

海洋学报

ACTA OCEANOLOGIA SINICA

第1卷

第2期

Vol. 1

No. 2

1979

中国海洋学会编
海洋出版社出版

海 洋 学 报

第 1 卷 第 2 期

目 录

- f —平面上的宽陆架诱导阻尼波.....冯士侗 (177)
- 超浅海风暴潮的数值模拟 (一).....孙文心 冯士侗 秦曾灏 (193)
- 浅海均匀层远程混响的垂直相干性.....周纪浔 (212)
- 河口硅酸盐物理化学过程研究 II.....陈泽夏 庄栋法 许木折 吴瑜端 李法西 (219)
- 海水中微量元素无机离子交换动力学研究——液膜递进模型理论.....
.....张正斌 王强 (227)
- 弧后盆地.....许靖华 (243)
- 全新世长江三角洲地区软体的特征和分布.....
.....李从先 郭蕃民 许世远 王靖泰 李萍 (252)
- 中国东部 20000 年来的海平面变化.....赵希涛 耿秀山 张景文 (269)
- 黄海的丝管虫及其幼虫的发育.....吴宝铃 陈木 (282)
- 西沙群岛珊瑚礁组成成份的分析和“海藻脊”的讨论.....
.....邹仁林 朱袁智 王永川 钟晋梁 (292)
- 舟山海区附着生物与钻孔生物生态研究.....黄宗国 李传燕 张良兴 李福荣 (299)
- 海浪对直立堤作用力的研究.....黄培基 杨克奇 吕常五 刘来臣 (311)
- 20~36.5 米氮氧饱和及 50~70 米空气巡回潜水模拟实验的呼吸功能研究.....
.....荆岩林、陈宝松、郑继昌 (323)

研 究 报 道

- 山东济阳凹陷下第三系多毛类虫管的发现.....陈木 吴宝铃 (338)

综 述

- 遥感在海洋中尺度涡旋研究中的应用及卫星照片实例解译.....郑全安 (342)

f—平面上的宽陆架诱导阻尼波

冯 士 箬

(山东海洋学院)

一、 引 言

由于陆架区资源的开发和利用以及污染、地震海啸和风暴潮预报等等的实际需要,近廿年来,随着浅海动力学中的陆架动力现象越来越受到人们的关注,陆架诱导波的研究也得到了相应的进展。特别是,我国东临宽广的浅水陆架区域,它蕴藏着丰富的石油和水产等资源,又不断遭到风暴潮的袭击,显然,宽陆架诱导阻尼波的探讨是具有特殊重要意义的。

早在上一世纪的中期,Stokes 就导出了一类特殊波动的解,由于该波的显著部分仅局限于离边界一个波长的距离以内,故 Lamb 称之为“边缘波”。(H.Lamd, 1932)^[18]。但直至廿年前,由于 Munk.Snodgrass 和 Carrier 的工作,边缘波才开始被海洋界所重视 (W.Munk.F.Snodgrass and.G.carrier, 1956)^[21]。Ursell (1952)^[29]推广了 Stokes 的解;而 Eckart (1951)首先研究了浅水边缘波。Reid^[26]和 Kajiura^[17] (1958)探讨了 Coriolis 力对边缘波的影响,首次在边缘波的问题中引入了这一地球物理学的特征。Greespan(1956)^[11]给出了强迫边缘波的解。其后的理论工作,譬如有 Mysak(1968)^[24]和 Ball(1967)^[8];更近代的理论工作,譬如,Clarke (1974)^[7]和 Grimshaw(1974)^[12]。边缘波确实被观测到了,如 Munketal(1956)。Huntley and Bowen(1973),Kajura(1972)Fuller(1975),Lemon(1975);边缘波在实验室中也实现了 (Galvin, 1965)(P.LeBLond and L.Mysak, 1977)^[19]。

陆架波的发现是本世纪六十年代以后的事情 (B.Hamon, 1962 和 1966)^{[13][14]}。Robinson(1964)^[27]给预 B.Hamon 的发现以理论解释,并命名其为“陆架波”。其后的一系列理论进展有,譬如, Mysak(1967)^[22]。V.Buchwald and J.Adams(1968)^[4] Adams and Buchwald (1969)^[1]和 A.Gill and E.Schumann(1974)^[10], J.Allen (1976)^[2]。各地的观测进一步肯定了陆架波的存在 (如, Mooers and smith, 1968^[20]; Mysak and Hamon, 1969^[25]和 Cutchin and smith, 1973)^[8]; Ichiro Isozaki(1968)^[16]。陆架波的模型实验在实验室中也实现了,如 Caldwell et. al(1972)^[6]。

上述的诸理论几乎都是局限于不考虑陆架底摩擦影响的无阻尼的陆架诱导波的范畴 (有个别的例外, 但对论也是很局限的, 如 Mysak (1967)^[23], Gill and schumann (1974); 对于所谓“宽陆架”波的探讨, 实际上没有引起人们的注目, 个别的例外, 也仅是由于模型实验的要求而已 (Caldwell et, al, 1972 和 V. Buchwald 1973)。鉴于上述理由, 本文期望能对宽陆架诱导阻尼波的某些问题进行一些探讨和分析。

二、基本方程组及其解

在 f -平面上, 取正交曲线坐标系 $(\bar{x}\bar{y}\bar{z})$, $\bar{x}$ 为理想化了的岸界 AB 之法线, 朝向大海为正, $\bar{y}$ 为 AB 之弧长, $(\bar{x}O\bar{y})$ 含在未扰动的静止海面内, $\bar{z}$ 垂直向上, 并与 $(\bar{x}\bar{y})$ 组成右手坐标系, 在这个正交曲线坐标系中, 描述陆架诱导阻尼波的

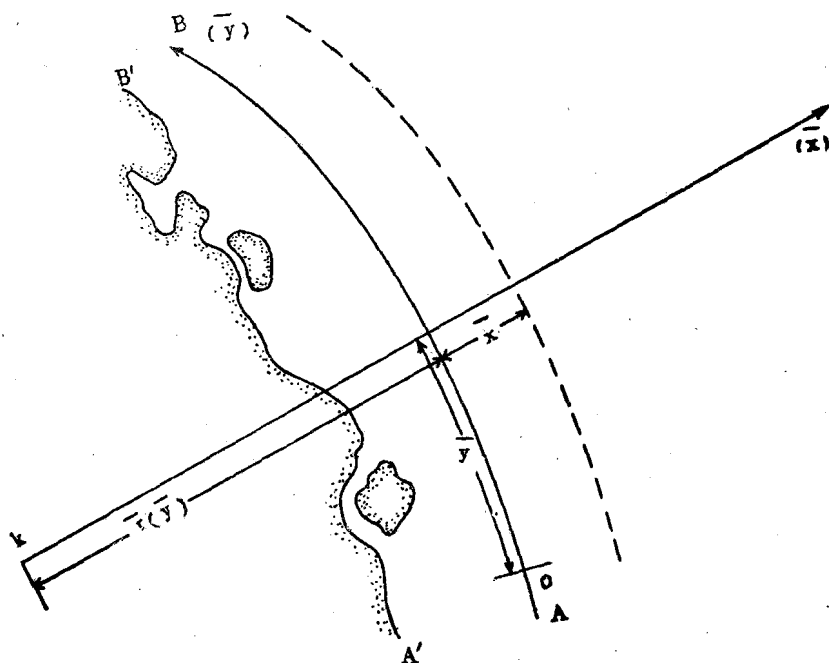


图 1

无因次全流线化方程组如下:

$$\gamma^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{H} \left\{ \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right\} = -\gamma^2 P \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (2-1)$$

$$\varepsilon^2 \frac{\partial U}{\partial t} - \varepsilon FV + \varepsilon^2 BU = -h \frac{\partial \eta}{\partial x} + \varepsilon T v_x \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \varepsilon FU + BV = -\frac{h}{H} \frac{\partial \eta}{\partial y} + T v_y \quad (2-3)$$

式中

$$H = 1 + (\varepsilon/k_0 r_0) \frac{X}{r} \quad (2-4)$$

$$\gamma^2 = -\frac{(\omega_0/k_0)^2}{gd} \quad (2-5)$$

$$\varepsilon = lk_0 \quad (2-6)$$

$$F = f/\omega_0 \quad (2-7)$$

$$B = \beta/\omega_0 \quad (2-8)$$

$$P = \xi_0/\eta_0 \quad (2-9)$$

$$T = -\frac{\tau_0}{\rho g k_0 d \eta_0} \quad (2-10)$$

其中

$$X = \bar{X}/l, Y = \bar{Y}/k_0^{-1}, r = \bar{r}/r_0, t = \bar{t}/\omega_0^{-1}, h = \bar{h}/d,$$

$$U = \bar{U}/U_0, V = \bar{V}/V_0, \eta = \bar{\eta}/\eta_0, \tau_x = \bar{\tau}_x/\tau_0, \tau_y = \bar{\tau}_y/\tau_0,$$

$$\xi = \bar{\xi}/\xi_0, V_0 = gd\eta_0 k_0/\omega_0, U_0 = V_0 \varepsilon,$$

$\bar{t}$ 为时间坐标; $\bar{r}(\bar{Y})$ 为理想岸界 AB 的曲率半径, 一般为 $\bar{Y}$ 的函数, r_0 为其特征量。以一条光滑曲线的理想岸界 AB 代替真实海岸 $A'B'$ 是方便的。这是因为若顾及到陆架底部和岸状的细微结构, 目前看来, 无法给出解析解。进而, 我们又把 $A'B'$ 外的复杂的大陆架, 代之以一个 AB 外的理想大陆架, 这个大陆架的结构可以描摹真实大陆架的主要特征, 即水深 $\bar{h}$ 仅为法线 $\bar{x}$ 的增函数—— $\bar{h} = \bar{h}(\bar{x})$ 。对于 AB 和 $A'B'$ 之间的狭带视而不见, 与我们略掉非线性效应和侧向湍流摩擦力的动力学模型也是相一致的。 d 和 l 分别为陆架最大深度和其宽度。 k_0 、 ω_0 为波数和圆频率的特征量。 $\bar{U}$ 和 $\bar{V}$ 分别为相应于 $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$ 坐标轴的全流分量; $\bar{\eta} = \bar{\zeta} - \bar{\xi}$, $\bar{\zeta}$ 为波面坐标, $\bar{\xi}$ 为表达了海面大气压强的作用的强迫函数。 $\bar{\tau}_x$ 和 $\bar{\tau}_y$ 分别为海面风应力相应于 $\bar{X}$ 和 $\bar{Y}$ 坐标的分量。 τ_0 和 ξ_0 分别为风应力和大气压强的特征量。 η_0 为 η 的特征量。 g 为重力加速度。 ρ 为海水密度, 设为常数——这就意味着排除了斜压波和内波, f 为 Coriolis 参数¹⁾, 设为常数——仅局限于 f -平面上, 这就意味着排除了 Rossby 行星波。陆架底摩擦的表达式是引入了与全流正比的线性假设, 比例系数为 ρ 和所谓“阻尼系数” β 之积;——且 β 设为常数, 这就排除了非线性底摩擦效应——使其符合于整个问题的线化模型。

陆架诱导波的边界条件为

$$(\bar{U}, \bar{V}, \bar{\zeta}) \longrightarrow 0 \quad (\bar{X} \rightarrow \infty), \quad (2-11)$$

1) 本文令 $f > 0$ (北半球) 并不失去其一般性; 对于 $f < 0$ (南半球), 效应相反即可。

条件 (2-11) 要求大气扰动力仅局限于岸边附近一个有限区域内, 且意味着排除了 Poincare 波。

至于岸界边界条件为

$$\bar{U} = 0 \quad (\bar{X} = 0) \quad (2-12)$$

若进一步采用 $h(0) = 0$, 岸边不存在垂直壁; 这就排除了 Kelvin 边界波 (尽管, 一般说, 它是可能存在的^[15])。

下面, 在强迫力 $P = T = 0$ 和 $H = 1$ 的假设下, 给出陆架诱导阻尼自由波的解。

令其解为

$$(U, V, \eta) = (U(x), V(x), \eta(x)) \exp\{i(ky + \omega t)\}; \quad (2-13)$$

其中: $k = \bar{K}/k_0$, $\omega = \bar{\omega}/\omega_0$, $\bar{k}$ 、 $\bar{\omega}$ 分别为波数和圆频率, 且令 $\bar{k} > 0$, $\bar{\omega} = \text{Re}(\bar{\omega}) + iI_m(\bar{\omega})$; 从而周期 $\bar{T} = \frac{2\pi}{|\text{Re}(\bar{\omega})|}$ 和波速 $C = -\frac{\text{Re}(\bar{\omega})}{\bar{k}}$ 。

把 (2-13) 代入 (2-1) — (2-3), 消去变量 y 和 t , 有仅含变量 X 的全流表达式以及波面所满足的微分方程如下:

$$U = -\frac{ih[(\omega - iB)\eta' + \varepsilon F k \eta]}{\varepsilon^2(\omega - iB)^2 - (\varepsilon F)^2} \quad (2-14)$$

$$V = -\frac{h[\varepsilon F \eta' + \varepsilon^2(\omega - iB)k\eta]}{\varepsilon^2(\omega - iB)^2 - (\varepsilon F)^2} \quad (2-15)$$

$$\text{和} \quad h\eta'' + h'\eta' + (\kappa - k^2\varepsilon^2h)\eta = 0 \quad (2-16)$$

$$\text{其中} \quad \kappa = \frac{1}{\omega - iB} \{h'\varepsilon F k + \gamma^2\omega[\varepsilon^2(\omega - iB)^2 - (\varepsilon F)^2]\};$$

变量右上角的一撇表示对 X 求导。

假设陆架的坡度是均匀的 (图 2), 其宽度为 l , 与外洋相接处深为 d ; 且设外洋为无限深; 有陆架深度分布为

$$h = X \quad (0 \leq X \leq 1) \quad (2-17)$$

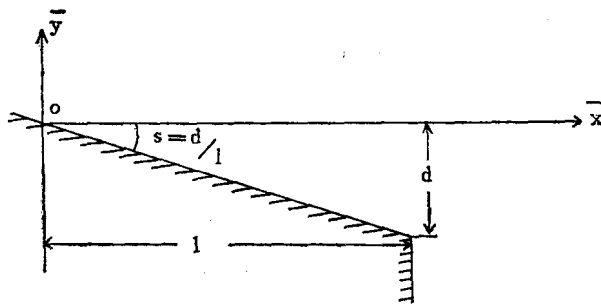


图 2

由 (2-17)、(2-14) 二式可见: 岸界条件 (2-12) 自然满足, 只要 $\eta(0)$ 有界。由于 $X=1$ 处, 与无限深大洋相接, 故相应于 (2-11) 边界条件者为

$$\eta(1) = 0 \quad (2-18)$$

于是: 方程 (2-16) 的解为:

$$\eta(x) = Ae^{-\varepsilon kx} L_\nu(2\varepsilon kx), \quad (2-19)$$

式中 A 为任意常数; $Laguerre$ 函数 $L_\nu(z)$ 为

$$L_\nu(z) = 1 - \nu z + (-\nu)_2 z^2 / 2! + \dots$$

而 $(-\nu)_n = -\nu(-\nu+1)(-\nu+2)\dots(-\nu+n-1)$, $(-\nu)_0 = 1$,

它满足微分方程

$$\left[z \frac{d^2}{dz^2} + (1-z) \frac{d}{dz} + \nu \right] L_\nu(z) = 0$$

把解 (2-19) 代入方程 (2-16), 导出了频率—波数方程如下:

$$\begin{aligned} \omega^3 - 2iB\omega^2 - \left[F^2 + B^2 + (2\nu+1) \frac{k}{\varepsilon\gamma^2} \right] \omega \\ + \frac{k}{\varepsilon\gamma^2} \left[F + iB(2\nu+1) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2-20)$$

且利用边界条件 (2-18) 给出了 ν 与 k 的关系

$$L_\nu(2\varepsilon k) = 0 \quad (2-21)$$

方程 (2-20) 之解为:

$$\omega_j = \sigma_j + i\frac{2}{3}B \quad (j=1, 2, 3); \quad (2-22)$$

其中

$$\sigma_1 = \sigma_+ + \sigma_-, \quad \sigma_2 = \theta\sigma_+ + \bar{\theta}\sigma_-,$$

$$\sigma_3 = \bar{\theta}\sigma_+ + \theta\sigma_-;$$

$$\text{而 } \sigma_\pm = \left[-\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^3} \right]^{1/3}, \quad \theta = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \bar{\theta} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$p = -\frac{1}{3}B^2 + F^2 + (2\nu+1) \frac{k}{\varepsilon\gamma^2},$$

$$q = \frac{k}{\varepsilon\gamma^2} F + iB \left[\frac{1}{3}(2\nu+1) \frac{k}{\varepsilon\gamma^2} - \frac{2}{3}F^2 - \frac{2}{27}B^2 \right].$$

显然, 当 $B=0$ 时, 解 (2-22) 蜕化为 Mysak (1968) 之解^[24]。

三、非弥散陆架波

(一) 一般分析

在讨论非弥散陆架波的解以前, 先给以一般分析。

1. 陆架波存在的必要条件是

$$\varepsilon F = 1 \quad (3.1-1)$$

由此有 $\omega_0/k_0 = fl$ ——这给出了陆架波波速是正比于 fl 的表达式; 说明了不存在 Coriolis 力将导致陆架波的消失。

2. 把 (3.1-1) 式代入 (2-5) 式, 有

$$\gamma^2 = \frac{f^2 l^2}{gd} \quad (3.1-2)$$

由此可见, γ^2 正比于陆架宽度的平方; 从而, γ^2 可以作为区分所谓“宽陆架波”和普通的“(狭)陆架波”的动力学准则:

$$\left. \begin{array}{l} O(\gamma^2) < 1 \text{ 为“ (狭) 陆架波”} \\ O(\gamma^2) = 1 \text{ 为“宽 陆架波”} \end{array} \right\} \quad (3.1-3)$$

引入实际海洋中的数据量阶 $o(g, f, d) = (10^3, 10^{-4}, 10^4)^{1)}$, 计算如下表 (表 1):

表 1

$l \text{ (km)}$	50	500
$O(\gamma^2)$	10^{-2}	1

由此不难看出, “宽陆架波”不仅仅为实验室中的产物^[6], 在实际陆架上 (如宽为 400~500km 以上的陆架) 也完全可能出现 (如, 中国东临的广阔陆架区); 从而, 区分“宽陆架波”和普通“(狭)陆架波”的无因次准则 (3.1-3) 就具有了重要的实际意义了。

3. 非弥散陆架波是陆架波的低频段的极限情形, 其满足如下条件:

$$O(F^{-1}) < 1 \quad (3.1-4)$$

引入典型的频率 $\omega = 10^{-5}$ [27][22][10], 有 $O(F^{-1}) = 10^{-1}$; 可见, 分析非弥散陆架波具有一定的实际意义。

由 (3.1-4) 式可以导出一个非弥散陆架波的重要推论 (注意 (3.1-1) 式):

$$O(\varepsilon) < 1 \quad (3.1-5)$$

1) 若不加特别指明, 本文中的单位一律为 c.g.s 制。

顺便指出, 如 Robinson (1964)、Gill and Schumann (1974) 等, 把 (3.1—4) 和 (3.1—5) 作为两个独立的假设是没有必要的。

由 (2—6) 式进一步可知, 非弥散的宽陆架波将为“超长波”。

4. 由 (2—8) 式可见, 陆架湍流底摩擦的重要与否取决于 $O(B)$ 的大小; 若陆架底摩擦是必要的, 应有下式成立:

$$O(B) = 1 \quad (3.1-6)$$

事实上, 阻尼系数 β 的典型数量阶是 $10^{-5} \sim 10^{-4}$, 从而有 $O(B) = 1$ 。由此可见, 非弥散陆架波的湍阻尼效应是显著的, 必须计及。

5. 由于问题 (2—1) — (2—3) 是线性的, 故气压效应和风应力效应可以分别探讨。先假定不存在海面风应力而仅给出气压陆架波。此时, 应有下列量阶等式成立:

$$O(\gamma^2 P) = 1 \quad (3.1-7)$$

由 (3.1—7) 看出, 对于普通的 (狭) 陆架波, 因为 $O(\gamma^2) < 1$, 故 $O(P^{-1}) < 1$ ——气压效应与“静压效应”相比微不足道 (与 Pwbinson 结论是一致的) [27]; 由表 1 知, 对于宽为 50km 的陆架, $O(P^{-1}) = 10^{-2}$ 。但是, 对于宽陆架波, 由 (3.1—3) 式可见, $O(\gamma^2) = 1$, 因而, $O(P^{-1}) = 1$ ——气压效应与静压效应同量阶; 与普通 (狭) 陆架波相比, 这是宽陆波的重要特征之一。

6. 假定不存在气压效应, 给出风生陆架波。由 (2—3) 方程和 (2—10) 式可知:

$$O(\eta_0) = O\left(\frac{\tau_0 l}{\rho g d \varepsilon}\right). \quad (3.1-8)$$

由 (3.1—8) 式可见, 风生陆架波的幅度正比于陆架宽度。这是自然的, 为了保持非弥散陆架波的存在假设, 宽陆架将意味着相对大的幅员之风应力效应的出现。

若取 $O(\tau_0) = 1$, $l = 50\text{km}$, 有 $O(\eta_0) = 1 \sim 10$, 这个风生陆架波的估值与 Gill and Schumann (1974) 是一致的, 但对于宽陆架上的风生陆架波一旦发生, 其幅度将可高达数十厘米之多 (如, $l = 500\text{km}$, 有 $\eta_0 \approx 50\text{cm}$)。

一个有兴趣的结论是: 风生陆架流的大小与陆架宽度无关; 事实上, 依据沿岸存在一系列波的假定以及 (3.1—8) 式和 (3.1—1) 式, 有

$$O(V_0/d) = O\left(\frac{\tau_0}{\rho f \varepsilon d}\right). \quad (3.1-9)$$

利用上面引入的诸数据估值, 有 $O(V_0/d) = 10$ 该量阶与 Gill and Schumann (1974) 是一致的。

最后指出, 气压效应 η_{0a} 与风应力效应 η_{0w} 相较正比于陆架宽度, 即

$$O(\eta_{0a}/\eta_{0w}) = O\left(\frac{\rho \varepsilon f^2 \xi_0}{\tau_0} l\right). \quad (3.1-10)$$

对于普通 (狭) 陆架, $O(\eta_{0a}/\eta_{0w}) = 10^{-2}$ [1][10] 1); 对于宽陆架, 依据我们的估值,

1) 相应于 $\xi_0 = 1\text{cm}$ ($\Delta P_0 = 1\text{mb}$)。

显然有 $O(\eta_{0a}/\eta_{0w}) = 10^{-1}$ 。——与气压效应相比, 风应力效应为主。

7. 综合以上分析, 特别是由 (3.1—5) 式 (注意 (3.1—1) 式) 看出, 若略去 $O(\varepsilon)$ 以上诸项, 则导出了在我们所选用的这一特定正交线坐标系中的非弥散陆架波方程组如下:

$$\gamma^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = -\gamma^2 p \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad (3.1-11)$$

$$-V = -h \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (3.1-12)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U + BV = -h \frac{\partial \eta}{\partial y} + T \cdot \tau_y \quad (3.1-13)$$

在这里: 我们假定了 $O(k_0^{-1}/r_0)_{\max} = 1$ 。

(3.1—11) — (3.1—13) 方程组在形式上与直角坐标下 (y 轴沿平直的岸) 的方程形式没有区别——这一点指出了, 与假定海岸为平直的陆架模型相比较, 考虑了真实海岸的大致曲线轮廓的陆架模型, 不会给非弥散陆架波的问题带来任何一点附加困难。因而, 任何有关平直海岸非弥散陆架波的成果, 都可由此而直接应用到曲线海岸的模型中去。

由 (3.1—12) 方程看出, 沿岸的法线方向上, 非弥散陆架波呈地转反应, 无论风应力的向岸分量存在与否; 显然, 只有当我们期望提高一个量阶的精度时——即保留 $O(\varepsilon)$ 诸项而略去 $O(\varepsilon^2)$ 以上诸项的时候, 风应力的向岸分量的出现才破坏了这一地转关系 (参考 (2—2) 方程), 从而, Allen (1976) 的论证^[2]才是有意义的。不过为了提高这一个量阶的精度, 若又希望保持方程组 (3.1—11) — (3.1—13) (再附加上一个 τ_x 项) 这一简单的形式, 必须假定 $O(k_0^{-1}/r_0)_{\max} = O(\varepsilon)$; 否则, 必须考虑海岸曲率的影响。无疑, 对于宽陆架比之对于普通 (狭) 陆架, 要作到上述之点是较困难的, 因为 $O(k_0^{-1}/r_0) = O(l/r_0\varepsilon)$ (对于确定的平均曲线率半径 r_0 而言)。譬如, $O(\varepsilon) = 10^{-1}$, $r_0 = 2 \times 10^8 \text{ km}^{[22]}$, $l = 50 \text{ km}$, 有 $O(l/r_0\varepsilon) = 10^{-1} (O(\varepsilon))$ (可见, Mysak (1967) 的理论模型大概可以很大的化简); 若取 $l = 500 \text{ km}$ (宽大陆架情形), 有 $O(l/r_0\varepsilon) = 1$ 。

(二) 自由波解的讨论

在非弥散陆架阻尼波的情况, 解 (2—19) 蜕化为零阶 Bessel 函数。即非弥散陆架阻尼波解为:

$$\eta(x) = A J_0(2\sqrt{\mu x}) \quad (3.2-1)$$

式中

$$\mu = \frac{k}{Re[\omega]} - \gamma^2;$$

波速 C_j 为

$$C_j = -\frac{4}{\kappa_j^2} \left(1 + \frac{4\gamma^2}{\kappa_j^2} \right)^{-1}, \quad (3.2-2)$$

以及
$$I_m[\omega_j] = B \left\{ 1 - \frac{4\gamma^2}{\kappa_j^2} \left(1 + \frac{4\gamma^2}{\kappa_j^2} \right)^{-1} \right\} \quad (3.2-3)$$

其中

κ_j 为方程 $J_0(2\sqrt{\mu}) = 0$ 的诸根, 依顺序 $\kappa_0 < \kappa_1 < \dots < \kappa_j < \dots$ 排列; j 为波型的“阶数” ($j = 0, 1, \dots$)。

由 (3.2-1) — (3.2-3) 可得出有关非弥散陆架阻尼波的下列诸结论:

1. 令解 (3.2-1) — (3.2-3) 中的 $\gamma^2 = B = j = 0$ 即蜕化为无阻尼的非弥散普通(狭)陆架波的零阶解 (Robinson 1974^[27]); 故 Robinson 波为本模型解的特殊情形。

2. 由 (3.2-3) 式可见, 由于陆架底摩擦的影响, 对于 Robinson 波, 湍阻尼衰亡因子特别简单, 即为 e^{-Bt} , 若认为 $e^{-Bt_{\infty R}} = e^{-\pi} \ll 1$, 则 Robinson 波由于陆架底的湍阻尼而衰亡的时间 $t_{\infty R} \approx \pi B^{-1}$ 。譬如, 取 $\beta = 10^{-6}$, 则这一衰亡时间约为三天半, 与周期同量阶。

3. 由 (3.2-1) — (3.2-3) 解看出, 陆架宽度对陆架波的效果是取决于因子 $4\gamma^2/\kappa_j^2$ 的大小, 我们将证明, 对于高阶陆架波 ($j = 1, 2, \dots$), 与零阶陆架波相较, 该因子迅速递减, 并利用实际数据进一步计算表明, 陆架宽度效应对高阶陆架波的影响是微不足道的; 从而, 下面我们将只分析零阶宽陆架波。

为了与零阶陆架波比较, 我们只取到了一阶陆架波即足以说明问题了。计算如下表 (表 2) :

表 2 $\kappa_0 = 2.40$

j/κ_j	1/5.52	2/8.66	3/11.8
$(\kappa_0/\kappa_j)^2$	0.19	0.08	0.04

(表 2 中的 κ_j 取自 Friedrich Lösch 1960^[9])。由表 2 不难看出, 随着波型的阶数 j 的增长, 陆架宽度效应迅速递减。

若引入 $f = 7.3 \times 10^{-6}$ (相当于北纬 30°), $g = 980$, $d = 2 \times 10^4$, 有计算表如下 (表 3)。

表 3

$l \text{ (km)}$	50	100	200	300	400	500
$4\gamma^2/\kappa_1^2 \text{ (}\%)$	0.09	0.36	1.43	3.22	5.71	8.93

由表 3 可见, 陆架宽度确对高阶陆架波影响不大 ($j \geq 1$)。

4. 尽管高阶陆架波 ($j \geq 1$) 的宽度效应对阻尼衰亡因子影响不大, 但零阶陆架波的宽度效应却对阻尼衰亡因子有明显影响 (见表 4)。

表 4

$l (km)$	50	100	200	300	400	500
$\frac{t_{\infty} - t_{\infty R}}{t_{\infty R}}$	0	2%	8%	18%	30%	47%

t_{∞} 和 $t_{\infty R}$ 分别为宽陆架波和普通 (狭) 陆架波的由于湍阻尼而衰亡的时间。

由上表可见, 随着陆架宽度的增加, 陆架底摩擦所引起的波幅衰亡的时间也加长了, 亦即衰亡的速率减慢了; 这可能是由于宽陆架对应的非弥散陆架波具有较长的波长之结果。从而若以普通 (狭) 陆架波的阻尼衰亡因子去估值宽陆架 (如 $l = 500 km$) 波阻尼衰亡的时间的话, 则仅为真实值的约 $2/3$ 。

5. 由表达式 (3.2-2) 可见, 一个独特的结论是: 陆架底的湍阻尼对波速没有影响。另外, 确如 3 中所推断的, γ^2 对于高阶波 ($j \geq 1$) 影响不大; 而对于零阶陆架波的波速之影响列于下表 (表 5)。

表 5

$l (km)$	50	100	200	300	400	500
$\frac{C_{oR} - C_o}{C_o}$	0	2%	8%	18%	30%	47%

C_{oR} 和 C_o 分别为普通 (狭) 陆架波和宽陆架波之波速。

由表 5 可见, 若用普通 (狭) 陆架波的公式去计算宽陆架波的波速 (如取 $l = 500 km$), 其相对误差可高达 47%, 由此可见, 用 (狭) 陆架波波速公式去计算宽陆架波速时将夸张了真实的数值。更为重要的是, 对于宽陆架波, 由于宽度因子 γ^2 效应, 此时, 陆架波已部分地含有了重力波的性质——这反映了陆架波由于宽度的增加所引起的量变到质变。

四、边缘波

(一) 一般分析

1. 边缘波存在的必要条件是:

$$\gamma^2 = 1 \quad (4.1-2)$$

把 (2-5) 式代入上式, 有 $(\omega_0/k_0)^2 = gd$, ——这说明了边缘波为重力波的性质。

2. 把 (4.1-1) 代入 (2-8) 式, 有:

$$B = \frac{\beta K_0^{-1}}{\sqrt{gd}} \quad (4.1-2)$$

对于千公里波长的边缘波, 有 $O(B) \approx 1$ ——这说明了对于陆架上典型边缘波的动力学问题^[21], 陆架底摩擦的阻尼效应是不容忽视的。不过这里应当说明的是, 我们在这里引入的 β 为 10^{-4} ; 既然 β 几乎正比于最大流速, 而边缘波的流速, 从量阶上看, 比陆架波流速约大一个量阶, 故取 β 之上限是自然的, 显然, 对于小于百公里长之波长的边缘波, 有 $O(B) \leq 10^{-1}$ 。

3. 对于 $O(\varepsilon) < 1$, 以及 $O(F) \leq 1$ (相应于高频振情形)^[16], 此时, 有 $O(\varepsilon F) \leq O(\varepsilon) < 1$ 。若略掉所有 $O(\varepsilon)$ 以上的项, 则 (2-2) 变为 $\partial\eta/\partial x = 0$ ——这违背了陆架诱导波的存在条件 (2-11) 式; 因而, 在这一情况下不可能出现边缘波 (当然, 更一般说, 不可能存在陆架诱导波)。这个论断, 与一些局部情形上的具体计算的结果是一致的 (例如, 参考文献 [19] [24])。

4. $O(\varepsilon) = 1$ 的情形:

此时, Coriolis 力效应的显著与否取决于参数 F 之大小, 而

$$F = \frac{fk_0^{-1}}{\sqrt{gd}} \quad (4.1-3)$$

显然, 对于千公里波长的边缘波, 有 $O(F) = 1$, 即 Coriolis 力的影响不能忽略; 而对于百公里波长之边缘波, $O(F) = 10^{-1}$; ——这个结论, 与 Reid (1958)^[26]、Kajiura^[17] (1958) 等的特殊模型下的计算结果是一致的。

若把 $O(\varepsilon) = 1$ 代入 (4.1-2) 式, 有 $B = \frac{\beta}{\sqrt{gd}} O(l)$ ——由此可见, 宽陆架边缘波的阻尼效应要比普通 (狭) 陆架边缘波的阻尼效应更为显著, 故对于宽陆架边缘波, 陆架底摩擦效应更为重要。这点从物理上看是自然的, 因为若假定陆架外缘的深度 d 不变, 则较宽陆架相当于一个较小的海底平均坡度 $s (= d/l)$, 从而, 相应于一个具有较宽广的浅水域的陆架, 当然, 底摩擦效应就是更为显著的了 (一个具体的数值结果请参考 §4.2)。

5. 由 (2-4) 式可见, 对于 $O(\varepsilon) = 1$ 的情形, $H = 1$ 的条件是 $O(k_0^{-1}/r_0) < 1$ 。譬如, 边缘波为千公里波长, r_0 取 $2 \times 10^3 km$ ^[22], 则 $O(k_0^{-1}/r_0) = 10^{-1}$ ——可以作为一个小量。可见, 对于如波长小于千公里这种典型的陆架上边缘波的动力学问题, 以一个直角坐标系来近似沿岸的曲线坐标系是完全允许的。

(二) 自由波解的讨论

对于一个形如图 2 上所描绘的均匀坡度的陆架模型, 自由边缘波的幅度正比于 e^{-kx} (令 (2-19) 式中 $O(\varepsilon) = 1$, $\gamma^2 = 1$;) 可见, 一个宽为半波长以上的陆架上的边缘波在陆架外缘以内已仅存在边界处边缘波幅度的 4% 了。譬如, 在一个 500 km 宽的宽陆架上, 千公里以下波长的边缘波的显著部分完全被限制在陆架以上 ——陆架与大洋相接处的边界条件不再起显著作用; 因而, 作为一个初步近似, 可把这种相对宽的陆架看

作一个均匀坡度 (s) 的半无界模型^{[26][17][19]}。此时, $\varepsilon = 1$, 陆架的宽度 l 消失了, 应以 K_0^{-1} 代替这个特征量; 另外, 陆架外缘深度 d 也消失了, 应代之以陆架坡度 s 和 K_0^{-1} 的乘积; 且 $U_0 = V_0$; $\omega_0 = k_0 \sqrt{gs k_0^{-1}}$; 且强调指出, 描述陆架深度分布的表达式 (2—17) 中 x 定义域为 $[0, \infty)$ 。于是, 解 (2—19)、(2—20) 中有 $\nu = n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), 其形式蜕化如下:

$$\eta(x) = A e^{-kx} L_n(2kx); \quad (4.2-1)$$

以及频率——波数方程之解如下:

$$\omega_j = \sigma_j + i \frac{1}{2} B; \quad (j = 1, 2, 3) \quad (4.2-2)$$

其中的符号同 (2—22) 解中的符号表达式, 只是此处要以 η 代替波处的 ν 而已。显然, 当 $B = 0$ 时, 解 (4.2—2) 蜕化 Reid (1958) 的解^[26]。

上面仅就最基本的, 最具有实际意义的零阶边缘波 ($\eta = 0$) 进行讨论^[21]。此时, 解 (4.2—2) 蜕化为:

$$\omega_j = -\frac{F}{2} + (-1)^j \frac{1}{2} a \cos \psi + i \left(\frac{B}{2} + (-1)^{j-1} \frac{1}{2} a \sin \psi \right) \quad (4.2-3)$$

$$(j = 1, 2);$$

$$\omega_3 = F + iB;$$

式中 $a = \{(F^2 - B^2 + 4k)^2 + 4F^2 B^2\}^{1/4},$

$$\psi = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2FB}{F^2 - B^2 + 4k}$$

零阶波实际上只有两种可能、即 ω_j ($j = 1, 2$) 的情形; 至于对应于 ω_3 的情况是不足道的。

对应于 ω_j ($j = 1, 2$), 其周期 T_j 和波速 C_j 分别表达如下:

$$T_j = 2\pi / \left[-\frac{F}{2} + (-1)^j \frac{a}{2} \cos \psi \right]; \quad (4.2-4)$$

$$C_j = \frac{F}{2k} - (-1)^j \frac{a}{2k} \cos \psi. \quad (j = 1, 2) \quad (4.2-5)$$

由 (4.2—3) —— (4.2—5) 诸式可得出边缘阻尼波的如下各结论:

1. 当 $F = B = 0$ 时, 相应于底为小坡度的 Stokes 边缘波^[18]。

2. 当 $B = 0$ 而 $F \neq 0$ 时, 相应于 f —平面上无阻尼边缘波的零阶波型 (Reid, 1958)^[26]:

$$\omega_j = -\frac{F}{2} + (-1)^j \frac{1}{2} \sqrt{F^2 + 4k} \quad (4.2-6)$$

$$C_j = \frac{F}{2k} + (-1)^{j+1} \sqrt{(F/2k)^2 + k^{-1}} \quad (4.2-7)$$

$$(j=1, 2)$$

3. 当 $F=0$ 而 $B \neq 0$ 时, 给出了 Stokes 边缘波的一个阻尼效应的修正; 此时, 解 (4.2-3) — (4.2-5) 蜕化成如下形式:

$$\omega_j = (-1)^j \sqrt{k - (B/2)^2} + iB/2 \quad (4.2-8)$$

$$T_i = 2\pi[k - (B/2)^2]^{-1/2}, \quad (4.2-9)$$

$$C_i = (-1)^{j+1} \sqrt{k^{-1} - (B/2k)^2}. \quad (j=1, 2) \quad (4.2-10)$$

由 (4.2-8) 式可见, 此时的阻尼修正非常简单, 但, 与无阻尼的 Stokes 波相比却是质的改变。我们排除 $k \leq (B/2)^2$ 的情形, 因为那时将出现“临界阻尼”和“过阻尼”的现象——边缘波不可能存在, 或一出现即消失; 这样, 就仅局限于 $k > (B/2)^2$ 的情形。显然, 湍阻尼效应的显著与否取决于比值 $(B/2)^2/k$ 与 1 相比的大小。若取 $g=10^3$, $k=10^{-8}$, $\beta=10^{-4}$, 计算如下表 (表 6)

表 6

S	4×10^{-2}	4×10^{-3}	4×10^{-4}
$(B/2)^2/k$	0.6%	6.3%	62.5%

由表 6 看出, 特别对于相对宽的陆架上之边缘波、湍流阻尼效应确是不可忽视的, $O((B/2)^2/k=1)$ 。进一步, 由 (4.2-9) 和 (4.2-10) 两式不难看出、湍阻尼效应, 与 Stokes 无阻尼波相比, 使周期加大了, 波速减慢了; 并且, ω_j 的虚部揭示了一个简单的湍阻尼衰亡因子 $e^{-(B/2)t}$ 。若取 $\beta=10^{-4}$, 则对于略去 4% 误差的近似程度来讲, 边缘波衰亡时间为 $2\pi/\beta$, 约为十数小时。

4. 当 $F \neq 0$, $B \neq 0$ 时就给出了一个 f -平面上无阻尼边缘波的湍阻尼修正, 这是最具有意义的一种情形。依 (4.2-3) — (4.2-5) 诸式, 引入 $g=10^3$, $k=10^{-8}$, $\beta=10^{-4}$, $f=10^{-4}$, 计算如表 7。

表 7

S	j	4×10^{-2}	4×10^{-3}	4×10^{-4}	备 注
Δ	1	20/00	3%	7%	沿正 y 向传播的边缘波
	2	33/00	4%	39%	沿负 y 向传播的边缘波

$$\text{表中 } \Delta = \frac{T_j - T_{0j}}{T_{0j}} = \frac{|C_{0j}| - |C_j|}{|C_j|} = \frac{|\omega_{0j}| - |R_c[\omega_j]|}{|R_c[\omega_j]|}$$

其中, 右下角带下标“0”者为 f -平面下无阻尼边缘波相应的量。

表 8

S	j	4×10^{-2}	4×10^{-3}	4×10^{-4}
δ	2	0.9	0.8	0.3
	1	1.1	1.2	1.7

表中 $\delta = 1 + (-1)^{j-1} a \sin \psi / B$

由表 7 和表 8 我们可以得出下列结论:

首先, 像 Stokes 波的湍阻尼效果一样, 此时也是, 陆架越宽 (即坡度越小) 湍阻尼效应越大。其次, 这或许是最重要的一个结论, 就是, 虽然如上所述, 只有在相对宽的陆架上 (坡度相对小) 湍阻尼效应才是显著的, 但是, 此时湍阻尼对反向传播的边缘波的影响却显著不对称: 如果我们在北半球上背陆面海来观察边缘波, 则湍阻尼对于向右传播的边缘波周期有显著影响 (周期增大, 波速减小) 波的阻尼衰亡却相对不显著; 而湍阻尼对于向左传播的边缘波周期却影响不显著, 几如不考虑湍阻尼时 f -平面上的 Reid 边缘波的结果。——这也顺便指出了, Reid 的边缘波模型, 尽管为无阻尼的, 何以能解释 Mnuk 等的观测结果^[26]。

最后, 指出下列一点可能是有意义的, 我国东海陆架、宽而广, 但由于台风过境所诱发的边缘波为北向的 (沿正 y 向传播)¹⁾, 故看来, 实际上, 湍阻尼效应对周期的修正未必重要——这就给研究提供了方便、只需利用无阻尼边缘波的模型来计算周期, 大概即可给出一个良好的近似结果吧。

感谢文圣常教授及其领导的山东海洋学院动力海洋学教研室的同志们审阅了本文, 感谢赵茂祥同志和高新生同志帮助进行了计算。

五、结 语

给出了 f -平面上陆架诱导阻尼波的无因次方程组及其自由波的解, 并就非弥散陆架波和边缘波两种情形分别进行了一般分析, 特别指出了非弥散宽陆架阻尼波的特征和宽陆架上边缘波的湍阻尼效应。

本文物理假设中的最大弱点在于陆架底摩擦的假设带有过大的经验性质。

最后指出, 把本文中提出的这一线性模型推广到相应的非线性模型或许是更有意义的²⁾。

1) 多蒙中国科学院海洋研究所刘凤树同志首先向作者指出了这一点。

2) 无阻尼陆架波的非线性模型已被给出, 例如, 参考 R. Smith (1972)。

参 考 文 献

- [1] Adams, J. and V. Buchwald, 1969. *J. Fluid Mech.*, 35: 815—826.
- [2] Allen, J., 1976. *J. Phys. Oceanogr.*, 6: 426—431.
- [3] Ball, F., 1967. *Deep-Sea Res.*, 14: 79—88.
- [4] Buchwald, V. and J. Adams, 1968. *Proc. Roy. Soc. (A)*, 305: 235—250.
- [5] Buchwald, V., 1973. *J. Mar. Res.*, 31: 105—115.
- [6] Caldwell, D., D. Cutchin and M. Longuet-Higgins, 1972. *J. Mar. Res.*, 30: 39—55.
- [7] Clarke, D., 1974. *Dtsch. Hydrogr. Z.*, 27: 1—8.
- [8] Cutchin, D. and R. Smith, 1973. *J. Phys. Oceanogr.*, 3: 73—82.
- [9] Friedrich Löscher 1960. *Tables of higher function*, New York Toronto London.
- [10] Gill, A. and E. Schumann, 1974. *J. Phys. Oceanogr.*, 4: 83—90.
- [11] Greenspan, H., 1956. *J. Fluid Mech.*, 1: 574—592.
- [12] Grimshaw, R., 1974. *J. Fluid Mech.*, 62: 775—791.
- [13] Hamon, B., 1962. *J. Geophys. Res.*, 67: 5147—5155.
- [14] Hamon, B., 1966. *J. Geophys. Res.*, 71: 2883—2893.
- [15] Huthnance, J., 1975. *J. Fluid Mech.*, 69: 689—704.
- [16] Isozaki, I., 1968. *J. Oceanogr. Soc. of Japan*, 24 (4): 32—44.
- [17] Kajiura, K., 1958. *J. Mar. Res.*, 16 (2): 145—157.
- [18] Lamb, Horace, 1932. *Hydrodynamics*, 6th. Ed. Cambridge Univ. Press, 738.
- [19] LeBlond, P. and L. Mysak, 1977. *The Sea*, 6: 459—495.
- [20] Mooers, C. and R. Smith, 1968. *J. Geophys. Res.*, 73, 549—557.
- [21] Munk, W., F. Snoggrass and G. Carrier, 1956. *Science*, 123: 127—132.
- [22] Mysak, L., 1967. *J. Mar. Res.*, 25: 205—227.
- [23] Mysak, L., 1967. *J. Geophys. Res.*, 72: 3043—3047.
- [24] Mysak, L., 1968. *J. Mar. Res.*, 26: 24—33.
- [25] Mysak, L. and B. Hamon, 1969. *J. Geophys. Res.*, 74: 1397—1405.
- [26] Reid, R., 1958. *J. Mar. Res.*, 16 (2): 109—144.
- [27] Robinson, A., 1964. *J. Geophys. Res.*, 69: 367—368.
- [28] Smith, R., 1972. *J. Fluid Mech.*, 52: 379—391.
- [29] Ursell, F., 1952. *Proc. Roy. Soc., (A)* 214: 79—97.