

根据最新版九年义务教育教材编写



初中

代数教案

主 编 胡 杞 傅佑珊



三年级

课堂教学设计丛书

KEIANG JIAOXUE SHEJI CONGSHU

北京师范大学出版社

课堂教学 设计丛书

KETANG JIAOXUE SHEJI CONGSHU

初中代数教案（一年级）

初中代数教案（二年级）

初中代数教案（三年级）

初中几何教案（一年级）

初中几何教案（二年级）

初中几何教案（三年级）

初中语文教案（一年级·上、下）

初中语文教案（二年级·上、下）

初中语文教案（三年级·上、下）

初中物理教案（二年级）

初中物理教案（三年级）

初中化学教案（三年级）

初中英语教案（一年级）

初中英语教案（二年级）

初中英语教案（三年级）

初中地理教案（一年级·上、下）

初中地理教案（二年级·上、下）

初中生物教案（一年级·上、下）

初中生物教案（二年级）

初中历史教案（一年级）

初中历史教案（二年级）

初中历史教案（三年级）

ISBN 7-303-02479-4



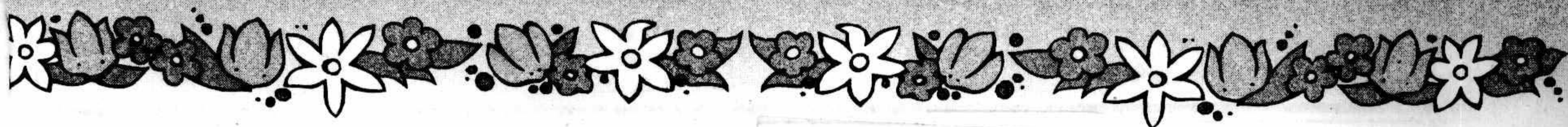
9 787303 024797 >

责任编辑 吕建生

封面设计 孙琳

ISBN 7-303-02479-4 / G · 1

定价：21.50元

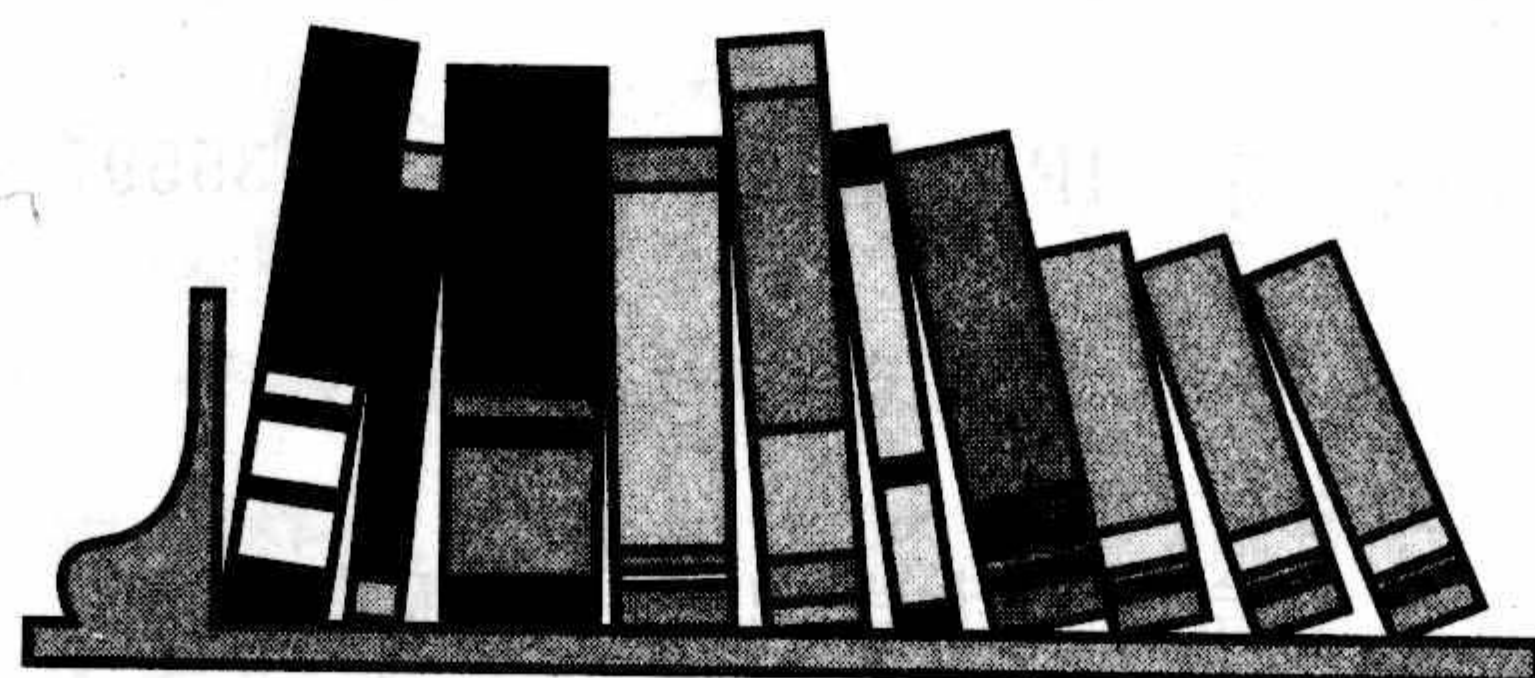


课堂教学设计丛书

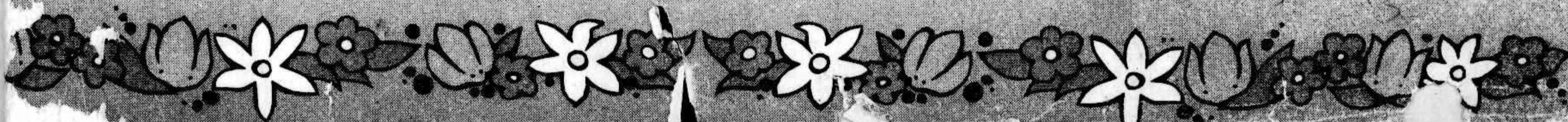
初中代数教案

三年级

主 编 胡 杞
傅佑珊



北京师范大学出版社
北京



图书在版编目(CIP)数据

初中代数教案:三年级/胡杞 傅佑珊主编.-北京:北京师范大学出版社,1999.9
(课堂教学设计丛书)
ISBN 7-303-02479-4

I. 初… II. ①胡… ②傅… III. 代数课-初中-教案
(教育) IV. G633.622

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 35597 号

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街 19 号 邮政编码:100875)

出版人:常汝吉

北京师范大学印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1 092mm 1/16 印张:15.75 字数:396 千字

1999 年 9 月第 1 版 1999 年 9 月第 1 次印刷

印数:1~31 000 定价:21.50 元

出版说明

我社出版的中小学各科教案历来深受广大师生及家长的欢迎,对提高教学质量起到了一定的作用,尤其是对我国边远及少数民族地区,所起的作用就更大一

近年来,随着教育的深入发展,课程设置、教学大纲、教材都相应地进了一些修订,其目的就是为了全面实施素质教育,以提高公民的素质,适应我经济发展和社会主义建设的需要。朱镕基总理在第九届全国人民代表大会第二会议上所作的《政府工作报告》中明确提出:“……大力推进素质教育,注重创新精神和实践能力的培养,使学生在德、智、体、美等方面全面发展。”“继续积改革教育思想、体制、内容和方法。”“要更加重视质量。全面提高各级各类学的教育质量,特别是中小学阶段的教育质量。”在提倡素质教育这一新形势下,何将素质教育思想贯穿在课堂教学中,是当务之急。为此,我们组织了一批以级教师为主,具有丰富教学经验的教师根据修改的教学大纲和教材重新编写了小学的各科教案,冠名为《课堂教学设计丛书》。该丛书与以往的教案有所不同,更注重教学思想和教学方式、方法上的探索。每堂课的教学分以下几个方面编

1. 教学目标。注重对学生的价值观、科学态度、学习方法及能力的培养。构建培养学生全方位的素质能力的课堂教学模式。

2. 教学重点、难点分析。其分析不仅体现在知识点上,还体现在方法、能力上。

3. 教学过程设计。因材施教,体现学生的主体作用,让学生爱学、会学,教掌握学习方法。每一堂课教学内容的设计都是根据教学目标和学生的基础,教学的问题情景,设计符合学生认知规律的教学过程。

4. 课后附有关的小资料,以备老师在教学时选用,解除老师到处找资料之苦。为体现教学方法的多样性,有的课时可能有两个“设计”。

我们认为,本套丛书的编写内容适合学生的心理特点和认知规律,较好地体现了学生的主体性和因材施教的教育思想,从而调动了学生学习的积极性和主动性。

恳请广大师生在使用过程中多提批评意见,以便再版时修正。

北京师范大学出版社

1999年4月

目 录

第十二章 一元二次方程

一元二次方程的意义	(1)
一元二次方程的解法(直接开平方法)	(5)
一元二次方程的解法(配方法)	(9)
一元二次方程的解法(求根公式法)	(14)
一元二次方程的解法(因式分解法)	(18)
一元二次方程解法的综合运用	(22)
一元二次方程根的判别式的意义及应用	(26)
一元二次方程根的判别式的综合应用	(30)
一元二次方程的根与系数的关系(韦达定理和它的逆定理)	(34)
一元二次方程根与系数关系的综合应用	(39)
二次三项式的因式分解(用公式法)	(42)
二次三项式因式分解的综合应用	(46)
一元二次方程应用题(一)	(50)
一元二次方程应用题(二)	(55)
一元二次方程应用题(三)	(59)
一元二次方程应用题(四)	(62)
可化为一元二次方程的分式方程	(65)
可化为一元二次方程的分式方程的应用题	(71)
无理方程	(75)
由一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的方程组	(82)
由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程 组成的方程组	(89)
全章复习课(一)	
——可化为一元二次方程的方程	(94)
全章复习课(二)	
——一元二次方程根的判别式和根与系数关系	(99)
全章复习课(三)	
——二元二次方程组的解法	(100)
全章测试题	

第十三章 函数及其图象

平面直角坐标系(一)	(114)
平面直角坐标系(二)	(120)
函数(一)	(125)
函数(二)	(130)
函数的图象	(135)
正比例函数的定义、图象和性质	(142)
一次函数的定义、图象和性质	(148)
一次函数及其图象的习题课	(153)
二次函数 $y = ax^2$ 的图象	(161)
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象(一)	(166)
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象(二)、(三)	(171)
二次函数的综合练习课	(178)
反比例函数及其图象	(186)
函数及其图象全章复习课(一)	(192)
函数及其图象全章复习课(二)	(198)
函数及其图象全章测验题	(206)

第十四章 统计初步

总体和样本	(211)
平均数	(214)
众数、中位数	(218)
方差	(223)
频率分布	(228)

第十五章 初中代数重点复习

专题一 实数	(234)
专题二 因式分解	(234)
专题三 分式	(235)
专题四 二次根式	(237)
专题五 方程、方程组	(238)
专题六 不等式、不等式组	(241)
专题七 函数及其图象	(242)
专题八 统计初步	(244)

第十二章 一元二次方程

一元二次方程的意义

教学目标

- (一)使学生体会一元二次方程是从实际问题而产生的,以培养唯物观点;
- (二)使学生理解和掌握整式方程的概念;
- (三)使学生理解和掌握一元二次方程的概念、一元二次方程的一般形式;
- (四)使学生能正确认别一元二次方程中的二次项系数、一次项系数、常数项,并能理解和掌握一元二次方程的各种特殊形式.

教学重点和难点

重点:一元二次方程的定义及一元二次方程的一般形式.

难点:正确识别一元二次方程中的二次项系数、一次项系数、常数项;把方程整理为一元二次方程一般形式,并写出二次项系数、一次项系数、常数项的值.

教学过程设计

(一)引入

我们要学习的内容是一元二次方程.

什么是一元二次方程?它是怎样产生的?请看课本 P4, 12.1 提出的问题(为加深对这个问题的印象,不妨用小黑板或幻灯片把原题抄上),并画图、列式.

原题 剪一块面积是 150 cm^2 的长方形铁片,使它的长比宽多 5 cm ,这块铁片应该怎样剪?

分析:要解决这个问题,就是要求出铁片的长和宽.

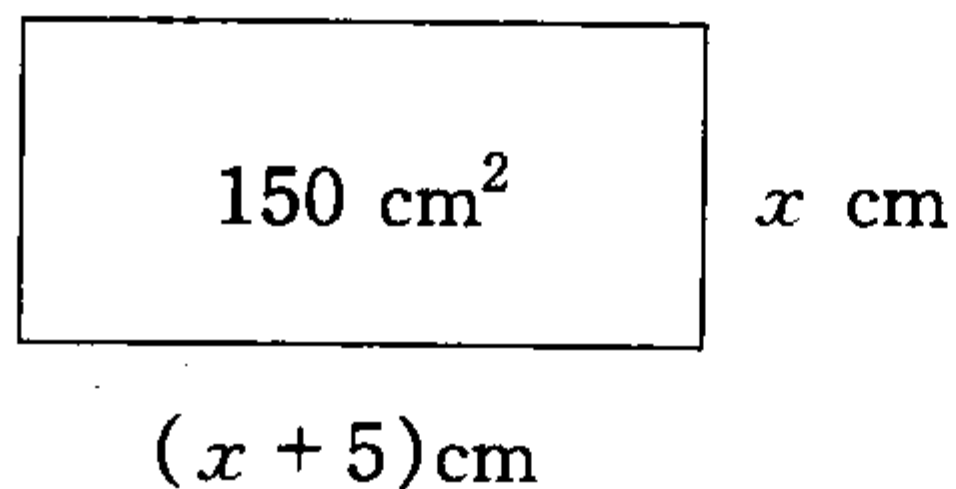


图 12-1

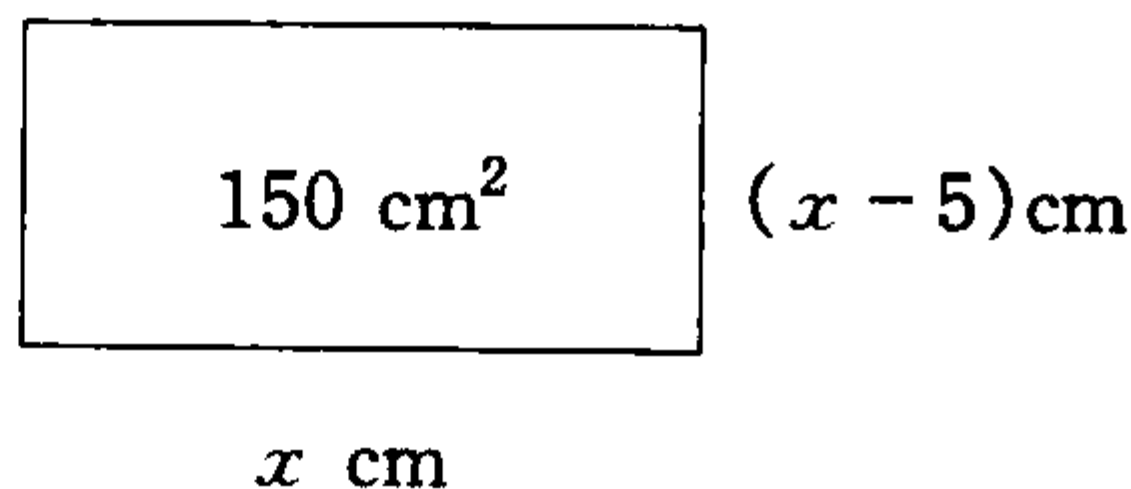


图 12-2

解法 1:如图 12-1. 设宽为 $x \text{ cm}$, 则长为 $(x + 5) \text{ cm}$,

列方程 $x(x + 5) = 150$.

去括号, 得 $x^2 + 5x = 150$. ①

(第二个解法及图 12-2, 可启发学生提出解法, 然后再画图)

解法 2:如图 12-2. 设长为 $x \text{ cm}$, 则宽为 $(x - 5) \text{ cm}$,

列方程 $x(x - 5) = 150$.

去括号,得

$$x^2 - 5x = 150. \quad ②$$

方程①,②的特征是:

- (1) 有一个未知数(x),
(2) 含有未知数的项的最高次数是2次(即 x^2).

复习与本节课有关的概念(提问,学生回答)

1. 什么叫方程? 什么叫方程的“元”? 什么叫方程的次? 什么叫整式方程? 什么叫分式方程? 什么叫一元一次方程?

(这里某些概念的定义,请参阅初一、初二代数课本的有关章节及人民教育出版社出版的与课本配套的教师教学用书.因篇幅有限,这里不全写出了)

(答:(1) 方程两边都是关于未知数的整式,这样的方程叫做整式方程.像方程①,②都是整式方程;(2) 分母里含有未知数的方程叫做分式方程.)

2. 什么是一元一次方程的一般形式?

(方程 $ax + b = 0$ (其中 x 是未知数, a, b 是已知数,并且 $a \neq 0$) 叫做一元一次方程的一般形式.这里 a 是未知数的系数, b 是常数项.见初中代数第一册(上),P 202)

3. 提问:为什么在一元一次方程的一般形式的定义里要注明 $a \neq 0$?

4. 指出下列各个方程,是整式方程? 是分式方程? 是几元几次方程.

(1) $2x^2 - \frac{1}{3x} - 7 = 0$; (2) $3x + 4y - 5 = 0$; (3) $3x^2 - 5xy + 6 = 0$;

(4) $7x^2 - 8x + 9 = 0$; (5) $(n^2 + 2)x^2 + 4x - 3 = 0$, (x 是未知数);

(6) $(n + 2)x^2 + 4x - 3 = 0$, (x 是未知数).

((1) 是分式方程;(2) 是二元一次方程;(3) 是二元二次方程;(4) 是一元二次方程;(5) 因为 $n^2 + 2 \neq 0$, 所以是一元二次方程;(6) 当 $n \neq -2$ 时,是一元二次方程,当 $n = -2$ 时,是一元一次方程)

(注:凡是谈到“次数”的方程,都是指整式方程.)

(二)新课

一元二次方程的概念及有关知识

1. 在复习了前面的知识的基础上,让学生说出一元二次方程的定义(见课本 P4 倒数第 4 行到倒数第 1 行,并在教科书上划上线条).

2. 按照这个定义,判断前面列出的两个方程①和②是不是一元二次方程?

3. 和一元一次方程的标准形式类似,一元二次方程的一般形式是:(最好诱导学生写出来) $ax^2 + bx + c = 0$ (其中 $a \neq 0$)③. 在这里必须强调 $a \neq 0$, 否则便不是一元二次方程了.

在方程③中,一些有关知识必须熟记:

ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项.

4. 把下列方程整理为 $ax^2 + bx + c = 0$ 形式,并指出各项的系数.

(1) $2(x + 1)(x + 2) = 3(x + 3)(x - 4)$ (要求整理为二次项系数是正数).

(2) $2kx^2 + 3kx + k = 3x^2 + 6x - 2$ (x 是未知数).

((1) $x^2 - 9x - 40 = 0$, 二次项系数是 1, 一次项系数是 -9, 常数项是 -40;

(2) $(2k - 3)x^2 + 3(k - 2)x + (k + 2) = 0$. 当 $k \neq \frac{3}{2}$ 时, 二次项系数是 $(2k - 3)$, 一次项系数是 $3(k - 2)$, 常数项是 $(k + 2)$. 当 $k = \frac{3}{2}$ 时, 这是一元一次方程 $3x - 7 = 0$. 一次项系数是 3,

常数项是 -7)

(三) 课堂练习

1. 下列方程中:

$$5x^2 - \frac{1}{2x} + 4 = 0, \quad x^2 + xy - 3y^2 = 0, \quad 9x^2 - 6x = 0, \quad \frac{1}{2}y^2 = 0$$

是一元二次方程的个数有 (B).

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(因为: $9x^2 - 6x = 0, \frac{1}{2}y^2 = 0$ 是一元二次方程, 所以选(B))

2. 方程 $(m-2)(m-3)x^2 - (m-2)(m+3)x + (m-2) = 0$ 是一元二次方程, 则 (B).

(A) $m \neq 3$ (B) $m \neq 2$ 且 $m \neq 3$ (C) $m \neq 2$ (D) $m \neq 2$ 且 $m \neq -3$

(选(B). 注意: 不能用 $(m-2)$ 除方程的各项, 因为没有断定 $m \neq 2$)

(四) 小结

1. 一元二次方程是来自实际和解决实际问题的数学工具.

2. 一元二次方程的一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$. 要特别注意 $a \neq 0$ 不要笼统称方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是一元二次方程. 如果方程的二次项系数是含字母的代数式, 则应分类讨论, 分这个二次项系数不等于零或等于零两种情况.

3. 凡是谈到“次数”的方程, 必须是整式方程.

(五) 作业

1. 读课文 12.1 节 P 4~5.

2. 把下列方程先化成一元二次方程的一般形式, 再写出它的二次项系数、一次项系数及常数项:

(1) $6x^2 = 3 - 32x + 2x^2$; $4x^2 + 32x - 3 = 0$

(2) $3x(1-x) = 2(x+2) - 4$; $3x - 3x^2 = 2x + 0$ $3x^2 - x = 0$

(3) $(2x-1)^2 - (x+1)^2 = (3+x)(3-x)$;

(4) $(y + \sqrt{y})(y - \sqrt{y}) + (2y+1)^2 = 4y - 5$;

(5) $abx^2 + cx + d = ex - f (ab \neq 0)$;

(6) $m^2x^2 + mx + 2 = n^2x^2 + nx + 3 (m^2 \neq n^2)$;

(7) $mx^2 - nx + mx + nx^2 = q - p (m \neq 0)$.

3. 下列方程中, 一元二次方程的个数有 ().

$$3x^2 - 5xy - 2y^2 = 0; \quad x^2 - \frac{1}{x^2} = 0; \quad x^2 = 0; \quad \frac{1}{3}y^2 = 0; \quad 3x^2 - 5x - 2 = 0.$$

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

作业的答案或提示

2. (1) $4x^2 + 32x - 3 = 0$, 二次项系数 4, 一次项系数 32, 常数项 -3 ;

(2) $3x^2 - x = 0$, 二次项系数 3, 一次项系数 -1 , 常数项 0;

(3) $4x^2 - 6x - 9 = 0$, 二次项系数 4, 一次项系数 -6 , 常数项 -9 ;

(4) $5y^2 - y + 6 = 0$, 二次项系数 5, 一次项系数 -1 , 常数项 6;

(5) $abx^2 + (c-e)x + (d+f) = 0 (ab \neq 0)$, 二次项系数 ab , 一次项系数 $c-e$, 常数项 $d+f$;

(6) $(m^2 - n^2)x^2 + (m-n)x - 1 = 0 (m^2 \neq n^2)$, 二次项系数 $m^2 - n^2$, 一次项系数

$m - n$, 常数项 -1 ;

(7) $(m + n)x^2 + (m - n)x + (p - q) = 0 (m \neq 0)$. 当 $m + n \neq 0$ 时, 这个方程是关于 x 的一元二次方程, 二次项系数是 $m + n$, 一次项系数是 $m - n$, 常数项是 $p - q$. 当 $m + n = 0$ 时, 即 $n = -m$ 时, 此方程为 $2mx + (p - q) = 0 (m \neq 0)$. 是关于 x 的一元一次方程, 一次项系数是 $2m (m \neq 0)$, 常数项是 $p - q$.

3. 选(B). 后面三个都是一元二次方程.

课堂教学设计说明

1. 本课从实际问题引入, 建立出一元二次方程, 并指出它的特征. 接着复习学生已学过的、和方程有关的概念. 为学习新课作准备.

2. 在新课中除了正面介绍一元二次方程的概念, 还通过例子让学生辨认整式方程与分式方程; 一元方程与多元方程. 特别强调了二次项系数含有字母时, 要注明二次项系数不为零, 若未指明, 应分类讨论. 这是对培养学生初步树立分类讨论的数学思想的一点设计.

一元二次方程的解法(直接开平方法)

教学目标

- (一)使学生解 $x^2 = m$ ($m \geq 0$) 型方程, 并知道这种解法的算理;
- (二)使学生理解换元的数学思想, 并会解 $(x+a)^2 = m$ ($m \geq 0$) 型方程;
- (三)训练学生准确、迅速的计算能力.

教学重点和难点

重点: 会解 $x^2 = m$ ($m \geq 0$)、 $(x+a)^2 = m$ ($m \geq 0$) 型方程.

难点: 正确表示方程的两个根.

教学过程设计

(一)复习

联系上一节课, 提出新需求:

上一节课, 在开始时根据题意我们提出了两个解法, 得到了两个一元二次方程:

$$x^2 + 5x - 150 = 0 \quad \text{和} \quad x^2 - 5x - 150 = 0.$$

同学们自然要问, 这两个方程的形式(一次项系数)不同, 结果会一样吗?

实践是检验真理的标准, 最有说服力的办法是把这两个方程的根解出来比较. 于是, 提出一个新的需求: 怎样解一元二次方程?

(二)新课

从简单到复杂, 逐步攻克难关.

1. 我们已经知道一元二次方程的一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). 其中 a, b, c 的取值, a 绝不可为零(为什么?), 至于 b, c 没有限制, b, c 中有一个为零或两个都为零, 仍属一元二次方程. 可以用下面的表格把一元二次方程分类(建议用小黑板)

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \begin{cases} b, c \text{ 全不为零} & ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0) \\ & \text{(叫做完全的一元二次方程)} \\ b, c \text{ 可能为零} & \begin{cases} b, c \text{ 有且只有一个为零} & \begin{cases} ax^2 + c = 0 & (b=0, c \neq 0) \\ ax^2 + bx = 0 & (b \neq 0, c=0) \end{cases} \\ b, c \text{ 都为零} & ax^2 = 0 \quad (b=0, c=0) \end{cases} \end{cases}$$

不完/合 - 元 = 2.3.3

我们把 $ax^2 = 0$ ($a \neq 0$), $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0, c \neq 0$) 和 $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$) 都叫做不完全的一元二次方程. 今天我们来解 $ax^2 = 0$ 和 $ax^2 + c = 0$ 两种类型.

2. 怎样解 $ax^2 = 0$ ($a \neq 0$) 算理是什么?

例1 解方程: $3x^2 = 0$.

启发学生(1) 先化为 $x^2 = 0$ (算理是: 方程两边除以同一个不为零的数, 所得的方程与原方程是同解方程);

(2) $x^2 = 0$, $x = 0$ 的算理是什么? (平方根的定义) 为了与一元一次方程 $x = 0$ 有区别, $x^2 = 0$ 有两个实根, 所以写成 $x_1 = 0, x_2 = 0$.

3. 怎样解 $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0, c \neq 0$), 算理是什么?

例2 解方程: $x^2 - 36 = 0$. (启发学生说出解题过程)

解: 移项得 $x^2 = 36$,

开平方, 得 $x = \pm 6$. (要求学生说出算理)

所以 $x_1 = 6, x_2 = -6$. (这种解法叫直接开平方法)

与学生一起检验 6 是不是原方程的根? 特别要注意检验 -6 是不是原方程的根.

提问学生, 如果由 $x^2 = 36$ 得到 $x = 6$, 这个解法正确吗? 错误原因是什么?

(错误原因是对平方根与算术平方根的概念不清.)

一个数的平方等于 a , 这个数叫做 a 的平方根. 一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 有一个平方根, 它是 0 本身; 负数没有平方根.

正数 a 的正的平方根, 叫做 a 的算术平方根, 0 的算术平方根是 0)

4. 巩固练习

用直接开平方法解下列方程:

(1) $3x^2 - 75 = 0$; (2) $4x^2 - 9 = 0$; (3) $5y^2 - 10 = 0$; (4) $x^2 + 4 = 0$.

(答: (1) $x_1 = 5, x_2 = -5$; (2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$; (3) $y_1 = \sqrt{2}, y_2 = -\sqrt{2}$; (4) 无解)

5. 运用换元法, 更上一层楼

例3 解方程 $(x-2)^2 - 3 = 0$.

提问: 如果把 $(x-2)^2$ 用乘法公式展开, 原方程是什么样? (答 $x^2 - 4x + 1 = 0$), 这是一个完全的一元二次方程, 我们暂时还不会解这类方程. 怎么办? 启发学生回答, 并写出完整的板书, 解方程 $(x-2)^2 - 3 = 0$.

解: 移项 $(x-2)^2 = 3$,

$$x-2 = \pm \sqrt{3} \quad (\text{算理是什么?}).$$

得 $x-2 = \sqrt{3}$ 或 $x-2 = -\sqrt{3}$.

所以 $x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

总结此例的解题思路: 把一个代数式看作一个整体, 以便适合数学公式, 这种方法叫做“换元法”. 这种方法我们在初二代数的因式分解中已经经常运用. 像(1) 分解因式 $16(a-b)^2 - 9$

$(a+b)^2$, (2) 分解因式 $1 + \frac{a^3b^3}{8}$, 等等.

换元法是中学数学里的一种重要的数学方法, 请同学们重视它, 掌握它.

(三) 课堂练习

解下列方程:

(1) $(x-3)^2 - 25 = 0$; (2) $(2x+3)^2 - 4 = 0$; (3) $5 - (x-6)^2 = 0$;

(4) $a(x-b)^2 + c = 0$ ($a \neq 0$).

(答: (1) $x_1 = 8, x_2 = -2$; (2) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{5}{2}$; (3) $x_1 = 6 + \sqrt{5}, x_2 = 6 - \sqrt{5}$;

(4) 当 a, c 异号时, $x_1 = b + \sqrt{-\frac{c}{a}}, x_2 = b - \sqrt{-\frac{c}{a}}$; 当 a, c 同号时, 无解)

(四) 小结

1. 从简单到复杂, 逐步攻克难关. 在解完全的一元二次方程之前, 先解

(1) $ax^2 = 0$ ($a \neq 0$); (2) $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$).

2. 对于 $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$) 形式的方程.

(1) 当 a, c 异号时有解; (2) 当 a, c 同号时无解. 解这类方程时, 要牢记平方根的概念, 不要丢了负数根.

3. 对于 $(x+a)^2 + b = 0$ 形式的方程, 要运用“换元”的思想方法, 先把 $x+a$ 看成一个字母.

(五)作业

1. 方程 $2x^2 + a = 0$ ($a < 0$) 的根是_____.

2. 方程 $ax^2 = c$ 有实数根的条件是().

(A) $a \neq 0$ (B) $ac \neq 0$ (C) $ac \geq 0$ (D) $\frac{c}{a} \geq 0$ 且 $a \neq 0$.

3. 用直接开平方法解下列方程:

(1) $x^2 - 7 = 0$; (2) $4y^2 = 9$; (3) $t^2 - 45 = 0$; (4) $3x^2 - x = 15 - x$.

4. 解下列方程:

(1) $(2x-3)^2 = 5$; (2) $(x+1)^2 - 12 = 0$; (3) $(x-5)^2 - 36 = 0$;

(4) $(6x-1)^2 = 25$; (5) $\frac{x^2}{a} = 1$ ($a > 0$); (6) $x^2 - a = 0$ ($a \geq 0$);

(7) $(x-a)^2 = b^2$; (8) $(ax+c)^2 = d$ ($d \geq 0, a \neq 0$);

(9) $5(2y-1)^2 = 80$; (10) $4(3x-2)^2 = 32$.

5. x 是什么值时, $x^2 - 6x$ 的值等于 -7 .

作业的答案或提示

1. $x_1 = \frac{\sqrt{-2a}}{2}, x_2 = -\frac{\sqrt{-2a}}{2}$.

2. 选(D).

3. (1) $x_1 = \sqrt{7}, x_2 = -\sqrt{7}$; (2) $y_1 = \frac{3}{2}, y_2 = -\frac{3}{2}$; (3) $t_1 = 3\sqrt{5}, t_2 = -3\sqrt{5}$;

(4) $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}$.

4. (1) $x_1 = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}), x_2 = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$; (2) $x_1 = -1 + 2\sqrt{3}, x_2 = -1 - 2\sqrt{3}$;

(3) $x_1 = 11, x_2 = -1$; (4) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{3}$; (5) $x^2 = a, x_1 = \sqrt{a}, x_2 = -\sqrt{a}$; (6) $x^2 = a,$

$x_1 = \sqrt{a}, x_2 = -\sqrt{a}$; (7) $x - a = \pm b, x = a \pm b, x_1 = a + b, x_2 = a - b$; (8) $ax + c =$

$\pm \sqrt{d}, ax = -c \pm \sqrt{d}, x_1 = \frac{1}{a}(-c + \sqrt{d}), x_2 = \frac{1}{a}(-c - \sqrt{d})$; (9) $(2y-1)^2 = 16,$

$2y-1 = \pm 4, 2y = 1 \pm 4, y_1 = \frac{5}{2}, y_2 = -\frac{3}{2}$; (10) $(3x-2)^2 = 8, 3x-2 = \pm 2\sqrt{2}, 3x =$

$2 \pm 2\sqrt{2}, x_1 = \frac{2}{3}(1 + \sqrt{2}), x_2 = \frac{2}{3}(1 - \sqrt{2})$.

5. 列方程 $x^2 - 6x = -7$, 配方 $x^2 - 6x + 9 = -7 + 9, (x-3)^2 = 2, x-3 = \pm \sqrt{2}$, 所以 $x = 3 + \sqrt{2}$ 或 $x = 3 - \sqrt{2}$ 时, $x^2 - 6x$ 的值等于 -7 .

课堂教学设计说明

$$(x+\frac{b}{2a})^2 = x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

1. 为了激发学生有求出方程的解需要, 在课程一开始提出问题: 两个一元二次方程 $x^2 + 5x - 150 = 0$ 和 $x^2 - 5x - 150 = 0$ 的解是不是一样?

2. 为了使解方程由简单形式过渡到复杂形式, 所以列出一元二次方程分类的表格, 使学

生能纵览全局,认识到完全的一元二次方程及不完全一元二次方程.同时,(表格的)分类过程进一步培养学生初步树立分类讨论的数学思想.

3. 在讲解 $ax^2=0$ 及 $ax^2+c=0$ 型的一元二次方程时,通过例 1、例 2,每步都强调算理及分辨算术平方根与平方根的概念,使学生养成有条有理的思维品质.

4. 在解 $(ax-b)^2=c$ 型的方程时,要用到换元的数学思想,为此先从已学过的用换元法把多项式因式分解入手,让学生回忆换元法,使学生对运用换元法解方程不生疏,为此,安排了例 3. 所以本节课的设计是由简单到复杂,但毫不生硬.

一元二次方程的解法(配方法)

教学目标

(一)使学生知道解完全的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$) 可以转化为适合于直接开平方法的形式 $(x + m)^2 = n$;

(二)在理解的基础上,牢牢记住配方的关键是“添加的常数项等于一次项系数一半的平方”;

(三)在数学思想方法方面,使学生体会“转化”的思想和掌握配方法.

教学重点和难点

重点:掌握用配方法解一元二次方程.

难点:凑配成完全平方的方法与技巧.

教学过程设计

(一)复习

1. 完全的一元二次方程的一般形式是什么样的?(注意 $a \neq 0$)

2. 不完全一元二次方程有哪几种形式?

(答:只有三种 $ax^2 = 0$, $ax^2 + c = 0$, $ax^2 + bx = 0$ ($a \neq 0$))

3. 对于前两种不完全的一元二次方程 $ax^2 = 0$ ($a \neq 0$) 和 $ax^2 + c = 0$ ($a \neq 0$), 我们已经学会了它们的解法.

特别是结合换元法, 我们还会解形如 $(x + m)^2 = n$ ($n \geq 0$) 的方程.

例 解方程: $(x - 3)^2 = 4$ (让学生说出过程).

解: 方程两边开方, 得 $x - 3 = \pm 2$, 移项, 得 $x = 3 \pm 2$.

所以 $x_1 = 5, x_2 = 1$. (并代回原方程检验, 是不是根)

4. 其实 $(x - 3)^2 = 4$ 是一个完全的一元二次方程, 我们把原方程展开、整理为一元二次方程. (把这个展开过程写在黑板上)

$$(x - 3)^2 = 4, \quad \text{①}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4, \quad \text{②}$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0. \quad \text{③}$$

(二)新课

1. 逆向思维

我们把上述由方程①→方程②→方程③的变形逆转过来, 可以发现, 对于一个完全的一元二次方程, 不妨试试把它转化为 $(x + m)^2 = n$ 的形式. 这个转化的关键是在方程左端构造出一个含未知数的一次式的完全平方式 $(x + m)^2$.

2. 通过观察, 发现规律

问: 在 $x^2 + 2x$ 上添加一个什么数, 能成为一个完全平方 $(x + ?)^2$. (添一项 + 1)

即 $(x^2 + 2x + 1) = (x + 1)^2$.

练习, 填空:

$$x^2 + 4x + (\quad) = (x + \quad)^2; \quad y^2 + 6y + (\quad) = (y + \quad)^2.$$

算理 $x^2 + 4x = x^2 + 2x \cdot \boxed{2}$, 所以添 2 的平方, $y^2 + 6y = y^2 + 2y \cdot \boxed{3}$, 所以添 3 的平方.

总结规律:对于 $x^2 + px$, 再添上一次项系数一半的平方, 就能配出一个含未知数的一次式的完全平方式. 即 $x^2 + px + (\frac{p}{2})^2 = (x + \frac{p}{2})^2$. ④

(让学生对④式的右边展开, 体会括号内第一项与第二项乘积的2倍, 恰是左边的一次项, 括号内第二项的平方, 恰是配方时所添的常数项)

巩固练习(填空配方)

$$x^2 + x + (\quad) = (x + \quad)^2; \quad (\text{答: 左边填 } \frac{1}{4}, \text{ 右边为 } (x + \frac{1}{2})^2)$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + (\quad) = (x + \quad)^2; \quad (\text{答: 左边填 } \frac{1}{16}, \text{ 右边为 } (x + \frac{1}{4})^2)$$

$$x^2 + \frac{2}{3}x + (\quad) = (x + \quad)^2; \quad (\text{答: 左边填 } \frac{1}{9}, \text{ 右边为 } (x + \frac{1}{3})^2)$$

$$y^2 + \sqrt{5}y + (\quad) = (y + \quad)^2. \quad (\text{答: 左边填 } \frac{5}{4}, \text{ 右边为 } (y + \frac{\sqrt{5}}{2})^2)$$

总之, 左边的常数项是一次项系数一半的平方.

问: 如果左边的一次项系数是负数, 那么右边括号里第二项的正负号怎么取? 算理是什么?

巩固练习(填空配方)

$$x^2 - bx + (\quad) = (x - \quad)^2; \quad x^2 - (m+n)x + (\quad) = (x - \quad)^2.$$

3. 用配方法解一元二次方程 (先将左边化为 $(x \pm m)^2$ 形式)

例1 解方程: $x^2 - 8x - 9 = 0$. (写出完整的板书)

解: 移项, 得 $x^2 - 8x = 9$,

两边都加一次项系数一半的平方,

$$x^2 - 8x + 4^2 = 9 + 4^2,$$

配方, 得 $(x - 4)^2 = 25$,

解这个方程, 得 $x - 4 = \pm 5$,

移项, 得 $x = 4 \pm 5$.

即 $x_1 = 9, x_2 = -1$. (口头检验, 是不是原方程的根)

例2 解方程: $x^2 - 8x - 8 = 0$.

分析: 像例1那样, 把方程左边配方成 $(x + m)^2$ 形式.

解: 原方程移项, 得 $x^2 - 8x = 8$, 方程左边配方添一次项系数一半的平方, 方程右边也添一次项系数一半的平方

$$x^2 - 8x + (-4)^2 = 8 + (-4)^2,$$

$$(x - 4)^2 = 24,$$

$$x - 4 = \pm 2\sqrt{6},$$

所以 $x_1 = 4 + 2\sqrt{6}, x_2 = 4 - 2\sqrt{6}$.

例3 解方程: $x^2 - 8x + 18 = 0$.

分析: 仿例2的步骤,

移项, 得 $x^2 - 8x = -18$.

方程两边都加 $(-4)^2$, 得

$$x^2 - 8x + (-4)^2 = -18 + (-4)^2,$$

$$(x - 4)^2 = -2.$$