现代数学译丛 1

应用分支理论基础

〔俄〕尤里·阿·库兹涅佐夫 著
金成桴 译

科学出版社
www.sciencep.com

现代数学译丛 11

应用分支理论基础

〔俄〕尤里·阿·库兹涅佐夫 著

金成桴 译

科学出版社
北京

图字：01-2009-7982 号

内 容 简 介

本书详细阐述非线性连续和离散动力系统中的分支理论及其在生物数学、化学反应、神经动力学等领域中的应用. 全书共分十章, 主要内容有动力系统介绍, 拓扑等价性、分支与动力系统的结构稳定性, 连续-时间系统平衡点的单参数和双参数分支, 离散-时间系统不动点的单参数和双参数分支, n 维动力系统的平衡点和周期轨道分支, 双曲平衡点的同宿和异宿轨道分支, 连续-时间动力系统中的其他单参数分支和分支的数值方法. 本书尽量避免高深的数学概念和理论, 证明(包括使用适当的计算机软件)详细清楚, 介绍全面, 便于多方面的读者阅读.

本书可作为大学数学、物理、生物等专业高年级大学生和研究生的教材或参考书, 也可供相关专业研究人员阅读参考.

Translation from the English language edition:
Elements of Applied Bifurcation Theory by Yuri A. Kuznetsov

图书在版编目(CIP)数据

应用分支理论基础/(俄)尤里 ·阿 ·库兹涅佐夫著, 金成桴译. —北京: 科学出版社, 2010

(现代数学译丛; 11)

ISBN 978-7-03-026358-2

Ⅰ.应… Ⅱ.①尤… ②金… Ⅲ.分支 Ⅳ.O177.91

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 004555 号

责任编辑: 赵彦超 / 责任校对: 李奕萱
责任印制: 钱玉芬 / 封面设计: 王 浩

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
http://www.sciencep.com

新 蕾 印 刷 厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 1 月第 一 版 开本: B5(700×1000)
2010 年 1 月第一次印刷 印张: 37 1/2
印数: 1—2 500 字数: 725 000

定价: 98.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

中 文 版 序

很高兴出版我的《应用分支理论基础》一书的中译本. 中国数学家们在动力系统理论及其应用方面的成果是众所周知的, 并肯定将延续到未来.

近代数学的研究与教育得益于不同国家的数学结果和方法的快速变化与发展. 这样的全球化导致全世界都采用最有效的方法和技巧, 这些方法和技巧也影响着各国的科学、教育并最终影响工业和普通人民的生活.

当然, 学习数学结果和方法的最好途径仍然是用你们自己的母语写成的教科书来学习. 在这里译者的作用不能低估, 读者很幸运能够得到由金成桴翻译的如此质量的中译本.

2004 年, 由 Springer 出版社出版的这本书的第三版改正了所有知道的印刷错误和其他错误, 对参考文献也作了升级. 希望这本书对中国数学家、研究工作者和工程师们有所帮助.

尤里 · 阿 · 库兹涅佐夫

2009 年 2 月于乌脱勒次

第 一 版 序

最近几年来, 针对应用数学的研究生, 出现了几本非线性动力学的好教科书, 但是, 对于那些想利用这个理论从事具体问题研究的人来说, 它们中的大多数看起来又太理论化, 并且对许多实际问题的叙述也不够清楚. 本书是为那些即将参加某些应用问题研究的大学数学系高年级学生和研究生设计的, 也将献给那些以动力系统作为模型的物理、生物、工程和经济方面的研究工作者. 对他们仅要求具备中等的几何、线性代数、分析和微分方程等数学知识. 熟知的一般数学术语和结论在本书的结尾有一个简短的介绍. 不管在什么时候, 只要有可能, 我们都会尽量运用初等数学工具. 例如对规范形, 我们并不试图把它叙述得非常一般化, 而仅介绍为我们的目的所够用的技巧部分.

本书的目的是给学生 (或研究者) 提供动力系统理论坚实的基础知识, 以及应用在近代应用数学文献中最必需的途径、方法、结果和术语. 拓扑等价性和余维是两个关键性概念. 或者说, “动力学中在已知个数的参数所允许范围内变化时, 人们能够期待出现什么情况?” 事实上, 书中所包含的材料足以对应用中出现的动力系统进行十分复杂的分支分析. 本书提供的分支理论的基本课题可作为非线性动力系统或系统理论课程的内容. 某些经典结果, 例如二维系统的 Antronov-Hopf 分支和同宿分支, 都作了详细的叙述并给出了自闭式证明. 对于分支理论中更为复杂的课题, 例如高于二维的同宿分支以及双参数的局部分支, 都在证明以后尝试给出清晰的有关几何概念, 但只画出了它们的图像, 或者有时只讨论和叙述一些结果, 指出可以找到证明的参考文献. 这是为了使更广泛的读者可阅读本书, 同时保持本书相对精简以便浏览. 我们也叙述了几个最新的理论结果, 介绍了非双曲平衡点的同宿分支和反射对称系统的单参数极限环分支, 这些结果对于研究生水平的标准教材来说是难了一点, 但在应用中是重要的.

本书力图给读者提供一个将一般的数学定理应用于特殊的研究问题的清晰方法, 特别给出开发技巧的数值方法和一些主要来自生物数学的例子作为说明.

本书源于作者 1991 年春在米兰技术学院为研究生所授的非线性系统课程. 1993 年 2 月也在阿姆斯特丹的数学与计算机科学中心 (CWI, Amsterdam) 的讨论班上作为博士生班课程讲授过. 书中所引用的许多例子和方法曾在俄罗斯科学院计算研究中心 (Pushino, Moscow Region)① 的讨论班上第一次介绍过.

① 1992 年改名为生物学数学问题研究所 (IMPB).

第 二 版 序

这本书第一版的良好反映使我确信有关动力系统分支理论这类应用方面的教科书的出版正是时候. 题材的选取实际上覆盖了有限维应用分支理论主要的实用课题. 这一新版本保持了第一版的结构, 同时结合现代理论的发展对内容作了升级. 特别, 对分支分析的数值方法作了改进并添加了新方法. 某些课题的处理也变得更清楚易懂.

主要添加的内容概述如下: 第 3 章给出了对折分支的原系统与截断规范形之间的拓扑等价性的初等证明. 这使得本书对 ODEs 平衡点余维 1 分支的分析是完全的. 这一章也包含了应用 MAPLE、符号操作软件对平面 Hopf 分支分析的例子. 第 4 章包括对时滞逻辑映射的 Neimark-Sacker 分支规范形的详细分析. 第 5 章推导了 n 维迭代映射所有余维 1 分支 (即折分支、翻转分支以及 Neimark-Sacker 分支) 的临界规范形系数的明确公式. 第 6 章对 n 维 ODEs 同宿分支的这一节完全重写, 并引入 Melnikov 积分以验证在参数变化时流形分裂的正则性, 也包括同宿分支附近中心流形存在性结果的现代证明. 就是说, 对 n 维系统中一般余维 1 同宿分支的研究化为对某些二维、三维或四维系统的研究. 二维和三维的情形在正文中处理, 具有同宿于焦-焦点的同宿轨道的四维系统分支分析在新的附录里作了概述. 第 7 章讨论了 "蓝天" 分支的一个具体例子. 讨论分支数值分析的第 10 章作了相当大的改变, 引入了加边方法对双参数的折分支和 Hopf 分支进行延拓. 按照这个方法, 在最小变量系统中对分支定义的函数是用求解线性加边系统来计算的. 这允许对这个函数的梯度明确计算, 当行列式用在定义的函数时这个方法失效. 现在, 正文主要包括 BVP 方法去延拓双参数余维 1 同宿分支和余维 1 极限环分支. 这一章的一个新的附录提供测试函数去探测包括平衡点的单个同宿轨道的所有余维 2 同宿分支. 这一章的最后一个附录中评论的软件升级到最近才出现的程序, 包括带有 HomCont, DsTool, 以及 CONTENT 的 AUTO97, 并给出可使用它们的网站信息.

许多印刷错误和小错误在准备这个版本时得到更正. 我要感谢许多同事, 他们给我发来评论和建议, 其中包括 E. Doedel(Concordia 大学, Montreal), B. Krauskof (VU, Amsterdam), S. van Gils (TU Twente, Enschede), B. Sandstede (WIAS, Berlin), W. -J. Beyn (Bielefeld 大学), F. S. Berezovskaya(生态问题和森林生产中心, Moscow), E. Nikolaev 和 E. E Shnoll (IMPB, Pushchio, Moscow Region), W. Langford(Guelph

扩充并依据 AMS MathSciNet 的参考数据基进行验证. 补充了翻译成英文所知道的参考文献, 所有的图像都得到了修正, 且对有些情形重新计算了有关数据.

我要感谢所有同事的评论、建议和讨论, 使这本书得以改进. 最后, 感谢我的妻子 Liodmila 和女儿 Elena, Ouliana 对我的持续支持.

尤里 · 阿 · 库兹涅佐夫
2004 年 4 月于乌脱勒次

译 者 序

摆在读者面前的这本由俄罗斯数学家尤里·阿·库兹涅佐夫著的《应用分支理论基础》一书, 是作者在荷兰工作期间用英文撰写并由 Springer 出版社作为“应用数学科学丛书”之一 (*Applied Mathematical Sciences* 112) 出版的. 本书的第一版出版于 1994 年, 2004 年出版了第三版, 受到了大家的一致好评. 正如美国数学评论员的评论: 就我所知, 还没有哪本书能够像这本书那样把基本分支现象解释得如此清楚.

本书的一个特点是尽可能避免高深的数学理论. 书中详细介绍了由常微分方程系统和迭代映射定义的动力系统在低维和高维空间中的余维 1 和余维 2 分支, 其内容基本上涵盖了应用中出现的各类有限维常用分支, 详细推导了它们的拓扑规范形系数. 本书的第二个特点是分支理论的应用. 许多出现在其他学科中的分支问题, 特别是生物数学中的动力学模型问题, 书中都作了详细介绍. 本书的第三个特点是在每一章的末尾都有文献评注. 文献评注介绍了这一章有关课题的发展历史以及对相关工作的简短评论, 使得读者对有关问题的来龙去脉有个系统的认识. 作者选择的直到最新的参考文献非常丰富. 本书最后一个特点是注重分支理论的数值分析 (第 10 章). 在前面还用实例具体阐明如何使用有关计算机软件, 也包括作者针对动力系统分支理论的一些软件的开发. 每章末尾都附有练习, 其中有些是为了使读者巩固所学的内容, 另外还有一些是为了激发读者进一步的兴趣, 这些练习大部分是来自其他文献. 译者认为值得向国内广大的读者推荐这本著作, 相信读过以后会有更深的感受.

在本书的翻译过程中, 译者更正了原书的一些错误, 其中有些是作者新提供的. 书中有些译名在没有得到统一之前都给出了原文, 人名一般就用原名 (包括前苏联人名按原书都用英文名字).

本书可以作为大学数学、物理、生物和工程等专业高年级大学生、研究生非线性动力学的教科书和教学参考书, 也可供相关专业的研究工作者阅读参考.

最后, 感谢作者为中文版写了热情洋溢的序. 感谢科学出版社编辑自始至终的支持与帮助. 另外, 要感谢我的妻子何燕俐对我在翻译这本书的整个过程中所给予的理解、支持、关怀与帮助.

金成桴

2009 年 3 月

目　　录

第 1 章　动力系统引言

本章介绍一些基本术语. 首先, 定义*动力系统*并给出几个包括符号动力系统的例子. 然后, 介绍*轨道*、*不变集*以及它们的*稳定性*等概念. 正如我们将看到的, 当分析 Smale *马蹄*时, 得知不变集可以具有非常复杂的结构. 这与 20 世纪 60 年代人们发现的下列事实密切相关: 即使一个简单的动力系统也会具有 "随机" 现象或 "混沌" 性态. 最后, 讨论微分方程如何才能在有限维空间和无穷维空间定义动力系统.

1.1　动力系统的定义

动力系统这个概念是*确定性过程*这个一般科学概念的数学形式化. 许多物理、化学、生物、生态、经济甚至社会系统, 它们的将来状态和过去状态可以用其现在的状态和决定其发展的规律来刻画到某种程度. 如果这些规律不随时间变化, 那么这种系统的性态由初始状态完全确定. 因此, 动力系统这个概念包含它可能状态的集合 (*状态空间*) 和状态按时间的*发展规律*. 下面先分别讨论这些基本概念, 再给出动力系统的正式定义.

1.1.1　状态空间

一个系统的所有可能的状态是由某个集合 X 的点来刻画. 这个集合就称为该系统的*状态空间*. 实际上, 点 $x \in X$ 意味着它不仅必须充分刻画系统的流动 "位置", 而且也决定着它的发展. 不同的科学分支给我们提供适当的状态空间. 按照古典力学的传统, 通常称状态空间为*相空间*.

例 1.1(摆)　一个理想摆的状态是由它从铅直位置确定的*角位移* $\varphi(\bmod 2\pi)$ 和相应的*角速度* $\dot{\varphi}$ 所完全刻画 (见图 1.1). 注意, 单独一个角度 φ 不足以确定摆的将来状态. 因此, 对这个简单的动力系统, 状态空间是 $X = \mathbb{S} \times \mathbb{R}^1$, 其中 $\mathbb{S}^1$ 为由角度参数化的单位圆, $\mathbb{R}^1$ 是对应于所有可能的速度的实数轴. 集合 X 可以视为 $\mathbb{R}^3$ 中的 2 维光滑*流形*(圆柱面). ◇

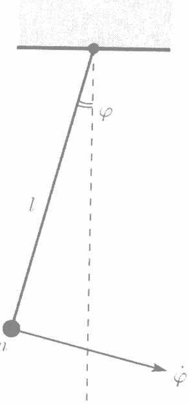

图 1.1　古典摆

例 1.2(一般力学系统)　古典力学中, 一个具 s 个自由度的孤立系统的状态是由 $2s$ 维实向量

$$(q_1, q_2, \cdots, q_s, p_1, p_2, \cdots, p_s)^{\mathrm{T}}$$

所刻画, 这里 q_i 是广义坐标, p_i 是对应的广义矩. 因此, 在这种情形, $X=\mathbb{R}^{2s}$. 如果 k 个坐标是循环的, 则 $X=\mathbb{S}^k\times\mathbb{R}^{2s-k}$. 在摆的情形, $s=k=1, q_1=\varphi$, 可取 $p_1=\dot{\varphi}$. ◇

例 1.3(量子系统)　在量子力学中, 具有两个可观察状态的系统的状态是由向量

$$\psi = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2$$

来刻画, 其中 $a_i, i=1,2$ 是满足条件

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$$

的复数, 称为振幅, 系统在 i 状态被发现的概率等于 $p_i = |a_i|^2$, $i=1,2$. ◇

例 1.4(化学反应器)　一个混合均匀的恒温化学反应器内的状态是由给定容量的 n 个化学反应底物的浓度

$$c = (c_1, c_2, \cdots, c_n)^{\mathrm{T}}$$

来确定. 显然, 浓度 c_i 必须是非负的. 所以

$$X = \{c : c = (c_1, c_2, \cdots, c_n)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n, c_i \geqslant 0\}.$$

如果浓度逐点变化, 则反应器内的状态由反应物分布 $c_i(x), i=1,2,\cdots,n$ 所确定. 这些函数定义在反应器内部的空间区域 Ω 内, 刻画点 x 附近底物的局部浓度. 因此, 状态空间 X 在此情形是由满足某些光滑性和边界条件的向量值函数 $c(x)$ 所组成的函数空间. ◇

例 1.5(生态系统)　类似于上一个例子, 在某区域 Ω 内的一个生态群体的状态可由一个具非负分量的向量

$$N = (N_1, N_2, \cdots, N_n)^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n,$$

或者由向量函数

$$N(x) = (N_1(x), N_2(x), \cdots, N_n(x))^{\mathrm{T}}, \quad x \in \Omega$$

来刻画, 视空间分布对适当的动力学描述是否是本质而定. 其中 N_i 是第 i 个种群或其他群体 (例如, 捕食或被捕食者) 的个数 (或密度). ◇