin{cases}x^2-y^2=4,\\x+y=7;\end{cases}$ (×) ④ $\begin{cases}\frac{7}{x}-\frac{3}{y}=4,\\3x-2y=11.\end{cases}$ (×)

$9-2=7$

(3) $\begin{cases}x=3,\\y=-1\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}3x+2y=7,\\2x+y=5\end{cases}$ 的解. (√)

$6-1=5$

(4) 若 $\begin{cases}x=3,\\y=5\end{cases}$ 是方程 $kx-2y=2$ 的一个解,则 $k=4$. (√)

$3k-10=2$

(5) 二元一次方程 $2x-y=7$ 有无数组解. (√)

(6) 因为方程 $3x-2y=1$ 有无穷多组解,所以任何一对数都是这个方程的解. (×)

(7) 方程组 $\begin{cases}2x-3y=1,\\x+y=0\end{cases}$ 的解是方程 $2x-3y=1$ 的一个解.

(√)

(8) 方程 $2x-3y=1$ 的解一定是方程组 $\begin{cases}2x-3y=1,\\x-y=0\end{cases}$ 的解.

(×)

3. 选择题： 0-3+3=0

(1) 方程组$\begin{cases}3x-2y+3=0,\\ 3y-2x=\dfrac{9}{2}\end{cases}$的解是（ A ）.

(A) $\begin{cases}x=0,\\ y=\dfrac{3}{2}\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}x=5,\\ y=0\end{cases}$　　(C) 无解　　(D) 无穷组解

(2) $5x+3y=38$ 的正整数解有（ B ）. 1, 4

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

(3) 方程组$\begin{cases}y=2x-3,\\ 4x-3y=1\end{cases}$的解是（ C ）.

(A) $\begin{cases}x=1,\\ y=-1\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}x=2,\\ y=1\end{cases}$　　(C) $\begin{cases}x=4,\\ y=5\end{cases}$　　(D) $\begin{cases}x=5,\\ y=4\end{cases}$

4. 已知$\begin{cases}x=2,\\ y=-1\end{cases}$是方程组$\begin{cases}4mx-x+y=13,\\ 2x-ny+1=2\end{cases}$的解，求 $2m+3n$ 的值.

$8m-2-1=13$
$8m=16$
$m=2$

$4-n(-1)+1=2$
$4+n+1=2$
$n=-3$

$2\times2+3\times(-3)$
$=4-9$
$=-5$

5. 已知二元一次方程组$\begin{cases}3x-y=3,\\ 2ax+y=7\end{cases}$的解中，$x=2$，求 y 和 a 的值.

$6-y=3$
$y=3$

$4a+3=7$
$4a=4$
$a=1$

B 组

$7-(x-y)=5$

1. 若 $x-y=2$，求 $7-x+y$ 的值.

2. 若 $x^{2m-2n-2}-2y^{m}=5$ 是二元一次方程，求 m,n 的值.

$m=1$　$n=-\frac{1}{2}$

$2-2n-2=1$
$-2n=1$
$n=-\frac{1}{2}$

5.2 用代入法解二元一次方程组

〈加减法〉

用代入法解二元一次方程组的一般步骤：

1. 从方程组中选一个系数比较简单的方程，将这个方程中的一个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来. $y=ax+b$ 或 $x=ay+b$.

2. 将变形后的关系式代入另一个方程，消去一个未知数，得到一个一元一次方程.

3. 解这个一元一次方程，求出未知数的值.

4. 将求得的未知数的值代入变形后的关系式中，求出另一个未知数的值，从而得到方程组的解. 把x和y的值写在一起

（一）典型例析

【例 1】 将下列方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式.

（1）$2x-y=5$. （2）$5x-3y=\frac{1}{2}$.

（3）$\frac{x}{2}-3y=1$.

【分析】 把方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式，可以把 x 当成已知数看，再根据一元一次方程的解法求出 y.

【解】（1）$2x-y=5$. ∴ $y=2x-5$.

（2）$5x-3y=\frac{1}{2}$. ∴ $3y=5x-\frac{1}{2}$，

即
$$y=\frac{5x-\frac{1}{2}}{3}=\frac{5}{3}x-\frac{1}{6}.$$

（3）$\frac{x}{2}-3y=1$. ∴ $3y=\frac{x}{2}-1$，

即
$$y=\frac{\frac{x}{2}-1}{3}=\frac{x}{6}-\frac{1}{3}.$$

【说明】 此例题的等式变形是用代入法解二元一次方程的重要一步.

【例 2】 解下列方程组：

（1）$\begin{cases} x=3y+2, & ① \\ x+3y=8. & ② \end{cases}$ （2）$\begin{cases} 4x+y=37, & ① \\ 5x+2y=53. & ② \end{cases}$

（3）$\begin{cases} 4x+5y=-19, & ① \\ 3x-2y=3. & ② \end{cases}$

【分析】（1）题中方程①是含一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式，可将方程①代入方程②求出 y 的值.（2）题中方程①中 y 的系数是 1，很容易转化为 $y=37-4x$，所以用代入消元法解方程组.（3）题中没有系数是 ±1 的未知项，而只有 $-2y$ 系数的绝对值最小，可将方程②变为 $y=\frac{3x-3}{2}$.

【解】（1）把①代入②，得

$$3y+2+3y=8,$$

$$6y=6,$$

$\therefore$ $$y=1.$$

把 $y=1$ 代入①,得

$$x=5.$$

$\therefore$ $$\begin{cases}x=5,\\y=1.\end{cases}$$

(2) 由①,得

$$y=37-4x. \qquad ③$$

把③代入②,得

$$5x+2(37-4x)=53,$$

$$5x+74-8x=53,$$

$$-3x=-21,$$

$\therefore$ $$x=7.$$

把 $x=7$ 代入③,得

$$y=9.$$

$\therefore$ $$\begin{cases}x=7,\\y=9.\end{cases}$$

(3) 由②,得

$$y=\frac{3x-3}{2}. \qquad ③$$

把③代入①,得

$$4x+\frac{5(3x-3)}{2}=-19,$$

$$8x+15x-15=-38,$$

$$23x=-23,$$

$\therefore$ $$x=-1.$$

把 $x=-1$ 代入③,得

$$y=\frac{-3-3}{2}.$$

$\therefore$ $$y=-3.$$

$\therefore$ $$\begin{cases}x=-1,\\y=-3.\end{cases}$$

【说明】 如果方程组中，某个未知数的系数为±1或常数项为零时，用代入消元法解方程组比较简单.

【注意】 (3)题中最好将 $x=-1$ 代入方程③求 y 值. 当然也可以代入原方程组中某个方程，但前者计算更简单.

【例 3】 已知方程 $mx+ny=5$ 的两个解为 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$ 求 m、n 的值.

【分析】 根据方程的解的定义，知 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$ 分别满足方程 $mx+ny=5$，由此可得关于 m,n 的两个二元一次方程. 从而得到一个二元一次方程组.

【解】 把 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$ 分别代入方程 $mx+ny=5$，得方程组

$$\begin{cases}m+n=5, & ①\\2m+3n=5. & ②\end{cases}$$

由①，得 $m=5-n$. ③

把③代入②，得 $2(5-n)+3n=5$.

$\therefore$ $n=-5$.

把 $n=-5$ 代入③，得 $m=10$.

$\therefore$ $\begin{cases}m=10,\\n=-5.\end{cases}$

（二）能力训练题

A 组

1. 把下列方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式：

(1) $7x+9y=84$. (2) $3x+5y-8=0$.

(3) $2x-4y=-1$. (4) $9y-5x=2$.

2. 把下列方程写成用含 y 的代数式表示 x 的形式：

(1) $3x+4y=6$. (2) $2x+5y=7$.

(3) $3y+4x=29$. (4) $5y-3x=12$.

3. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}2x+3y=1,\\7x+6y=2.\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}5x-2y=40,\\15x-7y=315.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}5p+4q=15,\\2p-3q=1.\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}3p+4q=9,\\p-2q=1.\end{cases}$

(5) $\begin{cases}5m+2n=7,\\2m+3n=5.\end{cases}$　　(6) $\begin{cases}5n-9m=15,\\3m+4n=29.\end{cases}$

(7) $\begin{cases}3b=4a+4,\\4b=5a+3.\end{cases}$　　(8) $\begin{cases}6a+5b=13,\\18a+7b=-1.\end{cases}$

(9) $\begin{cases}4x-3y=-4,\\\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{3}=6.\end{cases}$　　(10) $\begin{cases}\dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{2}=-4,\\\dfrac{x}{15}-\dfrac{y}{7}=-3.\end{cases}$

B组

$\begin{cases}x+y-2=0\\2x-3y+6=0\end{cases}$

1. 若 $|x+y-2|+(2x-3y+6)^2=0$，求 x,y 的值.

2. 已知 $2a^{y+5}b^{3x}$ 和 $-4a^{2x}b^{2-4y}$ 是同类项，求 x,y 的值.　$\begin{cases}y+5=2x\\3x=2-4y\end{cases}$

3. 当 $x=-1$ 时，二元一次方程 $2x-y=3$ 与 $mx+2y=-1$ 有相同的解，则 m 的值是多少？

$-2-y=3$　$y=-5$　$-m+2\times(-5)=-1$　$-m-10=-1$　$-m=9$　$m=-9$

4. 已知 $\begin{cases}x=2,\\y=-3\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}ax+by=1,\\ax-by=2\end{cases}$ 的解，求 a,b 的值.

5. 方程组 $\begin{cases}4x+3y=1,\\mx+(m-1)y=3\end{cases}$ 的解 x 和 y 的值相等. 则 m 的值为多少？

$mx+my-y=3$

$4x+3x=1$　$7x=1$　$x=\frac{1}{7}$

6. 解方程组

$$\begin{cases}\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=13,\\4(y-3)=3(z+8).\end{cases}$$

5.3　用加减法解二元一次方程组

用加减法解二元一次方程组的一般步骤：

1. 用适当的数乘以方程的两边，使方程组的两个方程中准备消去

与两方程未知数系数绝对值均不相等，则利用等式性质