造船厂技校教材

实用数学

哈尔滨工程大学出版社

实用数学

船舶技校教材编委会

主　任　韩　发

委　员　韩　发　葛新辉　胡建忠　任　生

张　铜　倪绍灵　何亚利　林柱传

金仲达　朱春元　汪　建

船舶技校教材编写组

基础课专业组　主编　胡建忠　副主编　汪　建

船体装置专业组　主编　葛新辉　副主编　魏东海

船舶电焊专业组　主编　任　生　副主编　周雅莺

船舶电工专业组　主编　倪绍灵　副主编　卢建明

船舶钳工专业组　主编　张　铜　副主编　竺维伦

船舶管系专业组　主编　何亚利　副主编　叶　平

船舶木塑专业组　主编　汪　建　副主编　曹建民

本书编者　曹国兴　陈大川　徐运凤

本书主审　童以聪

哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书按1993年中船总公司技工学校《实用数学教学大纲》编写。

本书以数学在船舶企业的实用性为宗旨，在归纳工厂中常用到初中数学知识的基础上，讲述了函数及其应用、任意角三角函数、直线与平面、长度面积体积的计算、平面解析几何的简介和应用等方面的数学知识，以及这些数学知识在船厂中的使用方法。

本书可作船厂技工学校各工种的数学教材。

实用数学
曹国兴　陈大川　徐运凤　编
责任编辑　徐若冰
*
哈尔滨工程大学出版社出版发行
新　华　书　店　经　销
哈尔滨毕升电脑排版有限公司排版
东北农业大学印刷厂印刷
*
开本 850×1168　1/32　印张 6.8125　字数 170 千字
1996年6月第1版　1996年6月第1次印刷
印数：1—5000册
ISBN 7-81007-692-2
O·45　定价：6.50元

前　　言

技工学校担负着为企业培养中级技术工人的重任，其教学质量的高低影响到企业工人队伍素质和经济效益的提高。

中国船舶工业总公司所属技工学校大多数建立或恢复于“七五”期间。当时主要工种的教学内容，基本上停留在传统的造船工艺水平上，与 80 年代迅猛发展起来的新的造船工艺存在着明显的差距。在教学安排上，忽视技能训练，技校毕业生走上生产岗位后表现出独立工作能力不强。为解决这一问题，总公司于 1987 年在首届船舶总公司技工学校校际协作会上明确提出技工学校教学改革方向，一是培养目标为中级技术工人，二是将原来的理论和实习教学的课时从 1∶1 变为 3∶7。突出技能培训，增强学生的动手能力。并于 1989 年重新颁发了船舶类五大工种的教学计划及大纲。1992 年成立了船舶总公司技工学校教材编写委员会。在编委会的领导下。由于各专业组主编、副主编和编审者努力工作。哈船院出版社及有关学校给予了大力支持，我们船舶工业系统技工学校第一批系统教材正式面世了，它必将对船舶工业技工学校的发展起到积极的推动作用。

这套教材包括船体装配工、船舶电焊工、船舶钳工、船舶电工、船舶管系工、船舶木塑工六大工种进行中级工培训的基础课、专业课和技能训练的教材。教材编写以工人技术等级标准为依据，以企业的生产技术现状为基础，突出对技校学生操作技能的培训，力求做到学用结合，改变以往技工培训教材内容偏多、偏难，学用脱离的情况。船舶行业特有工种有 80 多个，不可能每个工种都统一编写教材，这套教材的出版，无疑只是起个样板的作用，各技工学校可以参照这套教材编写其它工种的教材或讲义。同时，由于各企业

的生产技术不一，这套教材也很难做到所有内容都适合各企业的培训要求，各企业的学校、教育部门可以根据技术等级标准和企业的生产技术要求，对教材内容进行删减和补充。这套教材同样适合在职工人的中级工培训。

由于整个成书过程比较仓促，与以前教材相比，内容变化较大，加上组织工作经验不够，编写水平有限，缺点和错误在所难免，敬请专家和教育工作者批评指正，以利再版时改正。

编委会

1995.6

编 者 的 话

本书介绍了船舶工业中常用到的初等数学知识。

中国船舶工业总公司所属的造船企业技工学校的数学教材，过去一直沿用劳动部培训司组织编写的《数学》教材。但该教材是全国技工学校通用教材，系统性、理论性较强，实用性较差，而船舶类技工学校数学课的任务是使学生掌握中级技术工人所必须具备的数学知识，具有准确、迅速的运算能力和理论联系实际，用数学模式去分析，通过计算去解决生产中有关问题的能力，其次教授该教材需要 180 个学时左右，但船舶类技工学校数学课的课时数只能安排 100 个学时左右。经多年教学实践，内容上增减变化较多，给教学上带来诸多困难和不便。

现在编写的《实用数学》安排 100 个教学时数，依据船舶类技工学校的培养目标，教学内容主要是结合造船企业的生产实际和专业所需要的初等数学知识，使学生学习后，能用以解决生产实际和专业理论中的有关问题，同时适当重视技工学校与普通中学数学的连续性、数学学科本身的系统性，在提高学生专业技能素质的同时，适当提高学生的整体素质，使数学这门文化基础课为技工学校培养出适应现代化工业生产所需要的技术工人发挥作用。

本书共分七章，第一、五、六章由东海船舶修造厂曹国兴编写，第二、七章由江南造船厂陈大川编写，第三、四章由武昌造船厂徐运风编写。

本书由东海船舶修造厂原总工程师、高级工程师童以聪主审，全书由曹国兴统稿。

对在编写过程中担任部分绘图工作的杨国民、陈玄华和关心本书编辑工作的领导和同志，谨在此表示诚挚的谢意。

鉴于编写时间仓促和编者水平所限，书中难免有不当之处，恳请同志们提出批评和改进意见。

编者

1995 年 9 月

目　　录

第一章　常用的基本概念和运算

在生产实践中，我们经常会遇到各种各样的数以及它们的运算。了解数的概念，掌握各种基本运算的方法，具备准确、迅速的运算能力，是我们学习数学的重要任务之一。本章介绍一些常用的基本数学知识，在这个基础上讨论这些知识在工厂中的某些应用。

§1.1　有理数与近似数

一、实数

1. 数的分类和数集

实数分成有理数和无理数，具体分类如下：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\left\{\begin{array}{l}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{array}\right\}\text{有限小数或无限循环小数}\end{cases}\\ \text{无理数}\left\{\begin{array}{l}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{array}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

如 $3,\frac{1}{5},-2,\frac{1}{3},-\frac{1}{6}$ 等都是有理数。分数都能表示为有限小数或无限循环小数；反之，有限小数或无限循环小数也能表示为分数，例如，$\frac{1}{4}=0.25,\frac{23}{99}=0.\dot{2}\dot{3},0.2=\frac{1}{5},0.\dot{3}=\frac{1}{3}$。

但是，有这样一种数，它用小数表示时，既不是有限小数，也不是无限循环小数，例如，不论圆的大小如何，圆的周长和它的直径

之比总是一个定数，即圆周率 π，π 用小数表示时，是一个无限不循环小数，$\pi=3.14159265\cdots$，无限不循环小数称为无理数。

自然数的全体称为自然数的集合，简称**自然数集**，用字母 N 表示。整数的全体，简称**整数集**，用字母 Z 表示。有理数的全体，简称**有理数集**，用字母 Q 表示。实数的全体，简称**实数集**，用字母 R 表示。

数与数集的关系用符号"$\in$"（读作"属于"）、"$\notin$"（读作"不属于"）表示。例如数 3 是自然数，属于自然数集，记作 $3\in N$。数 0 不是自然数，不属于自然数集，记作 $0\notin N$。圆周率 π 是无理数，于是有 $\pi\notin Q$，$\pi\in R$。

2. 实数在数轴上的表示

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫作**数轴**。在数轴上的每一点都对应着唯一确定的实数；反之，每一个实数也都对应着数轴上唯一确定的点。这种关系称为实数与数轴上的点一一对应。

例 1 把数 $2,-2,-3.5,\sqrt{2}$ 用数轴上的点表示出来。

解：先画数轴，然后在数轴上找出相应的点。图 1.1 中的 A，B，C 和 D 点分别表示 $2,-2,-3.5,\sqrt{2}$。

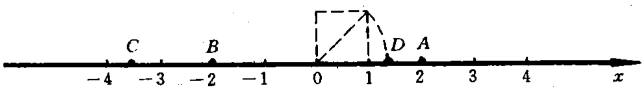

图 1.1

数轴上的点与原点 O 的距离称为该点所表示的实数的**绝对值**。数 a 的绝对值用 $|a|$ 来表示，如图 1.1，点 A，B 与原点 O 的距离都为 2，因此有 $|2|=2$，$|-2|=2$。

从数轴可以看出，右边的点表示的数大，左边的点表示的数小。正数与正数比较，绝对值大的数较大；负数与负数比较，绝对值大的数反而小。

3. 实数集的区间表示

介于两个实数之间的全体实数组成的集合叫做**区间**，这两个

实数叫做区间的端点。

如图 1.2 所示，满足 $a\leqslant x\leqslant b$ 的实数 x 的全体所组成的数集称为**闭区间**，记为$[a,b]$；满足 $a<x<b$ 的实数 x 的全体所组成的数集称为**开区间**，记为(a,b)；分别满足 $a\leqslant x<b$，$a<x\leqslant b$ 的实数 x 的全体所组成的数集称为**半开半闭区间**，记为$[a,b)$，$(a,b]$。

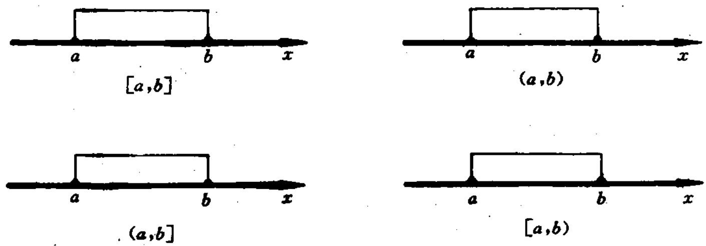

图 1.2

我们把数轴上无限远的地方用“∞”表示，正方向的记为“$+\infty$”，负方向的记为“$-\infty$”，因此，所有实数构成的数集 R 可以表示成$(-\infty,+\infty)$，相应地，满足 $x\geqslant a$，$x>a$ 或 $x\leqslant a$，$x<a$ 的实数 x 的全体所组成的数集分别记为$[a,+\infty)$，$(a,+\infty)$；$(-\infty,a]$，$(-\infty,a)$。

二、有理数的四则运算

在生产实践中，数字的四则运算最终总是有理数的四则运算。我们已十分熟悉有理数的四则运算法则。在运算中，为了迅速、准确地进行计算，合理地使用括号、加法的交换律、结合律、乘法的交换律、结合律和分配律是必要的。

例 2 计算 $2\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div1\frac{1}{4}$。

解：
$$\begin{aligned}&2\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div1\frac{1}{4}\\&=\frac{11}{5}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{11}\times\frac{4}{5}\\&=-\frac{2}{25}\end{aligned}$$

例 3 计算$-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$。

解：$-10+8\div(-2)^2-(-4)\times(-3)$

$=-10+8\div4-12$

$=-10+2-12$

$=-20$

三、近似数的四则运算

1. 近似数和有效数字

我们来看下面两种情况，某厂有 127 台机床，这里的 127 是与实际完全符合的准确数；某工人加工好一根轴，测量以后得到直径为 100.5mm，长为 500.2mm。在工厂里，由于测量方法、量具精度等许多因素影响，测量所得的尺寸数据不可能是准确数，如上述轴的直径 100.5mm 就不是准确数。我们把 100.5 称为近似数。

在实际问题的计算中，以及为了表达和应用无理数时，往往必须使用近似数。如计算圆的面积或周长时必须用到的 π，根据不同的需要，π 取 3.14 或 3.142 等进行计算。另外，为了方便，在不需要特别准确的场合，也常常用近似数代替准确数。因此，在生产实践中，使用近似数的机会要比使用准确数的机会多得多。

根据近似数进行计算，其结果常用四舍五入法得到。如果轴的直径的近似值是 100.5mm，表示轴的长度大于或等于 100.45mm 而小于 100.55mm，称精确到十分位（或精确到 0.1）。一般地，一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位。这时从左边第一个不是零的数字起，到这一位数字止，所有的数字都叫这个数的**有效数字**。如近似数 100.5 的有效数字是 1，0，0，5。

例 4 用四舍五入法，按要求对下列各数取近似值，并说出所得近似值有几个有效数字。

(1)0.85149（精确到千分位）；

(2)47.6（精确到个位）；

(3)0.02076（保留 3 个有效数字）；

(4)100.497（精确到 0.01）。

解:(1)0.85149≈0.851,有3个有效数字8,5,1;

(2)47.6≈48,有两个有效数字4,8;

(3)0.02076≈0.0208,有3个有效数字2,0,8;

(4)100.497≈100.50,有5个有效数字1,0,0,5,0。

注意上面的(4)中,由四舍五入得来的100.50,跟100.5不一样;不能把最后一个0随便去掉。例如圆轴的直径约100.50mm,是指直径大于或等于100.504mm,而小于100.505mm,精确到0.01mm;而直径约100.5mm,是指直径大于或等于100.54mm,而小于100.55mm,精确到0.1mm。显然这两者是有很大区别的。

2. 近似数的四则运算

有近似数参加的数字运算中,存在着误差的积累或抵消等复杂情况。在一般情况下,有下列运算法则。

(1)近似数加减时,计算结果应保留的小数位数与小数位数最少的近似数相同。为计算简便,可先将小数位数多的近似数四舍五入,使比小数位数最少的只多一位。

例5 计算 $4.3+15.8542+0.08888$

解:
$$\begin{aligned}&4.3+15.8542+0.08888\\&\approx 4.3+15.85+0.09\\&=20.24\\&\approx 20.2\end{aligned}$$

(2)近似数乘除时,计算结果应保留的有效数字个数与有效数字个数最少的近似数相同。为计算简便,可先将有效数字个数多的近似数四舍五入,使比有效个数字个数最少的近似数只多一位。

例6 计算 3.14159×2.3

解:
$$\begin{aligned}&3.14159\times 2.3\\&\approx 3.14\times 2.3\\&=7.222\\&\approx 7.2\end{aligned}$$

习题一

1. 选择适当的符号填空：

(1) -3 ______ N；　-3 ______ Z；　-3 ______ R

(2) 3.14 ______ Q；　π ______ Q；　π ______ R

(3) $\sqrt{3}$ ______ $(0,+\infty)$；　$-\sqrt{3}$ ______ $(0,+\infty)$

2. 用不等号表示下列区间的实数 x 的取值范围。

(1) $x\in[-3,4)$；　(2) $x\in(-\infty,1)$；　(3) $x\in[-6,5]$

3. 计算：

(1) $\frac{1}{4}-\left\{\frac{1}{4}-\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-1\right)\right]\right\}$

(2) $-6\frac{2}{3}-\left[1\frac{3}{7}\times(-\frac{3}{10})-0.7+(-2\frac{6}{7})\div\frac{3}{7}\right]$

4. 用四舍五入法，按要求对下列各数取近似值。

(1) 0.75288（精确到千分位）；　(2) 48.52（精确到个位）；

(3) 0.05205（保留三个有效数字）；

(4) 1.7285（精确到 0.01）

5. 按近似计算法则计算（除了分数、无理数，所有数据都是近似数）。

(1) $3.8102+2.9+1.7698-\frac{2}{7}-\sqrt{3}+\pi$

(2) $2.0876\times1.1498\times0.2\div3.1416$

§1.2　方程、方程组的解法及其应用

一、代数式与代数式的值

数字只能表示问题的某一个具体的数量关系，而用字母代表数字就可以表示问题的一般的数量关系。这样，为认识和揭示所考察的数量变化规律带来很大方便。

在备料工作和加工零件的过程中，常要计算材料的长度、面积、体积和重量等，首先遇到的就是代数式。

例 1　计算管形零件的横截面面积时，已知管形零件的外径 d_1 和内径 d_2，试写出此管形零件横截面面积的公式。

解：　∵圆面积 $=\pi r^2=\pi(\frac{d}{2})^2$　（其中 r 为半径，d 为直径）

∴管形零件的横截面面积为：$S=\frac{\pi}{4}d_1^2-\frac{\pi}{4}d_2^2$

$\frac{\pi}{4}d_1^2-\frac{\pi}{4}d_2^2$ 就是代数式。一般，用运算符号把数和表示数的字母连接起来的数学式子叫做**代数式**。金属切削时切削速度 V 为

$$V=\frac{\pi Dn}{1000}\ (\mathrm{m/min})$$

公式中右边的部分就是一个代数式。这里 D 为转动工件的直径，单位 mm，n 为转速，单位 r/min（转/每分钟）。在电工原理中，并联电路的电阻 $R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ 的右边也是代数式，这里 R_1，R_2 为分电路的电阻。

代数式里的每个字母都代表数，但它又不是某一个具体的数，而是反映同一类数及其运算的共性，所以研究代数式能解决同一类型的许多问题。

如果代数式里的字母用指定的数去代替。再按照代数式里所表示的运算进行计算，就得到一个结果，这个结果称代数式的值。

在例 1 中，如果 $d_1=200\mathrm{mm}$，$d_2=190\mathrm{mm}$，π 取 3.14，则横截面面积

$$\begin{aligned}S&=\frac{\pi}{4}d_1^2-\frac{\pi}{4}d_2^2\\&=\frac{3.14}{4}\times 200^2-\frac{3.14}{4}\times 190^2\\&=3061.5\mathrm{mm}^2\end{aligned}$$

二、一元二次方程的解法和应用

1. 方程的概念

在生产实践中遇到的许多问题，往往有些数量是给定的，而另外一些数量则要通过分析和计算求出来。代数方程就是解决由已知的数求出未知的数的有效方法之一。

我们把用等号连接两个代数式而成的式子称为**等式**。等式中的字母取任何数值，等式都成立时就称为**恒等式**。如乘法公式就是恒等式，$2x+3x=5x$ 也是恒等式。而有些等式中的字母只能取特定的数值时等式才成立，如 $x=3x-8$，只有 $x=4$ 时，等式才成立，其中的 x，需要根据它同已知数之间的关系来确定，我们把它称为未知数，把含有未知数的等式称为**方程**。因此，$x=3x-8$ 就是方程。

根据未知数的个数和未知数的最高次方是多少以及方程个数的多少，可以判定是几元几次方程或几元几次方程组。

如 $x^2-24x+63=0$ 是一元二次方程，而

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 5x+8y=15 \end{cases}$$

是二元一次方程组。

能使方程两边的值相等的未知数的值叫做**方程的解**。求方程的解的过程叫做**解方程**。下面我们讨论在生产实践中经常遇到的一元二次方程和二元一次方程组的解法。

2. 一元二次方程的解法

一元二次方程的常用解法有公式法和分解因式法。

(1)公式法

先把方程化为标准形式：$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，

再代公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 求出方程的解。

从公式可知，当 $b^2-4ac>0$ 时，方程有两个不相同的实数解，当 $b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相同的实数解，当 $b^2-4ac<0$ 时，方程没有实数解。

例 2 解方程 $3x^2+5x=12$