

機械公式活用

(增補版)

陳 乾 道 編著



文京圖書有限公司

編者簡歷

民國 60 年 逢甲工商學院機械工程學系畢業 工學士
民國 62~64 年 金剛鐵工廠股份有限公司機械加工製造組組長
民國 64 年 全國性公務人員暨專門職業及技術人員機械工程
科高考及格格機械技師
民國 65 年迄今 任聯國立科學技術研究院薦任工程文官，機械
設計員。



有著作權 不准翻印

機械公式活用 (增補版) 精裝 定價 新台幣 160元

中華民國 66 年 5 月 1 日 印刷 著作者：陳 乾 道
中華民國 66 年 5 月 5 日 發行 出版者：文 京 圖 書 有 限 公 司
中華民國 67 年 12 月 1 日 增補版 台北市萬大路 170 號 1009
TEL: 3810576 郵劃 18007 號
本公司登記證字號：行政院新聞局
局版台業字第 0929 號
發行人：陳 炳 煌
台北市萬大路 170 號
TEL: 3810576
印刷者：東雅印刷廠有限公司
台北市西藏路 528~530 號
TEL: 3814886
..... 本書著作權執照：台內著字第 9573 號
.....

(本書若有缺頁或裝釘錯誤者負責更換)

• 楊 序

工業的現代化，最重要的歷程是技術革新。我國工業隨經濟之高速發展，已進入技術密集階段。工業從業人員需求的技術水準，也需要大大的提高。

工程學的目的是根據新知，經由研究發展的設計與製造程序，使成為新產品。所以，工業技術人才，一方面應具有健全工程科學的理論基礎，對工程問題有深入分析與創新的能力；另一方面是實際設計與製造作業技術的磨鍊。在工程智識的領域內，理論是解決工程問題的工具，沒有理論將使工程技術停滯不前，純理論而不應用於實際設計與作業，則成為空談。當前我國機械工業人才的需求，最迫切的是如何獲致理論與實際經驗融通的智識，充實與革新我們的技能，成為獨立設計與生產的體系，與世界工業並駕齊驅。

技術密集工業進展的速度與從業人員技術水準，息息相關，互為因果。在學校工程教育的課程中，工程理論科目如工程數學、工程力學、流體力學、熱力學、機動學……等。此類學科亦配置適量的習題及作業，但題材則重於啟發思考與分析能力，以及設計的基本原則。至於實際作業運用方法，尚待加強，亦為機械工程師不斷學習與進修的方向，個人成就的關鍵。

陳君乾道近年來致力於工程科學與實用的研究，尤其在機械設計方面，成就豐碩。今編成「機械公式活用」一書，融合理論與運用，內容具體，貢獻機械工程在學與從業人員，本人有先閱讀之機會，深覺其實用之價值，是以為序。

逢甲學院機械系主任

楊 學 周

中華民國六十六年元月廿五日

• 傳 序

有關機械工程方面之書籍很多，大致可分為三類：一為基礎學識用書，此類書供初學者學習機械工程之基本知識及技能，教科書可為其代表；二為專題研究、學術問題研討和新產品報導等，此類文章多彙成定期或特刊等刊物發行；三為使用者隨時應需要而查閱之工具書。每類書籍中，其研討之內容，可再分為純學術性問題之研究、設計公式和方法供應和製造程序之討論等。陳君所編譯之“機械公式活用”一書應屬於第三類中設計公式和方法供應，本書為擔任或將擔任設計工作者實用之書籍。

我國工商業日益進步，生活水準亦隨之提高，因此逐漸的無法再以低廉勞工和技術合作方式仿製產品向國際市場進軍，情勢之演進，工業界勢必走向自行設計發展新式的精密產品，與先進國家競爭，國家之工業才有前途。工業界需要工程從業員努力從事實際設計工作，從事設計和製造工作者，怎能不全力以赴，擔負起時代賦予之任務！

自民國 59 年（公元 1970 年）國際工業界向單一公制制度更大的跨前一步，英國為了加入歐洲共同市場而自動放棄了其創立之英制，而訂定十五年計畫，逐步的完成公制化；美國工業界亦不得不正朝此一方向進行中。我國政府早有先見，早已訂定我國以公制為國家標準，惟標準局至今仍未完成公制標準規格，以致不能樹立標準權威。在教育界亦未能徹底遵行，尤其大專教育理工科所採用教本，許多學校仍以美國教本為主，教授使用英制教學，學生所習只限英制，畢業後社會上所使用者，則隨機具限制，公制和英制兼而用之，這些實情常使從事工程人員深感困擾。

今書局有翻譯之各種手冊或指南之書本雖多，而能彌補現在教育與實用間缺失者仍少，陳君在工作中實際經歷困難，而在工作中發現日本岡野修一主編之“機械公式活用手冊”一書非常實用，既可以彌補教育上使用英制而實際應用公制之換算困難，亦可以很快查出設計時所使用之公式。因此乃利用工作暇時從事譯述，修改原書錯失並增訂其遺漏，經年餘後而成此書，作為機械工程從業者之參考書。陳君為工業界出了一分心力，而得撰此短文介紹，吾深盼陳君之貢獻能促使我國設計工作之突飛猛進、工業產品之日新月異、工商業之發展與先進國家並駕齊驅。

中正理工學院教授

傅 列 珍

中華民國六十六年一月十日

• 自 序

民國六十二年編者入金剛鐵工廠服務，蒙旅日機械工程先進介紹“機械公式活用ポケットブック”一書，觀其圖文並列，體裁新穎，心甚喜之。然最令編者激賞處有二：

一、本書採用公制工程制度，完全解除了我國現在於學校接受英制工程教育之學生，在畢業後進入工廠、機關服務時，發現其均採公制，其間在公式、單位應用上所產生的極大困擾。

二、該書收集應用力學、材料力學、機械設計、機動學、熱機工程、熱力學、流體力學上所有重要公式及一些現場重要之施工與計測公式於一冊；並採一頁一主題設計，在一頁裏上半部為公式的類舉及符號、單位之說明，而其下半部舉實例以說明公式之活用，計算方法與步驟。於是免除了機械設計者於設計時常需遍查群書、選擇公式、模擬例題之苦，編者仍保持以上兩優點。當時編者認為該書若可以中文出書，定有惠於我國之機械工程界，故擬著手編譯，唯因工作性質不同及俗事繁雜，一再延誤。

民國六十四年編者入科學技術研究院服務，擔任實際機械設計工作，更覺此書對設計者之重要性與價值。乃毅然於公餘時著手編輯，費時經年，並曾參照各科名著及編者實際設計應用所收集之資料，所獲之心得而加以增刪頗多，其目的務使本書更加實用、盡善。

本書編排係依學校教學進度，故可供高工、專科及大學在學學生於學習中模擬、研究，亦為參加高普考、特考之重要參考書籍，更為設計者最佳座右資料。

本書雖經編者細心編校，然限於編者之學識、經驗，內容敘述容有欠當之處，尚祈工業界宏達、專家不吝指正，則為所盼。

本書承逢甲學院機械系系主任楊學周教授、中正理工學院教授傅列珍先生賜序及史丹福大學工學碩士、中正理工學院講師張善謙先生、台灣大學工學碩士張松國先生校正，為本書增輝不少，特此致謝。

機械技師

陳 乾 道 謹識

中華民國六十五年光復節於穎齋

• 目 錄

度量單位制度	0
2 力的合成	1
力矩 (Moment)	2
多數力的合成	3
平行力的合成	4
重心與圖心	5
同面共點力系的平衡	6
同面非共點力系的平衡 (之 1)	7
同面非共點力系的平衡 (之 2)	8
構架的解法 (Truss)	9
摩 擦	10
速度與相對速度	11
等加速度運動	12
自由落體運動	13
拋物運動	14
角運動	15
剛體平面運動 (之 1) (Kinematics, Plane Motion)	16
剛體平面運動 (之 2)	17
重量慣性矩 (Moment Inertic of Weigh)	18
力與運動的關係 (之 1) (Kinetics of Particle)	19
力與運動的關係 (之 2)	20
力與運動的關係 (之 3) (Kinetics of Body Transl- ation)	21
力與運動的關係 (之 4)	22
力與運動的關係 (之 5) (Kinetics of Rotation)	23
力與運動的關係 (之 6)	24
力與運動的關係 (之 7) (Kinetics of Plane Mo- tion)	25
向心力與離心力	26
動量與衝量	27
動量不減定律與彈性碰撞	28
功	29
功率	30
能	31
功與能量的關係	32
機械效率 (原理)	33

斜 面	34
螺 旋	35
輪 軸	36
滑 輪	37
回轉運動的功，功率與能	38
滾動摩擦	39
單 擺	40
簡諧運動	41
彈簧振動	42
Paupus & Grulldinus 定理（之 1）	43
Paupus & Grulldinus 定理（之 2）	44
垂直應力	45
剪應力	46
應 變	47
彈性係數	48
蒲松氏比（Poisson's Ratio）	49
應力集中	50
熱應力	51
容許應力與安全係數	52
內部受壓力的薄壁圓筒	53
內部受壓力的厚壁圓筒	54
衝擊荷重（Shock Load）	55
簡單支樑的反力	56
樑的剪力與彎矩圖（之 1）	57
樑的剪力與彎矩圖（之 2）	58
懸臂樑受集中荷重	59
懸臂樑受等分佈荷重（之 1）	60
懸臂樑受等分佈荷重（之 2）	61
兩端支點的單樑受集中荷重	62
兩端支點的單樑受等分佈荷重	63
樑受數荷重的剪力彎矩圖	64
斷面二次轉矩，靜力矩與剖面係數（之 1）	65
斷面二次轉矩，靜力矩與剖面係數（之 2）	66
樑內彎曲應力與剪應力（之 1）	67
樑內彎曲應力與剪應力（之 2）	68
樑的撓度與撓角（Deflection of Beams）	69
面矩法求樑的撓度與撓角（之 1）（Moment Area Method）	70
面矩法求樑的撓度與撓角（之 2）	71

面矩法解靜不定問題.....	72
連續樑的解法(之1)(Continuous Beam & Three Moment Theorem).....	73
連續樑的解法(之2).....	74
連續樑的解法(之3).....	75
彈性能與卡斯諦利諾理論(Castigliano).....	76
等強度樑.....	77
歐拉氏長柱方程式(之1)(Euler's Formula).....	78
歐拉氏長柱方程式(之2).....	79
中短柱公式(之1)Gorden-Rankine.....	80
中短柱公式(之2)Gorden-Rankine.....	81
軸的扭轉(之1).....	82
軸的扭轉(之2).....	83
螺栓的外徑.....	84
螺栓的螺紋受力部份所需之長與面壓力.....	85
組合應力(之1).....	86
組合應力(之2).....	87
組合應力(之3).....	88
組合應力(之4).....	89
組合應力(之5).....	90
組合應力(之6)一平面應力的莫氏圖.....	91
壓力容器與管.....	92
軸受彎矩負荷的軸徑.....	93
軸受扭矩負荷的軸徑.....	94
軸同時受彎矩與扭矩的軸徑.....	95
傳動軸的軸徑與跨距.....	96
摩擦離合器.....	97
水平端軸頸與軸承的設計.....	98
水平中間軸頸的設計.....	99
摩擦熱與軸承的大小關係.....	100
推力軸頸的軸承壓力與摩擦抵抗轉矩(Trust Bearing).....	101
白形軸頸軸承的設計(Foot-Step Bearing).....	102
套環軸頸的設計(Multiple Collar Trust Bearing).....	103
曲柄搖桿(四連桿)回轉機構.....	104
滑件曲柄機構.....	105
皮帶輪的速比,長度與懸掛中心角.....	106
皮帶輪各部尺寸.....	107
皮帶的張力.....	108
皮帶表面速度小時的皮帶張力.....	109

皮帶的傳送動力與強度	110
平皮帶輪傳動裝置的設計	111
V型皮帶的傳達動力	112
鏈輪的尺寸	113
滾子鏈的節數與傳達動力	114
滾子鏈與鏈輪傳動裝置的設計	115
摩擦傳動裝置	116
模數與徑節	117
法 節	118
標準平齒輪的尺寸	119
" Under cut " 界限齒數	120
轉位係數與轉位量	121
轉位齒輪的尺寸設計 (之 1)	122
轉位齒輪的尺寸設計 (之 2)	123
路易氏式 (之 1) (Lewi's Equation)	124
路易氏式 (之 2)	125
齒輪之設計 (之 1) (強度設計法)	126
齒輪之設計 (之 2)	127
接觸面壓力強度與齒輪的回轉力	128
螺旋齒輪的尺寸	129
螺旋齒輪的等值齒數與強度	130
斜齒輪的圓錐角	131
直齒斜齒輪之尺寸	132
螺輪的速比	133
蝸桿與蝸輪之尺寸 (之 1)	134
蝸桿與蝸輪之尺寸 (之 2)	135
簡單輪系的速比	136
周轉輪系的解法 (之 1)	137
周轉輪系的解法 (之 2)	138
棘輪的設計 (Ratchet Wheel)	139
單塊狀剎	140
簡單式帶剎車	141
差力式帶剎車	142
螺旋彈簧	143
三角彈簧板	144
葉片彈簧的設計	145
板金毛坯取料的公式	146
鋼球量具測定內徑法	147
推拔螺栓與推拔內徑的測定	148

三針法測螺紋有效徑法	149
壓力強度	150
液體壓力計	151
水壓機的原理(巴斯噶原理)	152
壁面所受壓力	153
連續方程式	154
伯努利定理(Bernoulli's Theorem)	155
托氏定理(Torricelli's Law)	156
雷諾數(Reynold's numbers)	157
摩擦損失	158
管道接合處的損失	159
流量測定(之1)	160
流量測定(之2)	161
噴射流體產生的推力(之1)	162
噴射流體產生的推力(之2)	163
水輪機的特性(Water Turbine)	164
帕爾登式水輪機(Pelton Wheel)	165
法式水輪機(Francis Water Wheel)	166
幫浦的出力與效率	167
離心式幫浦	168
熱力學第一定律(之1)	169
熱力學第一定律(之2)	170
熱力學第一定律(之3)	171
理想氣體的狀態方程式	172
理想氣體的狀態變化(之1)	173
理想氣體的狀態變化(之2)	174
理想氣體的狀態變化(之3)	175
多變變化(Polytropic Process)	176
理想氣體的混合	177
熱力學第二定律	178
熱交換器	179
燃 燒	180
蒸汽輪機的作用	181
內燃機的標準循環	182
內燃機的功率與效率	183
增 補 目 錄	184
1. 軸的臨界轉速(之1)	185
2. 軸的臨界轉速(之2)	186

3. 軸的臨界轉速(之3)	187
4. 軸的臨界轉速(之4)	188
5. 接合凸緣受彎矩時螺栓之設計(之1)	189
6. 接合凸緣受彎矩時螺栓之設計(之2)	190
7. 接合凸緣受彎矩時螺栓之設計(之3)	191
8. 接合凸緣受彎矩時螺栓之設計(之4)	192
9. 轉位正齒輪公式設計法(之1)	193
10. 轉位正齒輪公式設計法(之2)	194
11. 轉位正齒輪公式設計法(之3)	195
12. 轉位正齒輪數表設計法(之1)	196
13. 轉位正齒輪數表設計法(之2)	197
本書主要參考書籍	198

附錄使用法 199

附錄 1. 各種斷面的面積 (A), 斷面二次力矩 (I), 斷面係數 (Z)(之1~2)	200
" " 2. 回轉軸的外徑	202
" " 3. K 之值 ($K = 170 / \sqrt[3]{\tau_s}$)	202
" " 4. 軸與軸承材料間容許的軸承壓力	202
" " 5. 軸頸長與徑之比 (l/d) 與最大容許壓力速度 係數 (pv)	203
" " 6. 正齒軸之齒形係數 y 之值	203
" " 7. 齒輪之接觸面壓力係數 k	204
" " 8. 齒輪材料與容許的彎曲應力	205
" " 9. 剎車帶材料之容許剎車壓力與摩擦係數	205
" " 10. 主要工程材料之機械性質與用途	206
" " 11. 理論上應力集中係數 (K_t) 表 (1~8)	212
" " 12. 硬度對照表	220
" " 13. 基孔制 (H_7) 與各配合座之公差表	221
" " 14. 基軸制 (h_6) 與各配合座之公差表	222
" " 15. 基孔制公差使用實例 (1~3)	223
" " 16. 模數, 徑節, 周節的關係	226
" " 17. 齒數 "模數" 標準, 模數, 徑節, 周節對照表	227
" " 18. 各種加工法所得表面光度之範圍及加工光度符 號標記基準	228
" " 19. 樑的剪力、彎矩與撓度表	229
" " 20. $B(\alpha_s)$, $B_s(\alpha_s)$ 函數表	237
" " 21. 漸伸線函數表	267

1. 2力的合成

(1) 2力交角為 α 的場合(參閱圖1)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \text{ [kg]} \quad (1)$$

$$\tan\phi = \frac{F_2\sin\alpha}{F_1 + F_2\cos\alpha} \quad (2)$$

ϕ : 合力 R 與 F_1 力的交角

(2) 2力交角為直角的場合(參閱圖2)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ [kg]} \quad (3)$$

$$\tan\phi = \frac{F_2}{F_1} \quad (4)$$

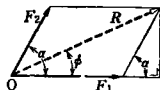


圖 1

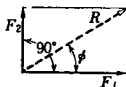


圖 2

例題 30 kg 與 40 kg 之 2 力成 60° 相交於 1 點求其合力。

解答 以 $F_1 = 30 \text{ kg}$, $F_2 = 40 \text{ kg}$, $\alpha = 60^\circ$ 帶入式(1), (2)

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \times 30 \times 40 \times \cos 60^\circ}$$

$$= \sqrt{3700} = 60.8 \text{ kg}$$

$$\tan\phi = \frac{40 \times \sin 60^\circ}{30 + 40 \times \cos 60^\circ} = \frac{40 \times 0.866}{30 + 40 \times 0.5} = 0.693$$

$\therefore \phi = 34.71^\circ = 34^\circ 43'$ (與 30 kg 力的交角)

例題 有一物體以細繩懸掛於天花板重 12 kg, 一 5 kg 的水平力作用於細繩上, 求繩之張力及其與天花板之交角(參閱圖3)。

解答 繩之張力與 12 kg, 5 kg 兩力之合力大小相等而方向相反, 其與天花板之交角即為合力與 5 kg 力之交角。以 $F_1 = 5 \text{ kg}$, $F_2 = 12 \text{ kg}$ 帶入(3), (4)式

$$R = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ kg} \text{ (張力大小)}$$

$$\tan\phi = \frac{12}{5} = 2.4$$

$\therefore \phi = 67.38^\circ = 67^\circ 23'$ (張力與天花板交角)

例題 如圖 4 所示, 舟以相互成 120° 之兩 15 kg 力拖引之, 求舟進行的方向及拖引力。

解答 舟進行方向即拖引力方向亦即 2 力合力的方向

。以 $F_1 = F_2 = 15 \text{ kg}$, $\cos\alpha = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -0.5$ 帶入式(1)

$$R = \sqrt{15^2 + 15^2 + 2 \times 15 \times 15 \times (-0.5)}$$

$$= 15 \text{ kg}$$

合力的方向在 2 力交角之分角線上。(水平方向)

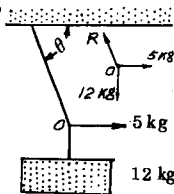


圖 3

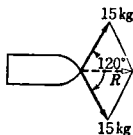


圖 4

MEMO

① 式(1), (2) 稱為兩力合成的“平行四邊形定律”。

② 力的三要素為大小, 方向與着力點。

③ 2 力若不作用於物體上同一點(作用於 2 點), 則將 2 力之作用線延伸交於 1 點時, 式(1), (2) 仍可適用。

2. 力 矩

(1) 力的力矩 (參閱圖 1(a))

$$M = Fl \text{ (kg} \cdot \text{cm)}$$

$$M = Fl' = Fl \cos \theta$$

$$= F \cos \theta l' \text{ (kg} \cdot \text{cm)} \quad (1)$$

(2) 偶力的力矩 (參閱圖 1(b))

$$M = Fd \text{ (kg} \cdot \text{cm)} \quad (2)$$

(3) 力矩的合成

$$M = \sum M_i$$

$$= \sum F_i l_i \quad (= \sum F_i d_i) \quad (3)$$

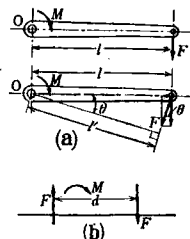


圖 1

例題 如圖 2 所示，求作用於軸心之力矩。

解答 以 $F = 15 \text{ kg}$, $l = 20 \times \cos 30^\circ + 10$
 $= 27.32 \text{ cm}$ 帶入(1)式得

$$M = 15 \times 27.32 = 409.8 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(反時針方向)



圖 2

例題 如圖 3 所示，求作用於軸心之力矩。

解答 設順時針方向的力矩為“+”，反時針為“-”。將各數據帶入(1), (3)式可得

$$M = 10 \times 50 \times \cos 60^\circ - 30 \times 30 - 20 \times 20 + 10 \times 40$$

$$= -650 \text{ kg} \cdot \text{cm} \text{ (反時針方向)}$$

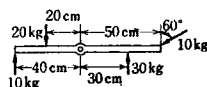


圖 3

例題 如圖 4 所示，4 力作用於一正方形結構物求軸心 O 的受力情形。

解答 此 4 力為 100 kg 與 50 kg 兩對偶力所構成，故軸心 O 只受一力矩。由式(2), (3)

$$M = 100 \times 10 - 50 \times 20 \times \cos 45^\circ$$

$$= 293 \text{ kg} \cdot \text{cm} \text{ (順時針方向)}$$

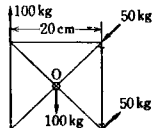


圖 4

例題 如圖 5 示，一桿長 l 於桿端受一 F 力求軸心之受力。

解答 大小相同，方向相反之兩力，作用於同一點，其合力為 0。故以力學觀點加此等兩力於受力件上，與原來之受力效果相同。在圖 5 示之軸心端加上 F' , F'' 二力，其大小與 F 同，但彼此方向相反。如此軸心之受力為與 F 同向之 F' ($= F$) 及一由 F 與 F'' 所形成的力偶 $M = Fl$ 。

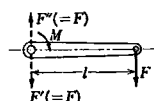


圖 5

MEMO

① 符號“ Σ ”表總和之意，式(3)可寫成 $\Sigma M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$, $\Sigma F_i l_i = F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots$

② 偶力形成力偶，為物體在一軸心旋轉之原動力，但不能使該物體產生位移。

3. 多數力的合成

(1) 力相交於 1 點的場合 (參閱圖 1)

力的合成力矩為 $M_0 = 0$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_i \cos \alpha_i)^2 + (\sum F_i \sin \alpha_i)^2} \quad [\text{kg}] \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F_i \sin \alpha_i}{\sum F_i \cos \alpha_i} \quad (2)$$

(2) 非共點力的場合 (參閱圖 2)

(1) 對於 O 點的合力 R, 由 (1), (2) 兩式得之;

(2) 對於 O 點之力矩 M_0 , $M_0 = \sum M_i$ 。

(3)

參閱 2. 力矩章第 5 圖例題之力變換力與力矩法。

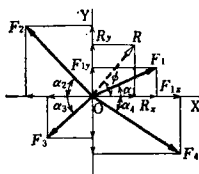


圖 1

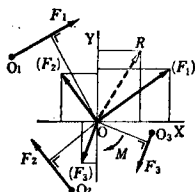


圖 2

例題 4 力相交於一點求其合力。

$F_1 = 7 \text{ kg}$, $F_2 = 6 \text{ kg}$, $F_3 = 5 \text{ kg}$, $F_4 = 4 \text{ kg}$, $\angle F_1 F_2$ (F_1 與 F_2 的交角) $= 90^\circ$, $\angle F_2 F_3 = 60^\circ$, $\angle F_3 F_4 = 60^\circ$

解答 圖 3 表示 F_1 與 X Y 軸直角坐標的 X 軸重合, 並示 4 力之關係位置。

$$\begin{aligned} F_3 : \begin{cases} F_{3x} = -F_3 \cos 30^\circ = -5 \times 0.866 \\ \quad = -4.33 \text{ kg} \\ F_{3y} = F_3 \sin 30^\circ = 5 \times 0.5 = 2.5 \text{ kg} \end{cases} \\ F_4 : \begin{cases} F_{4x} = -F_4 \cos 30^\circ = -4 \times 0.866 \\ \quad = -3.46 \text{ kg} \\ F_{4y} = -F_4 \sin 30^\circ = -4 \times 0.5 \\ \quad = -2 \text{ kg} \end{cases} \end{aligned}$$

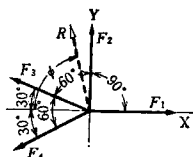


圖 3

$$\therefore R_x = \sum F_i \cos \alpha_i = 7 + 0 - 4.33 - 3.46 = -0.79 \text{ kg}$$

$$\therefore R_y = \sum F_i \sin \alpha_i = 0 + 6 + 2.5 - 2 = 6.5 \text{ kg}$$

$$\therefore R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(-0.79)^2 + (6.5)^2} = \sqrt{42.87} = 6.55 \text{ kg}$$

$$\tan \phi = -\frac{6.5}{-0.79} = 8.23$$

$\phi = 83^\circ$ (注意此為與 -X 軸之交角如圖 3 示)

MEMO ① 多數力是 3 力或 3 力以上之力。
② 力之數目太多時以列表比較簡明。

力	F_{ix}	F_{iy}
F_1	$F_1 \cos \alpha_1$	$F_1 \sin \alpha_1$
F_2	$F_2 \cos \alpha_2$	$F_2 \sin \alpha_2$
F_3	$F_3 \cos \alpha_3$	$F_3 \sin \alpha_3$
	$\sum F_{ix} = R_x$	$\sum F_{iy} = R_y$

4. 平行力的合力

- (1) 同方向 2 平行力的合力 (參閱圖 1)

$$R = F_1 + F_2 \quad (1)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{(F_1 + F_2)}, \quad l_2 = l \frac{F_1}{(F_1 + F_2)} \quad (2)$$

l_1 : 合力 R 與力 F_1 作用線間之距離 [cm]

l_2 : 合力 R 與力 F_2 作用線間之距離 [cm]

l : 力 F_1 與力 F_2 作用線間之距離 [cm]

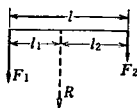


圖 1

- (2) 反方向 2 平行力的合力 (參閱圖 2)

$$R = F_1 - F_2 \quad (3)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 - F_2}, \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 - F_2} \quad (4)$$

合力 R 與較大之力同向，且在其外側。

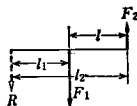


圖 2

- (3) 多平行力之合力 (參閱圖 3)

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \Sigma F_i \quad (5)$$

$$l = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots}{R} \quad (6)$$

$$= \frac{\Sigma F_i l_i}{\Sigma F_i}$$

F_i : 各平行力 [kg]

l_i : 力 F_i 與任意點 O 之距離 [cm]

l : 合力 R 與點 O 之距離 [cm]

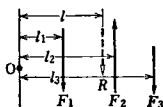


圖 3

例題 距離 5 cm 的兩平行力為 40 kg 與 10 kg，求兩力為同向或異相之合力。

解答 兩力為同向故用公式(1)，(2)，為反向時帶公式(3)，(4)，今 $F_1 = 40$ kg， $F_2 = 10$ kg

(同向) $R = F_1 + F_2 = 40 + 10 = 50$ kg

$$l_1 = 5 \times \frac{10}{40 + 10} = 1 \text{ cm}$$

(與 40 kg 力之距離)

(異向) $R = 40 - 10 = 30$ kg

$$l_2 = 5 \times \frac{40}{40 - 10} = 6.67 \text{ cm}$$

(與 10 kg 力之距離)

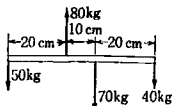


圖 4

例題 如圖 4 所示，求 4 平行力的合力。

解答 設向下力為正，順時針力矩為正。由式(5)，(6)

$F_1 = 50$ kg, $F_2 = -80$ kg, $F_3 = 70$ kg, $F_4 = 40$ kg, $l_1 = 0$, $l_2 = 20$ cm, $l_3 = 30$ cm, $l_4 = 50$ cm 得

$$R = 50 - 80 + 70 + 40 = 80 \text{ kg (向下)}$$

$$l = \frac{-80 \times 20 + 70 \times 30 + 40 \times 50}{80} = 31.3 \text{ cm}$$

合力的力矩為 2500 kg-cm，順時針方向，合力的着力點在 50 kg 力右方 31.3 cm 處。

5. 重心與圖心

(1) 重心的位置 (參閱圖 1)

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{W}, \quad \bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{W} \quad (1)$$

$\bar{x}, \bar{y}$: 重心的座標 [cm], x_i, y_i : 各部分重量的座標 [cm], w_i : 各部分的重量, W : 物體的重量。

(2) 圖心的位置

$$\bar{x} = \frac{\sum a_i x_i}{A}, \quad \bar{y} = \frac{\sum a_i y_i}{A} \quad (2)$$

$\bar{x}, \bar{y}$: 圖心的座標 [cm], x_i, y_i : 各部分面積的座標 [cm], a_i : 各部分的面積, A : 全面積 [cm²], $a_i x_i, a_i y_i$: 各部分面積的力矩 [cm³]。

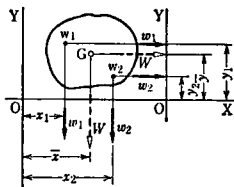


圖 1

例題 圖 2(a) 表由均質材料所構成的物體，其厚度相同求其重心的位置。

解題 將圖(a)之物體分成(b)所示之 I, II, III 的 3 部份來考慮。若材料為均質，厚度相同時，物體之重心與圖心是一致的。物體之形狀左右對稱時，圖心在其中心線上。由圖 2(b)

及式(2), $a_1 = 10 \times 20 = 200 \text{ cm}^2$, $a_2 = 20 \times 10 = 200 \text{ cm}^2$, $a_3 = 10 \times 30 = 300 \text{ cm}^2$. $A = 200 + 200 + 300 = 700 \text{ cm}^2$, $y_1 = 10 + 20 + 5 = 35 \text{ cm}$, $y_2 = 10 + 10 = 20 \text{ cm}$, $y_3 = 5 \text{ cm}$ 得

$$\begin{cases} \bar{y} = \frac{200 \times 35 + 200 \times 20 + 300 \times 5}{700} = \frac{12500}{700} = 17.9 \text{ cm} \\ \bar{x} = 0 \text{ cm} \end{cases}$$

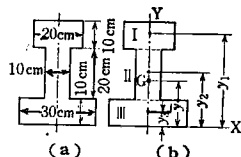


圖 2

例題 圖 3 示一衝圓孔的正方形薄板，求其圖心位置。

解題 圖 3 表 x, y 座標軸之選擇法。圖心必在 x 軸上，故 $\bar{y} = 0 \text{ cm}$ 。衝圓孔部份之面積以負數計算。由式(2)知 $a_1 x_1 = 100 \times 100 \times 50 = 500,000 \text{ cm}^3$, $a_2 x_2 = -\pi \times 20^2 \times (50 - 20) = -37,700 \text{ cm}^3$, $A = 100 \times 100 - \pi \times 20^2 = 8744 \text{ cm}^2$ 得

$$\bar{x} = \frac{500,000 - 37,700}{8,744} = \frac{462,300}{8,744} = 52.8 \text{ cm}$$

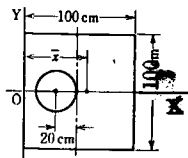


圖 3

MEMO

- 式(1), (2) 的 $\bar{x}, \bar{y}$ 讀作 x 与 Y, y 与 Y 。
- 重心與圖心位置即重力的着力點。
- 物體形狀複雜時，可先將其分成數個便於計算的簡單形狀的正負重量(面積)，且分別求出個別正負重量(面積)之重心(圖心)，則其力矩之代數和，除以整體之重量(面積)，所得之商則為整體重量(面積)之重心(圖心)位置。

6. 同面共點力系的平衡

(1) 多數力相交於一點的平衡條件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = \Sigma F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = \Sigma F_{iy} = 0 \end{aligned} \right\} (1) \quad (1)$$

F_{ix} : 表各力在 X 軸上的分力

F_{iy} : 表各力在 Y 軸上的分力

R_x, R_y 分別表各力在 X, Y 軸上分力的總和。

(2) 3 力共點的平衡條件 (參閱圖 1)

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{F_3}{\sin \alpha_3} \quad (2)$$

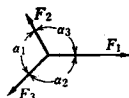


圖 1

例題 圖 2 示一重 50kg 的物體，以與水平線交角各為 45° 與 60° 的兩繩固定，求此兩繩之張力各為若干。

解題 T_1, T_2 分別表繩的張力； W 表物重。 T_1, T_2, W 為同面共點力系，由式(1)得

$$R_x = T_{1x} + T_{2x} + W_x = 0 \quad \text{①}$$

$$R_y = T_{1y} + T_{2y} + W_y = 0 \quad \text{②}$$

因 $T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = 0.707 T_1, T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = 0.707 T_1, T_{2x} = -T_2 \cos 60^\circ = -0.5 T_2, T_{2y} = T_2 \sin 60^\circ = 0.866 T_2, W_x = 0, W_y = -50 \text{ kg}$ $\therefore 0.707 T_1 - 0.5 T_2 = 0 \quad \text{③}$

$$0.707 T_1 + 0.866 T_2 - 50 = 0 \quad \text{④} \quad \text{④} - \text{③} \text{ 得 } 1.366 T_2 = 50$$

$$\therefore T_2 = 36.6 \text{ kg} \text{ 帶入 ③ 得 } T_1 = 25.9 \text{ kg}$$

例題 前例題以式(2)示之定理方法解之

解題 以 $F_1 = W = 50 \text{ kg}, F_2 = T_1, F_3 = T_2, \sin \alpha_1 = \sin \{180^\circ - (60^\circ + 45^\circ)\} = \sin 75^\circ = 0.966, \sin \alpha_2 = \sin (60^\circ + 90^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5, \sin \alpha_3 = \sin (45^\circ + 90^\circ) = \cos 45^\circ = 0.707$ 帶入(2)式 得

$$\frac{50}{0.966} = \frac{T_1}{0.5} = \frac{T_2}{0.707} \text{ 得 } T_1 = 25.9 \text{ kg}, T_2 = 36.6 \text{ kg}$$

例題 如圖 3 所示，求張力 T 及其與水平之夾角 θ 。

解題 由式(1)

$$R_x = 4 \cos 30^\circ - T \cos \theta = 0 \quad \text{①}$$

$$R_y = 4 \sin 30^\circ + T \sin \theta - 20 = 0 \quad \text{②}$$

由式①, ② 得 $T \cos \theta = 3.46, T \sin \theta = 18$

$$T = \sqrt{(T \cos \theta)^2 + (T \sin \theta)^2} = \sqrt{3.46^2 + 18^2} = 18.3 \text{ kg}$$

$$\tan \theta = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{18}{3.46} = 5.2$$

$$\therefore \theta = 79^\circ 10'$$

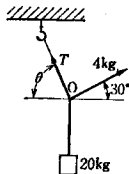


圖 3

MEMO ① 同面共點力系要 2 個力的方程式始可解之。

② 3 力同面共點力系要維持平衡，則此 3 力若以向量法表示之則必形成一“封閉力的三角形”。

③ 式(2)稱“力的正弦定理”。