

全新应用型·(就业型) 高等教育“十一五”规划教材



· 文化基础课系列 ·

SHUXUE

数 学

(专业模块)

主 编 薛加强

副主编 李素英 刘丽娜 朱晓慧



中国发展出版社

全新应用型（就业型） 高等教育“十一五”规划教材



· 文化基础课系列 ·

SHUXUE

数 学

（专业模块）

主 编 薛加强

副主编 李素英 刘丽娜 朱晓慧

 中国发展出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学 (专业模块) / 薛加强主编. —北京: 中国发展出版社,
2009. 10

(全新应用型 (就业型) 高等教育 “十一五” 规划教材)
ISBN 978 - 7 - 80234 - 479 - 2

I. 数… II. 薛… III. 高等数学—高等学校: 技术学校—教材
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 183847 号

书 名: 数学 (专业模块)

著作责任者: 薛加强

出版发行: 中国发展出版社

(北京市西城区百万庄大街 16 号 8 层 100037)

标准书号: ISBN 978 - 7 - 80234 - 479 - 2

经 销 者: 各地新华书店

印 刷 者: 北京凯达印务有限公司

开 本: 720 × 1000mm 1/16

印 张: 22.75

字 数: 400 千字

版 次: 2009 年 10 月第 1 版

印 次: 2009 年 10 月第 1 次印刷

印 数: 1—3000 册

定 价: 42.00 元

咨询电话: (010) 68990642 68990692

购书热线: (010) 68990682 68990686

网 址: <http://www.develpress.com.cn>

电子邮件: fazhanreader@163.com

fazhan02@drd.gov.cn

版权所有·翻印必究

本社图书若有缺页、倒页, 请向发行部调换

**全新应用型（就业型）
高等教育“十一五”规划教材编委会**

总 编 辑

彭松建 北京大学、中国大学出版社协会

总 策 划

戴 勇 北京华版联教育科技有限公司、北京民办教育协会

主任委员（第一批、排名不分先后）

孙庆胜 徐州经贸高等职业学校

吴兆刚 徐州经贸高等职业学校

王乃森 扬州大学

李锦云 中国传媒大学

郭 力 世界图书出版公司北京公司

前 言

为了适应职业教育课程改革新形势的需要,探索职业教育数学课程如何体现以服务为宗旨、以就业为导向、以学习者为中心、培养学生理性思考的要求,科学有效地提高职业院校学生的思维习惯、品质与能力,同时为学生的专业学习及以后发展提供必要的支持,我们组织从事职业教育的一线数学教师共同编写了这套数学教材。全套教材共两册,即两个模块。

数学	第一册	基础模块
	第二册	专业模块

本套教材编写的主要指导思想及原则:

一、基本思想

数学有三个层面。一是作为理论思维的数学,重在培养并反映人类进行理性思维的能力。二是作为技术应用的数学,数学技术和计算机等结合使得数学成为直接创造财富的生产力。三是作为文化修养的数学,数学成为现代人的基本素质的一部分。在本教材中,重点突出第二个层面,同时关注第一和第三个层面在培养学生理性思维方面的作用及训练。

在编写本教材时,从逻辑及内容上适当降低教材的难度,使学生在学习时达到努力一点就能学会的程度。对于抽象度较高、难于理解的概念,用通俗的语言去描述与解释。在讲知识的同时充分挖掘数学知识的潜在功能,锻炼并提高学生的思维能力与素质,并渗透数学知识与思想方法在各专业及生活中的应用。对知识的内在联系进行透彻的剖析,根据其内在联系与规律,合理安排知识的顺序。

二、基本原则

(1) 基础性原则:数学,作为内部联系性非常紧密的一门学科,每一部分知识可能都要以过去的知识作为基础,所以要按照它们的内在逻辑顺序合理安排好教学内容的先后顺序;对于理工、经济类专业,数学是一必备的工具,教材充分体现其基础工具作用,为学生学好专业打下坚实的基础;并为学生的进一步深造打下坚实的基础。

(2) 循序渐进原则:在编制教材过程中,对于知识的讲解,降低知识层次间的高度,使得学生能够适应思维的跳跃性,便于学生理解与掌握。

(3) 多角度原则:对于定义、定理、性质、公式等的理解上,给出不同角度

的理解，特别在练习与习题上予以充分的体现。引导学生学会全方位思考问题。

(4) 通俗性原则：许多的定义，定理，概念的数学归纳虽然简洁，但是抽象度太高。为了降低学生学习的难度，尽量对难于理解的抽象性知识给出通俗易懂的解释，同时给出准确的数学定义。对于例题与练习、习题，力求平和中体现思维、变化、技巧，同时注重观察能力、分析能力的培养。

(5) 灵活性原则：在编制教材过程中，无论是指导思想，还是具体的知识，都充分体现数学的灵活性思想，充分体现数学因条件变化而变化的本质，渗透自然变化的规律。

(6) 实用性原则：编写本套教材，重点是顺应现在职业教育课程改革，适应其他学科及专业学习的需要，适应现有学生的认知水平。

本教材的编写以充分的调研为基础，并吸收借鉴了国内同类教材的长处，得到徐州经贸高等职业学校、北京华版联科技有限公司的支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

本册教材主编为薛加强；副主编为李素英、刘丽娜和朱晓慧。各章编写分工如下：李素英（第1、2、7、8、10章），朱晓慧（第3、4、5、6章），薛加强（第9、13章），刘丽娜（第11、12章）。由于时间比较仓促，水平有限，在教材编写中可能会存在一些失误，恳请专家及广大师生批评指正。

编者

2009年9月

目 录

第 1 章	立体几何	1
第 1 节	平面	1
第 2 节	两条直线	8
第 3 节	直线与平面	13
第 4 节	平面与平面	23
第 5 节	多面体	30
第 6 节	旋转体	46
第 7 节	球	51
第 2 章	复数	56
第 1 节	复数的概念	56
第 2 节	复数的四则运算	65
第 3 章	数列极限	71
第 4 章	函数的极限与连续	77
第 1 节	初等函数	77
第 2 节	函数的极限	82
第 3 节	函数极限的运算法则	90
第 4 节	两个重要极限	94
第 5 节	函数的连续性	98

第 5 章 导数和微分	106
第 1 节 导数的概念	106
第 2 节 函数的求导法则	114
第 3 节 复合函数的求导法则	117
第 4 节 隐函数的导数	120
第 5 节 高阶导数	123
第 6 节 函数的微分	125
第 7 节 中值定理	131
第 8 节 罗必达法则	135
第 9 节 导数的应用	139
 第 6 章 不定积分	152
第 1 节 不定积分的概念与性质	152
第 2 节 几种积分法	159
第 3 节 简单的一阶微方程	172
 第 7 章 定积分	178
第 1 节 定积分的概念与性质	178
第 2 节 定积分的计算	180
第 3 节 定积分的应用	185
第 4 节 广义积分	192
 第 8 章 级数	196
第 1 节 常数项级数	196
第 2 节 幂级数	203
第 3 节 函数的幂级数展开式	207
第 4 节 傅里叶级数	213
 第 9 章 拉普拉斯变换	230
第 1 节 拉普拉斯变换	230
第 2 节 拉氏变换的逆变换	237

第 3 节 用拉氏变换解常微分方程举例	241
第 10 章 二重积分	244
第 1 节 二重积分	244
第 2 节 二重积分的计算	249
第 3 节 二重积分的应用	260
第 11 章 行列式	264
第 1 节 行列式的概念	264
第 2 节 行列式的性质	272
第 3 节 克莱姆法则	279
第 12 章 矩阵	285
第 1 节 矩阵的概念	285
第 2 节 矩阵的运算	288
第 3 节 初等变换与矩阵的秩	294
第 4 节 逆矩阵	301
第 13 章 离散数学初步	307
第 1 节 关系	307
第 2 节 整除	315
第 3 节 图的基本概念	320
第 4 节 路、回路、连通性、欧拉图	329
第 5 节 树及其应用	333
附录 简单积分表	346

第 1 章 立体几何

从土木建筑到家居装璜，从机械设计到商品包装，从航空测绘到零件制图等，空间图形与我们生活息息相关。例如现在住房的设计图和中国“神舟七号”载人飞船升空的场景，其中都蕴含了丰富的空间图形。

本章主要解决如下问题：

- (1) 空间几何体是由哪些基本元素构成的？
- (2) 几何体的基本元素之间具有怎样的位置关系？

第 1 节 平 面

几何学是研究物体的形状、大小和相互间位置关系的一个数学分支。如果我们只注意一个物体的形状和大小，不管其他性质时，这样的物体就称为几何体。如圆形木料和铁桶，尽管它们的重量、颜色、质量和其他性质不同，但如果只看它们的外表形状，则都是一个圆柱形的几何体。

在立体几何中所研究的点是不存在大小的，直线是没有粗细且可以向两方无限延伸的，平面是没有厚度且可以无限延展的。当把几何体看成是由点、线、面组合而成的时候，又称它们为几何图形。由同一个平面内的点、线组成的图形称为平面图形，如果图形的点不在同一个平面内，那么这样的图形就称为空间图形。平面图形是空间图形的一部分。

一、平面的画法

平面是立体几何的一个重要概念，用什么图形来表示平面呢？我们常见的黑板、桌面、纸张等，都给我们以平面的形象，而这些平面大都是矩形状的，当我们从适当的角度和距离去观察这些平面时，感到它们与平行四边形是一致的。

因此，通常画一个锐角为 45° 角的平行四边形来表示平面。

根据平面放置的位置不同，大致有三种情况。

- (1) 水平放置的平面（如图 1-1 所示）。

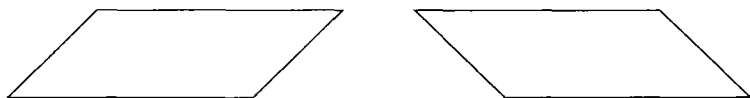


图 1-1

(2) 竖直放置的平面 (如图 1-2 所示)。

(3) 相交平面 (如图 1-3 所示)。

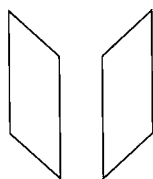


图 1-2

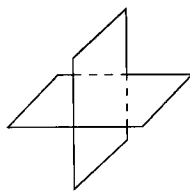


图 1-3

两个相交的平面的画法, 可以按图 1-4 所示的步骤进行:

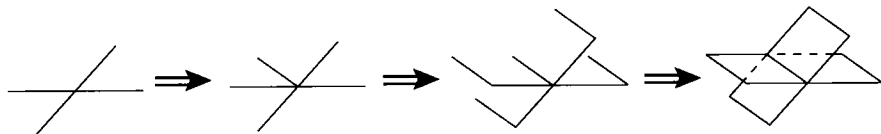


图 1-4

注: 需要时, 我们还可以用其他不规则的多边形表示平面。

二、平面的表示

(1) 用小写希腊字母 $\alpha, \beta, \gamma \cdots$ 表示, 写在表示平面的平行四边形某一个顶角内部, 记作“平面 α ”, “平面 β ” $\cdots$, 读作“平面 α ”, “平面 β ” $\cdots$, 如图 1-5 所示。

(2) 用表示平面的平行四边形对角的两个大写英文字母表示, 记作“平面 AC ”或“平面 BD ”, 读作“平面 AC ”或“平面 BD ”, 当然也可以用所有表示顶点的字母表示, 记作“平面 $ABCD$ ”, 读作“平面 $ABCD$ ”, 如图 1-6 所示。

(3) 用大写英文字母 $M, N \cdots$ 表示, 写在表示平面的平行四边形某一个顶角内部, 记作“平面 M ”, “平面 N ” $\cdots$, 读作“平面 M ”, “平面 N ” $\cdots$, 如图 1-7 所示。



图 1-5

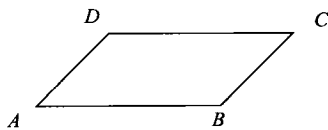


图 1-6

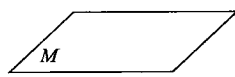


图 1-7

三、点、线、面的位置关系及表示

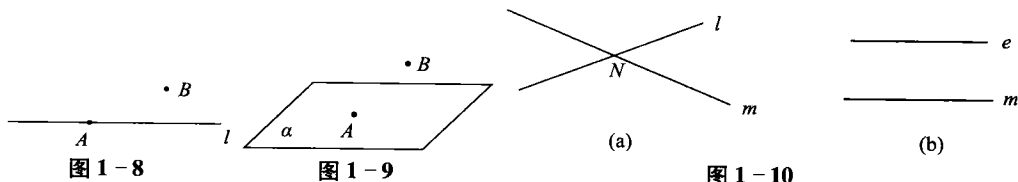
空间图形也可看作是空间点的集合, 因此点、线、面的关系可用集合的关系来表示。

(1) 点 A 在直线 l 上, 记作 $A \in l$, 读作“点 A 在直线 l 上”; 点 B 不在直线 l

上, 记作 $B \notin l$, 读作“点 B 不在直线 l 上”或“点 B 在直线 l 外”, 如图 1-8 所示。

(2) 点 A 在平面 α 内, 记作 $A \in \alpha$, 读作“点 A 在平面 α 内”; 点 B 不在平面 α 内, 记作 $B \notin \alpha$, 读作“点 B 不在平面 α 内”或“点 B 在平面 α 外”, 如图 1-9 所示。

(3) 直线 l 与直线 m 交于点 N , 记作 $l \cap m = \{N\}$, 读作“直线 l 与直线 m 交于点 N ”, 如图 1-10 (a) 所示; 直线 l 与直线 m 没有交点, 记作 $l \cap m = \emptyset$, 读作“直线 l 与直线 m 没有交点”, 如图 1-10 (b) 所示。



(4) 直线 l 在平面 α 内, 记作 $l \subset \alpha$, 读作“直线 l 在平面 α 内”, 如图 1-11 (a) 所示; 直线 l 不在平面 α 内, 记作 $l \not\subset \alpha$, 读作“直线 l 不在平面 α 内”或“直线 l 在平面 α 外”, 如图 1-11 (b) 所示。

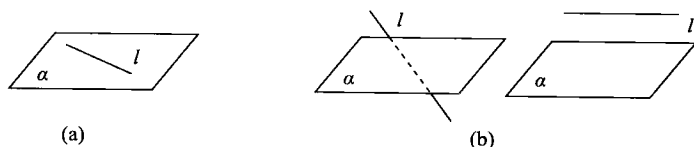
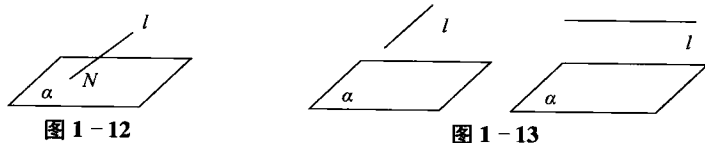


图 1-11

(5) 直线 l 与平面 α 交于点 N , 记作 $l \cap \alpha = \{N\}$, 读作“直线 l 交平面 α 于点 N ”, 如图 1-12 所示。

(6) 直线 l 与平面 α 平行, 记作 $l \parallel \alpha$, 读作“直线 l 平行于平面 α ”, 如图 1-13 所示。



(7) 平面 α 与平面 β 交于直线 l , 记作 $\alpha \cap \beta = l$, 读作“平面 α 与平面 β 相交于直线 l ”, 如图 1-14 所示。

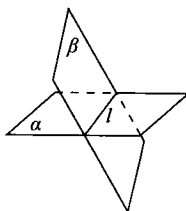


图 1-14

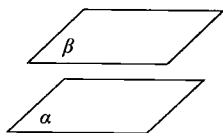


图 1-15

(8) 平面 α 与平面 β 平行, 记作 $\alpha // \beta$, 读作“平面 α 平行于平面 β ”, 如图 1-15 所示。

在以后的学习中, 我们将经常用到这些关系与记号, 请熟记。

练习

1. 已知点 C 不在直线 m 上, 点 D 在直线 n 上, 请用数学符号表示上述关系_____。
2. 已知直线 l 在平面 α 内、不在平面 β 内, 请用数学符号表示上述关系_____。
3. 已知直线 m 、 n 相交于点 A , 平面 α 、 β 相交于直线 l , 直线 l 与平面 γ 相交于点 C , 请用数学符号表示上述关系_____。
4. 用符号表示“点 A 在直线 l 上, 直线 l 在平面 α 外”, 正确的是 ()
 (A) $A \in l, l \notin \alpha$ (B) $A \in l, l \not\subset \alpha$
 (C) $A \subset l, l \not\subset \alpha$ (D) $A \subset l, l \notin \alpha$

四、平面的基本性质

研究空间图形时, 必须充分应用平面图形的性质。因此我们首先要了解平面的三个基本性质。

公理 1 如果一条直线上的两点在一个平面内, 那么这条直线上所有的点都在这个平面内。

数学符号表示为: 若 $A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha$, 则 $l \subset \alpha$ (如图 1-16 所示)。

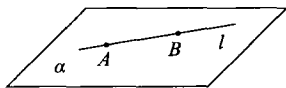


图 1-16

水泥工铺水泥地面时, 用一根直尺在刚铺水泥的面上一刮, 保证地面平整; 木工检查板面是否平整, 也常用一把直尺压在板面上, 看看是否漏光。这种做法之所以有效, 就是利用了平面的这一个基本性质。

通常, 我们用公理 1 解决如下问题:

- (1) 证明线在面内: $A \in l, B \in l, A \in \alpha, B \in \alpha$, 则 $l \subset \alpha$;
- (2) 证明点在面内: $A \in l, l \subset \alpha$, 则 $A \in \alpha$ 。

公理 2 如果两个平面有一个公共点, 那么它们相交于经过这个公共点的一条直线。

数学符号表示为: $A \in \alpha, A \in \beta, \alpha \cap \beta = l$, 则 $A \in l$ (如图 1-17 所示)。

也就是说空间两个平面相交, 一定有一条交线, 不可能只交于一点。通常我们用这个公理来判别两个平面是否相交。

公理3 经过不在同一直线上的任意三点，有且只有一个平面（如图1-18所示）。

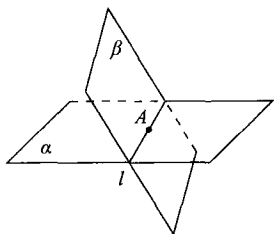


图 1-17

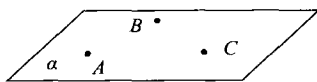


图 1-18

日常生活中就有这样的例子：三条腿的凳子，放在哪里都能放稳，但是四条腿的凳子遇到不平的地面，怎么放也是斜的。照相机支架采用三个脚，而不用四个脚，就是利用这个基本性质。

由公理3，可以推出确定一个平面的三个推论：

(1) 一条直线和直线外一点确定一个平面；

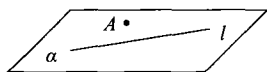
数学符号表示为：已知 $A \notin l$ ，则点 A 与直线 l 确定一个平面 α （如图1-18(a)所示）。

(2) 两条相交直线确定一个平面；

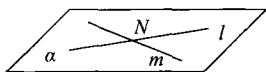
数学符号表示为：已知 $l \cap m = \{N\}$ ，则直线 l 与直线 m 确定一个平面 α （如图1-19(b)所示）。

(3) 两条平行直线确定一个平面；

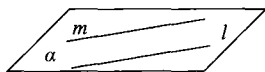
数学符号表示为：已知 $l \parallel m$ ，则直线 l 与直线 m 确定一个平面 α （如图1-19(c)所示）。



(a)



(b)



(c)

图 1-19

公理3及三个推论主要是用来确定一个平面。

[例1-1] 如图1-20所示，已知梯形 $ABCD$ 中， AB ， CD 为两底， AB ， BC ， CD ， AD （或其延长线）分别与平面 α 相交于点 E ， F ， G ， H ，证明： E ， F ， G ， H 四点共线。

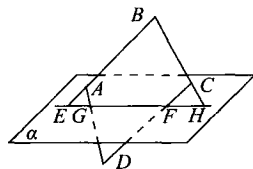


图 1-20

证明：在梯形 $ABCD$ 中，因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $ABCD$ 可确定一个平面 β 。

因为 E ， H ， F ， G 分别在 AB ， BC ， DC ， AD 延长线上，且 AB ， BC ， DC ， AD 在平面 β 内，所以 E ， H ， F ， $G \in \beta$ 。

又因为 E ， H ， F ， $G \in \alpha$ ，故 E ， H ， F ， G 必在 α 与 β 的交线上。

故 E, F, G, H 四点共线。

[例 1-2] 如图 1-21 所示, 已知 $a \parallel b$, $c \cap a = A$, $c \cap b = B$, 求证: a, b, c 共面。

分析: 欲证三条直线在同一平面内, 根据公理 3 及三个推论先找到一个平面, 再证另一条直线在该平面内。

证明: 因为 $a \parallel b$, 由推论 3 可知直线 a, b 可确定一平面 α 。

故 $a, b \subset \alpha$

又因为 $c \cap a = A$

所以 $A \in a, A \in c$, 故 $A \in \alpha$ 。

同理可得 $B \in b, B \in c$, 故 $B \in \alpha$ 。

因为 $A, B \in c$, 故 $c \subset \alpha$

综上可得 a, b, c 共面。

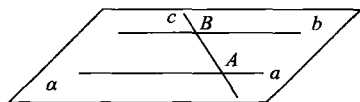


图 1-21

练习

- 为什么许多自行车后轮旁只安装一只撑脚?
- 在空间内, 可以确定一个平面的条件是 ()。
 - 一条直线
 - 不共线的三个点
 - 任意的三个点
 - 两条直线
- 下列叙述中, 正确的是 ()。
 - 因为 $P \in \alpha, Q \in \alpha$, 所以 $PQ \in \alpha$
 - 因为 $P \in \alpha, Q \in \beta$, 所以 $\alpha \cap \beta = PQ$
 - 因为 $AB \subset \alpha, C \in AB, D \in AB$, 所以 $CD \in \alpha$
 - 因为 $AB \subset \alpha, AB \subset \beta$, 所以 $A \in (\alpha \cap \beta)$ 且 $B \in (\alpha \cap \beta)$
- 若 $A \in \alpha, B \notin \alpha, A \in l, B \in l$, 那么直线 l 与平面 α 有多少个公共点?

习题

- 能不能说一个平面长 2 米, 宽 1 米, 为什么?
- 分别用大写字母表示图 1-22 中长方体的六个面所在的平面。

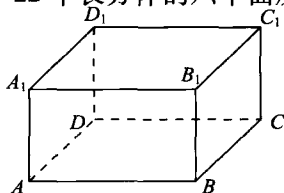


图 1-22

3. 判断题:

- (1) 空间三点确定一个平面。 ()
- (2) 梯形是平面图形。 ()
- (3) 一个角确定一个平面。 ()
- (4) $A, B, C \in \alpha, A, B, C \in \beta$, 且 A, B, C 不在同一直线上, 则 α 与 β 重合。 ()
- (5) 平面 α 和平面 β 若有公共点, 就不止一个。 ()

4. 填空题

- (1) 经过一点可作_____个平面; 经过二点可作_____个平面;
- (2) 经过一条直线可作_____个平面; 过一点的两条直线可确定_____个平面;
- (3) 过一点的三条直线可确定_____个平面。

5. 选择题

- (1) 若点 M 在直线 l 上, 直线 l 在平面 α 内, 则 M, l, α 间的上述关系可表示为 ()
 (A) $M \in l \in \alpha$ (B) $M \in l \subset \alpha$ (C) $M \subset l \subset \alpha$ (D) $M \subset l \in \alpha$
- (2) 在下列命题叙述中, 正确的是 ()
 (A) 因为 $P \in \alpha, Q \in \alpha$, 所以 $PQ \in \alpha$
 (B) 因为 $P \in \alpha, Q \in \beta$, 所以 $\alpha \cap \beta = PQ$
 (C) 因为 $AB \subset \alpha, C \in AB, D \in AB$, 所以 $CD \subset \alpha$
 (D) 因为 $AB \subset \alpha, AB \subset \beta$, 所以 $A \in \alpha \cap \beta, B \in \alpha \cap \beta$

6. 用符号表示下列点、线、面间的关系:

- (1) 点 A 在平面 α 内, 但在平面 β 外;
- (2) 直线 l 经过平面 α 外的一点 N ;
- (3) 直线 l 与直线 m 相交于平面 α 内的一点 N ;
- (4) 直线 l 经过平面 α 内的两点 M 和 N 。

7. 下面的写法对不对, 为什么?

- (1) 点 A 在平面 α 内, 记作 $A \subset \alpha$
- (2) 直线 l 在平面 α 内, 记作 $l \in \alpha$
- (3) 平面 α 与平面 β 相交, 记作 $\alpha \cap \beta$
- (4) 直线 l 与平面 α 相交, 记作 $l \cap \alpha \neq \emptyset$

8. 已知 $\triangle ABC$ 三边 AB, BC, CA 的延长线分别交平面 α 与点 P, Q, R , 求证 P, Q, R 共线。

9. 已知 a, b, c 两两相交, 且不交于一点, 求证 a, b, c 共面。

第 2 节 两条直线

点是立体几何中最基本、最简单的元素，没有讨论的意义。这一节我们来研究空间两条直线的位置关系及相关知识。

一、空间两直线的位置关系

平面上两条直线的位置关系只有两种：相交或平行。在空间中的两条直线是否也是如此呢？你可以观察一下教室四周，把天花板、地面与墙的交线及墙面与墙面的交线视为直线的一段，你可以找到彼此平行的直线，也可以找到相交的直线，但还能发现有一些直线，例如天花板上南北走向的交线，与地面上东西走向的交线，它们既不平行，也不相交。把教室抽象成一个长方体 $ABCD - A'B'C'D'$ ，把长方体的棱视为直线的一段，那么从图 1-23 中你可以发现更多这种位置关系的直线对，例如 BC 与 AA' 、 AD 与 $D'C'$ ，还有对角线 $B'D'$ 与 AC 等等。

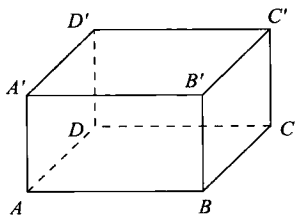


图 1-23

这些直线对的公共特征是它们不可能同在一个平面内，即既不平行，也不相交。

我们把空间内两条既不相交，又不平行的直线称为异面直线。也可以说，把两条不可能同在任一平面内的直线称为异面直线。因此，空间中两条直线位置关系（立体几何中不讨论重合）有三种：

- (1) 平行——没有公共点
- (2) 相交——只有一个公共点
- (3) 异面——既不相交也不平行（不可能同在任一平面内）

}（必定同在一个平面内）

注：平行与相交的共同特征是两条直线在同一平面内，平行和异面的共同特征是没有公共点。

一般地，异面直线的作法主要有图 1-24 中三种。

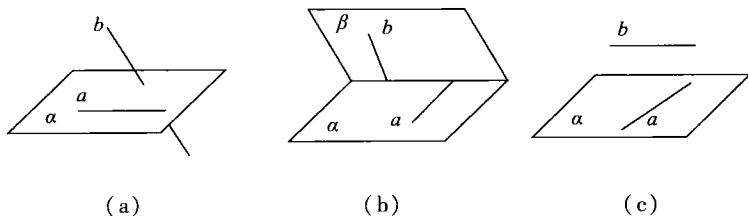


图 1-24